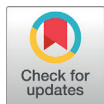


**ТЕХНОЛОГИИ, МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ /  
TECHNOLOGIES, MACHINERY AND EQUIPMENT**<https://doi.org/10.15507/2658-4123.26362.300-326>EDN: <https://elibrary.ru/pahvyj>

УДК / UDK 004.9:519.218.82

*Оригинальная статья / Original article***Алгоритмизация методики  
интерполяционных моделей при обработке  
экспериментальных результатов****В. В. Коновалов<sup>✉</sup>, А. В. Моисеев,  
В. Ю. Зайцев, М. В. Донцова***Пензенский государственный технологический университет,  
г. Пенза, Российская Федерация, <https://ror.org/04dammg70>*<sup>✉</sup> [kononov-penza@rambler.ru](mailto:kononov-penza@rambler.ru)*Аннотация*

**Введение.** Решение проблемы объединения в единую регрессионную модель результатов разных планов экспериментов требует разработки методики планирования экспериментов, оценки влияния интервалов и уровней варьирования исследуемых факторов на возможный характер изменения показателей процесса, а также умения компиляции (совмещения) результатов нескольких последовательных серий исследований в единую систему. Широкое применение численных методов и технологий расчета, а также управление электронной вычислительной машины работой технологических машин позволит оперативно регулировать параметры их работы при сложном взаимодействии факторов.

**Цель исследования.** Алгоритмизация методики получения интерполяционных моделей при их использовании в автоматизированной обработке результатов экспериментальных исследований с применением математической теории планирования и компиляции моделей.

**Материалы и методы.** Методика предусматривала аналитическое обоснование интерполяционных функций, описывающих характер изменения показателя в рассматриваемых границах, на основе результатов ранее выполненных исследований, разработку процедуры планирования эксперимента, а также получение интерполяционных выражений и компьютерных моделей.

**Результаты исследования.** Обоснованы и реализованы мероприятия по получению модели, совмещающей линейную многофакторную модель и частную функцию одного из факторов (влияния частоты вращения барабанного дозатора на его пропускную способность).

**Обсуждение и заключение.** Осуществленные мероприятия позволили рекомендовать следующую укрупненную последовательность действий: реализация полнофакторного плана для нескольких кодированных факторов с установлением линейной модели процесса; определение предпочтительной зоны их использования;

© Коновалов В. В., Моисеев А. В., Зайцев В. Ю., Донцова М. В., 2026

Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 License.  
This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License.

реализация дополнительной серии однофакторных экспериментов внутри ранее исследованного кодированного интервала изучаемого фактора с последующим установлением функциональной зависимости показателя процесса от этого фактора; разработка компьютерной программы совмещения функций обеих серий исследований для подстановки частных функций натуральных показателей факторов в многофакторную линейную модель кодированных факторов; определение характера и числовых значений показателя процесса для всех значений факторов с целью использования результатов в дальнейших вычислениях при математическом описании показателей работы исследуемого устройства. Сочетание моделей линейного многофакторного плана и разных вариантов моделей функций частных переменных (факторов), реализованное в виде компьютерной модели, позволяет получить усложненную многофакторную зависимость, которая в кодированных координатах факторов выглядит линейно, а частные значения показателя процесса внутри участка плана многофакторного эксперимента  $(-1; +1)$  описываются частными функциями с текущими натуральными координатами.

*Ключевые слова:* полнофакторный план эксперимента, многофакторная линейная модель, степенная функция, регрессионная модель, совмещение функций, интерполяционные исследования, компьютерная модель

*Конфликт интересов:* авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

*Для цитирования:* Коновалов В.В., Моисеев А.В., Зайцев В.Ю., Донцова М.В. Алгоритмизация методики интерполяционных моделей при обработке экспериментальных результатов. *Инженерные технологии и системы*. 2026;36(2):300–326. <https://doi.org/10.15507/2658-4123.26362.300-326>

## Algorithmization of Interpolation Model Methods in Processing Experimental Results

V. V. Konovalov<sup>✉</sup>, A. V. Moiseev,

V. Yu. Zaitsev, M. V. Dontsova

*Penza State Technological University,*

*Penza, Russian Federation, <https://ror.org/04dammg70>*

<sup>✉</sup> [konovalov-penza@rambler.ru](mailto:konovalov-penza@rambler.ru)

### *Abstract*

**Introduction.** To solve the problem of bringing together the results of different experimental designs into a single regression model it is necessary to develop the methods for designing experiments, assessing the influence of intervals and levels of variation of the studied factors on the possible behavior of changes in process indicators, and to have the ability to compile (combine) the results of several sequential series of studies into a single system. The use of numerical methods and calculation technologies, and computerized management of technological machines, will allow adjusting rapidly their operating parameters at complex interplay of factors.

**Aim of the Study.** The study is aimed at algorithmizing the methodology for developing interpolation models when used for automated processing of the results of experimental studies using the mathematical experiment design theory and compilation of the models.

**Materials and methods.** In the study, there was used the methodology for the analytical substantiation of expressions of interpolation functions describing the nature of indicator changes within the boundaries under consideration based on the results of previously

completed studies, the development of a procedure for carrying out activities related to planning an experiment and obtaining interpolation expressions and computer models.

**Results.** There have been substantiated and implemented activities for developing a model combining a linear multifactor model and a particular function of one of the factors (the influence of the drum dispenser rotation frequency on its capacity).

**Discussion and Conclusion.** The implemented activities allowed us to recommend the following sequence of actions: implementing a full-factorial design for several coded factors with developing the process linear model, determining the preferred zone of their use; implementing an additional series of single-factor experiments within the previously investigated coded interval of the factor under study and the subsequent finding of the functional dependence of the process indicator on this factor; developing a computer program for combining the functions of both series of studies for the substitution of partial functions of the natural indicators of the factors into a multifactorial linear model of coded factors; determining the nature and numerical values of the process indicator for all factor values in order to use the results for further calculations in the mathematical description of the studied device operation, for example, a continuous mixer. The combination of linear multifactorial design models and different versions of functions of specific variables (factors), implemented as a computer model, makes it possible to obtain a complicated multifactorial dependence, which looks linear in the coded coordinates of the factors, and the partial values of the process indicator within the section of the multifactorial experiment design ( $-1$ ;  $+1$ ) are described by partial functions with current natural coordinates.

**Keywords:** full-factorial experimental design, multifactorial linear model, power function, regression model, combination of functions, interpolation studies, computer model

**Conflict of interest:** The authors declare that there is no conflict of interest.

*For citation:* Kononov V.V., Moiseev A.V., Zaitsev V.Yu., Dontsova M.V. Algorithmization of Interpolation Model Methods in Processing Experimental Results. *Engineering Technologies and Systems*. 2026;36(2):300–326. <https://doi.org/10.15507/2658-4123.26362.300-326>

## ВВЕДЕНИЕ

Любые экспериментальные исследования процессов с использованием средств механизации сельского хозяйства требуют статистической обработки. В исследованиях нередко ставятся экстремальные задачи, однако при их отсутствии потребность в функциональном описании процесса (интерполяционных исследованиях) сохраняется. При этом используются как двухуровневые, так и многоуровневые планы экспериментов. Двухуровневое планирование достаточно компактное и менее затратное. Его недостатком является возникновение некорректного описания влияния отдельных факторов внутри исследуемой зоны их изменения. При наличии функционального описания процесса ставится задача построения совокупной модели, сочетающей в себе многофакторную линейную модель и частные функциональные зависимости для отдельных факторов.

Указанный подход позволяет решить проблему точности расчетов текущих (в промежутках между точками плана эксперимента) показателей работы устройств, описываемых регрессионными уравнениями, с целью применения этих показателей в последующих расчетах и математическом моделировании устройств и процессов в сельском хозяйстве, а также совмещения результатов разных серий исследований в единую модель.

Целью исследования является алгоритмизация методики получения единых интерполяционных моделей исследуемых процессов для их использования в автоматизированных системах расчета на основе совокупной компьютерной обработки результатов нескольких серий экспериментальных исследований с применением математической теории планирования.

Учитывая привлечение молодых исследователей для решения научных задач, а также их владение современными технологиями, возникает потребность передачи им знаний по планированию экспериментов, влиянию интервалов и уровней варьирования исследуемых факторов на возможный характер изменения показателей процесса, а также умений компиляции (совмещения) результатов нескольких последовательных серий исследований в единую систему. Получение аналогичных сведений позволяет на современном уровне решить научную проблему объединения в единую регрессионную интерполяционную модель используемых ранее последовательных, но разрозненных планов экспериментов, которые получены в процессе исследований. Ранее каждый такой план эксперимента позволял получать свою регрессионную модель, но они существовали независимо друг от друга [1; 2]. Для дальнейшего численного моделирования процессов и проведения расчетов на основе изменяющихся условий и данных требуется получение объединенных совокупных моделей, полученных на всей базе интерполяционных исследований. В последние годы получило широкое распространение управление ЭВМ работой технологических машин, в силу чего используются численные методы расчета взаимосвязи показателей процессов, что создает возможность оперативного регулирования параметрами работы машин при сложном взаимодействии факторов. Подобная задача (в качестве примера) реализуется при автоматической настройке многокомпонентных дозаторов непрерывного действия для обеспечения потребной рецептуры смеси путем коррекции величины подачи дозатора конкретного компонента в общей системе дозаторов.

## ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Традиционно влияние отдельных факторов на показатели процесса изучаются методом факторного анализа, требующим большого количества наблюдений или экспериментальных замеров [1–3].

Для сокращения количества экспериментов широко применяется теория многофакторного эксперимента [4]. Она позволяет изменять все исследуемые факторы одновременно. При этом на каждом уровне проводятся замеры с должным дублированием для достижения требуемой доверительной вероятности. Воспроизводимость результатов исследований проверяется критерием Кохрена [5].

Число уровней варьирования в выбранных планах эксперимента зависит от объекта исследования, конечной цели, формализующей процесс работы математической модели, и может быть равно двум, трем и даже пяти при использовании планов со звездными точками. При этом используются как планы полнофакторного эксперимента, так и его дробные выборки [6; 7]. Чтобы снизить количество случайных ошибок применяется рандомизированный сценарий.

При сокращении объема экспериментальных исследований во многих планах эксперимента количество уровней варьирования часто принимают равное двум. Так, в результате обработки такой матрицы получаются линейные модели [6]. В ряде случаев формируются модели в виде полинома первого порядка с эффектами, учитывающими парное влияние факторов на рассматриваемый отклик [7; 8]. В центре плана необходим контроль для проверки соблюдения линейности результата. Если уже заранее известен характер зависимости (линейная, степенная, логарифмическая и др.) показателя процесса от изучаемых факторов, и при обработке данных используются не натуральные значения факторов, а их производные (логарифмирование значений параметров или показателей и др.), то такой подход рационален.

Используемые модели для описания процессов разнообразны: экспоненциальные, полиномиальные, степенные и др. Соответственно, при использовании натуральных (либо кодированных) значений факторов и сложных взаимосвязях показателей работы устройств с изменяемыми факторами двухуровневые планы уже не могут использоваться для получения нелинейных моделей. Стоит учитывать, что регрессионные модели не описывают реальную физику процессов, а лишь моделируют формулы (функции) на основе изначально выбранного типа, тарирова значения коэффициентов модели. Поэтому всегда имеется расхождение опытных данных и расчетных значений по модели.

Многие исследователи для лучшего описания процесса используют трехуровневые планы, а также планы со звездными точками для получения полиномов второго порядка [9–11]. При этом проводится проверка его адекватности по критерию Фишера и взаимосвязи результата с факторами по коэффициенту корреляции. Функциональные модели получают как в кодированном виде факторов, так и в натуральных значениях [8].

Некоторые ученые свою деятельность направляют на совершенствование критериев оптимальности для планов эксперимента. Для этого модернизируются планы и способы повышения точности оценки коэффициентов уравнений регрессии [12; 13].

В настоящее время получены регрессионные модели с учетом вероятностных методов<sup>1</sup>. При этом заложены зависимости в виде показательных или экспоненциальных функций [14–16]. П. Н. Солонщиков, С. Ю. Булатов и А. Н. Пронин получили параболические зависимости на участках с отсутствующими экстремумами. Анализ исследуемых процессов иногда показывает вероятность гиперболического характера описывающих процесс функций [17; 18]. Нередко применяются тренарная диаграмма количественного сочетания (для трех факторов) и кореллограммы (матрицы корреляции) для оценки линейности связей [19]. Ученые из Карагандинского технического университета используют теорию размерности для сокращения количества независимых факторов при проведении многофакторного эксперимента [20].

<sup>1</sup> Химченко А.В., Шилин И.В. Сравнительная оценка применения полнофакторного эксперимента и метода Соболя для получения уравнения линейной регрессии. В: Энергоэффективность и энергосбережение в современном производстве и обществе: материалы междунар. науч.-практ. конф. Воронеж: Воронежский гос. аграрный ун-т им. Императора Петра I; 2023. С. 406–414. <https://elibrary.ru/xcmqtqu>

Следует отметить, что эксперимент может проводиться как натурно [21; 22], так и теоретически [23–25]. В исследованиях зарубежных авторов отмечается возможность применения полиномиальной зависимости, способствующей лучшему копированию экспериментальных данных на относительно узких участках, имеющих экстремум [26]. При этом описывается применение степенной и показательной функций [27; 28]. Ученые из Китая используют планирование эксперимента [29]. В ряде случаев проводится статистическая обработка полученных данных для получения достоверных результатов [30]. Нередко сравниваются теоретические и экспериментальные результаты [31; 32]. При моделировании применяется теория графов, которая позволяет превратить разрозненные наблюдения в структурированную сеть, где объекты становятся вершинами, а взаимодействия между ними – ребрами взаимодействий факторов [33].

Следовательно, наблюдается постоянное развитие теории многофакторного эксперимента и попытки учесть особенности исследуемых процессов, повысить точность результатов и уточнить характер регрессионных выражений, подтверждающих теоретические зависимости.

## **МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ**

### ***Объекты исследования***

Предметом исследования является подача дозатора концентрированных кормов. В качестве объекта рассматривается взаимодействие системы частных и компилированной регрессионных моделей дозированной подачи концентрированных кормов.

### ***Методы, оборудование и процедура исследования***

Методикой исследований предполагалось применение аналитических методов для обоснования компиляции интерполяционных функций, с помощью которых дается описание изменения значений показателя процесса (в качестве примера – подача (производительность) дозатора).

Предусматривалось аналитическое рассмотрение характера изменения подачи барабанного дозатора с щелеобразным выгрузным отверстием в зависимости от частоты вращения его барабана. Изучалось влияние на получаемую модель выбора интервалов и уровней варьирования факторов, а также на тип уравнения его описания. Аналитически выявлялись последствия частных ошибок в процедуре планирования, реализации эксперимента и обработки его данных, выбора типа уравнения. Реализация компиляции регрессионных моделей происходила в математическом пакете Mathcad. Обосновали последовательности (алгоритм) выполнения мероприятий для реализации компилированной регрессионной модели на основе интерполяционных исследований.

Предварительная обработка экспериментальных данных производилась компьютерной программой Statistika 5.5, ее специализированными модулями: Quick Basic Stats (быстрые основные статистики), Nonlinear Estimation (нелинейное оценивание), Multiple Regression (множественная регрессия) по заложенным

в программе методикам. Использован ГОСТ Р 54783-2011<sup>2</sup>. Для проверки адекватности получаемых моделей образуются выборки расчетных и экспериментальных данных сравнивали с использованием функций Excel (русифицированной версии обозначения):

- F-тест – определение доверительной вероятности сходства выборок по закону Фишера;
- КОРРЕЛ – коэффициент корреляции, определяющий силу, тесноту, связи;
- КВПИРСОН – коэффициент детерминации, определяющий долю изменений одного показателя влиянием другого.

Основой исследований являлись экспериментальные данные влияния частоты вращения на производительность дозатора<sup>3</sup>. Был взят барабанный дозатор-метатель непрерывного действия (рис. 1) диаметром 0,2 м с узким выгрузным отверстием в виде щели вдоль оси вращения (с малой шириной  $S = 0,16$  м). Для него установили характер зависимости производительности (пропускной способности, подачи) устройства от частоты вращения рабочего органа на сухом сыпучем продукте (рис. 2)<sup>4</sup>. Указанная конструкция является частным случаем барабанного дозатора и имеет специфические особенности для непрерывной подачи материала. Малая ширина щели  $S$  препятствует полному свободному выгрузению материала из межлопастного пространства при проходе лопастями зоны щели.

Производительность (пропускная способность) барабанного дозатора  $Q$ , кг/с, описали выражением<sup>5</sup>:

$$Q = (0,25\pi BD^2 - V_{po})n\varphi\rho, \quad (1)$$

где  $B$  и  $D$  – ширина и диаметр барабана соответственно, м;  $V_{po}$  – объем, занимаемый рабочим органом, м<sup>3</sup>;  $n$  – частота вращения рабочего органа, с<sup>-1</sup>;  $\varphi$  – степень заполнения барабана,  $\varphi = 0,7...0,9$ ;  $\rho$  – плотность вороха корма, кг/м<sup>3</sup>.

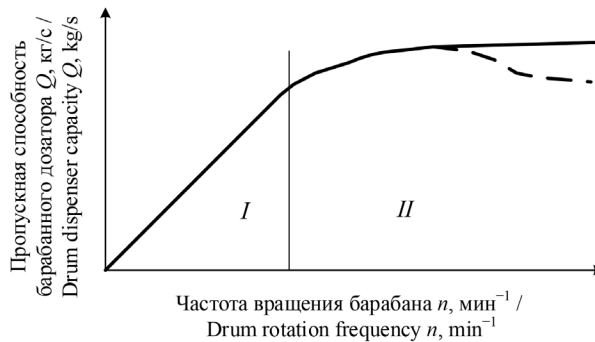
Проанализировали график изменения реальной пропускной способности указанного дозатора-метателя с двумя участками (рис. 1), на первом  $I$  из которых пропускная способность увеличивалась пропорционально частоте вращения его рабочего органа. Это свидетельствует о том, что на данном участке степень заполнения материалом внутреннего межлопастного пространства дозатора практически не изменилась. Подобные условия наблюдались до частоты вращения примерно 80 мин<sup>-1</sup>. С дальнейшим ростом частоты вращения (участок  $II$ ) пропускная способность уменьшалась из-за снижения степени заполнения межлопастного пространства.

<sup>2</sup> ГОСТ Р 54783-2011. Испытания сельскохозяйственной техники. URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200089619> (дата обращения: 15.08.2025).

<sup>3</sup> Коновалов В.В. Обоснование технических средств приготовления и выдачи кормов в свиноводстве: моногр. Пенза: Пензенская гос. сельскохозяйственная акад.; 2005. 312 с. <https://elibrary.ru/qkxcckx>

<sup>4</sup> Химченко А.В., Шилин И.В. Сравнительная оценка применения полнофакторного эксперимента и метода Соболя для получения уравнения линейной регрессии.

<sup>5</sup> Там же.



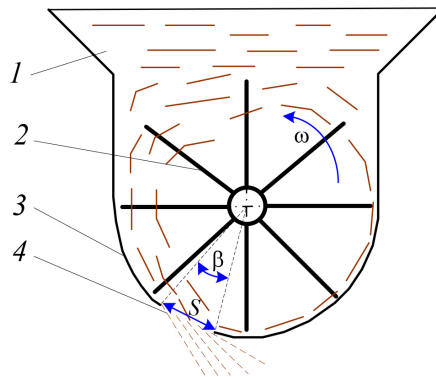
Р и с. 1. Зависимость пропускной способности барабанного дозатора-метателя от частоты его вращения: I – участок линейной связи; II – участок не линейной связи

F i g. 1. Dependence of the drum dispenser-thrower capacity on the frequency of its rotation: I – section of linear connection; II – section of non-linear connection

*Источник:* рисунки 1, 2 взяты из: Коновалов В.В. Обоснование технических средств приготовления и выдачи кормов в свиноводстве.

*Source:* the figures 1, 2 are taken from: Konovalov V.V. Technical Justification of Equipment for Preparing and Distributing Feed in the Pig Farming.

Это обусловлено сокращением времени выгрузки материала через щель 4 (рис. 2) вследствие того, что материал не успевает полностью выгрузиться из одного (каждого) межлопастного пространства дозатора. При частоте порядка 120 мин<sup>-1</sup> появилась новая тенденция – плавное снижение пропускной способности (штриховая линия). Это связано с тем, что с ростом частоты вращения увеличились центробежные силы, препятствующие поступлению свежего материала в зоне загрузки. При 200 мин<sup>-1</sup> процесс стабилизировался.



Р и с. 2. Схема барабанного дозатора-метателя:  
1 – бункер сыпучего материала; 2 – лопасти барабана; 3 – корпус;  
4 – выгрузное отверстие в виде щели

F i g. 2. Diagram of a drum dispenser-thrower:  
1 – bulk material hopper; 2 – drum blades; 3 – body; 4 – discharge opening in the form of a slit

*Примечание:*  $\omega$  – угловая скорость лопастей, рад/с;  $\beta$  – центральный угол зоны выгрузки, рад.;  $S$  – ширина щели зоны выгрузки, м.

*Note:*  $\omega$  – angular velocity of the blades, rad/s;  $\beta$  – central angle of the unloading zone, rad;  $S$  – width of the unloading zone gap, m.

Указанная зависимость приведена в качестве примера реализации (с целью анализа ожидаемых результатов) возможного выбора интервала и уровней планирования многофакторного эксперимента. В данном случае целью подобной экспериментальной работы являлось уточнение значений пропускной способности и характера ее изменения (получение функциональных зависимостей для последующего использования числовых результатов без постановки задачи отыскания экстремума функции). Подобные задачи ставятся и для отыскания условий обеспечения требуемой подачи конкретного компонента смеси в смеситель непрерывного действия в соответствии с рецептурой готового продукта.

Согласно методике многофакторного планирования при полном факторном эксперименте использованы двухуровневые планы (например, для 3 факторов) типа  $2^3$  (табл. 1)<sup>6</sup>.

Таблица 1

Table 1

**Матрица планирования трехфакторного эксперимента типа  $2^3$**   
**Design matrix for a three-factor experiment of type  $2^3$**

| № | $X_0$ | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $Y$ |
|---|-------|-------|-------|-------|-----|
| 1 | +     | –     | –     | –     |     |
| 2 | +     | +     | –     | –     |     |
| 3 | +     | –     | +     | –     |     |
| 4 | +     | +     | +     | –     |     |
| 5 | +     | –     | –     | +     |     |
| 6 | +     | +     | –     | +     |     |
| 7 | +     | –     | +     | +     |     |
| 8 | +     | +     | +     | +     |     |

*Источник:* таблицы 1–3 составлены авторами статьи.

*Source:* the tables 1–3 were compiled by the authors of the article.

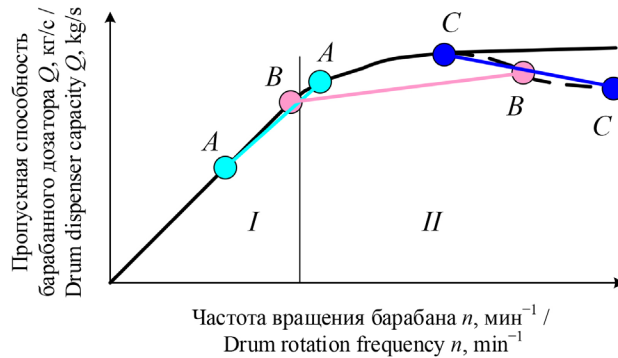
В случае отсутствия предварительных данных о характере зависимости, исследователь может выбрать интервалы и уровни варьирования факторов произвольным образом (ориентируясь лишь на рекомендации выбора уровней факторов от предполагаемых интервалов варьирования). Тогда возможны три варианта событий в зависимости от выбранных интервалов, например частоты вращения рабочего органа дозатора (рис. 3):

– уровни варьирования – *АА*. Интервал варьирования фактора практически полностью лежит на линейном участке изменения производительности.

– уровни варьирования – *ВВ*. Интервал варьирования производительности охватывает ее возвышение («гору, холм»).

– уровни варьирования – *СС*. Интервал варьирования располагается на ниспадающем участке производительности.

<sup>6</sup> Коновалов В.В. Практикум по обработке результатов научных исследований с помощью ПЭВМ. Пенза: Пензенская гос. сельскохозяйственная акад.; 2003. 176 с. <https://elibrary.ru/rwhtib>

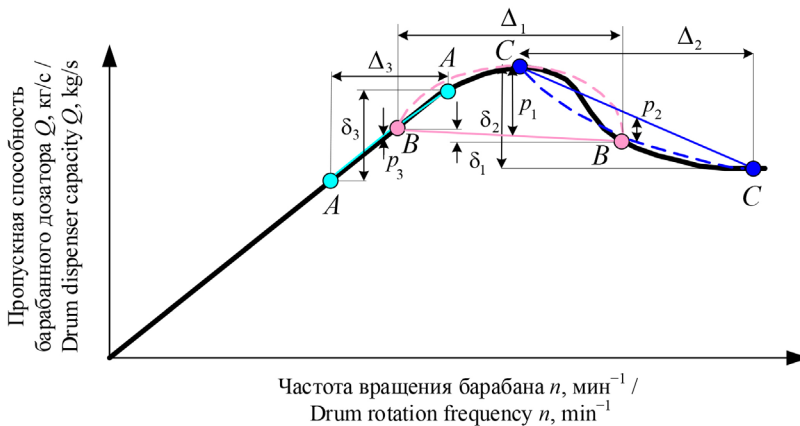


Р и с. 3. Зависимость пропускной способности барабанного дозатора  $Q$  от частоты его вращения  $n$  и возможные варианты выбора интервала изменения уровней фактора  $n$

F i g. 3. The dependence of the capacity of the drum dispenser  $Q$  on its rotation speed  $n$  and possible options for choosing the interval of changing the levels of the factor  $n$

Источник: графики для рисунков 3, 4 составлены авторами статьи в программе Microsoft Visio.  
Source: the graphs for figures 3, 4 were compiled by the authors of the article in Microsoft Visio.

При подробном рассмотрении примера на схеме с большим масштабом (рис. 4) выяснили, что интервалы варьирования факторов:  $\Delta_1 = \Delta_2 = 2\Delta_3$ . При этом перепад значений показателя:  $\delta_2, \delta_3$  – существенны;  $\delta_1 \rightarrow \min$ , т. е. несущественен.



Р и с. 4. Влияние выбора интервалов и уровней варьирования фактора частоты вращения  $n$  на производительность устройства

F i g. 4. The influence of the choice of intervals and levels of variation of the rotation frequency factor  $n$  on the device performance

Примечание:  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  – варианты интервалов варьирования;  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  – перепады значений параметров производительности на краях интервалов варьирования;  $p_1, p_2, p_3$  – разности фактических и расчетных значений производительности на интервалах варьирования.

Note:  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  – variation interval options;  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  – differences in the values of the performance parameters at the edges of the variation intervals;  $p_1, p_2, p_3$  – differences in the actual and calculated values of the performance indicator at the variation intervals.

В случае реализации плана отсеивающего эксперимента (при отсутствии экспериментальной проверки в центре плана) при варианте уровней  $BB$  данный фактор имеет риск отсеяться из-за незначительности разности уровней начала и конца участка исследований ( $\delta_1 \rightarrow \min$ ). Проверка в центре участка выявляет значительные расхождения  $p_1$  и требует использования полиномов второго порядка (параболической функции) и соответствующих планов экспериментов (как минимум, добавление дополнительных точек плана).

При варианте уровней  $CC$  данный фактор может оказаться значимым, при этом различия фактических и расчетных значений показателя  $p_2$  существенны, что говорит о нелинейном характере исследований и необходимости включения дополнительных точек внутри (либо снаружи – звездные точки) выбранного плана  $[-1; +1]$ .

При варианте уровней  $AA$  наблюдается хорошая сходимость фактических и расчетных значений  $p_3 \rightarrow \min$ , соответственно, указанный объем исследований (на двух уровнях) достаточен. При отсеивающем эксперименте данная проверка проводится в центре эксперимента для проверки линейности модели.

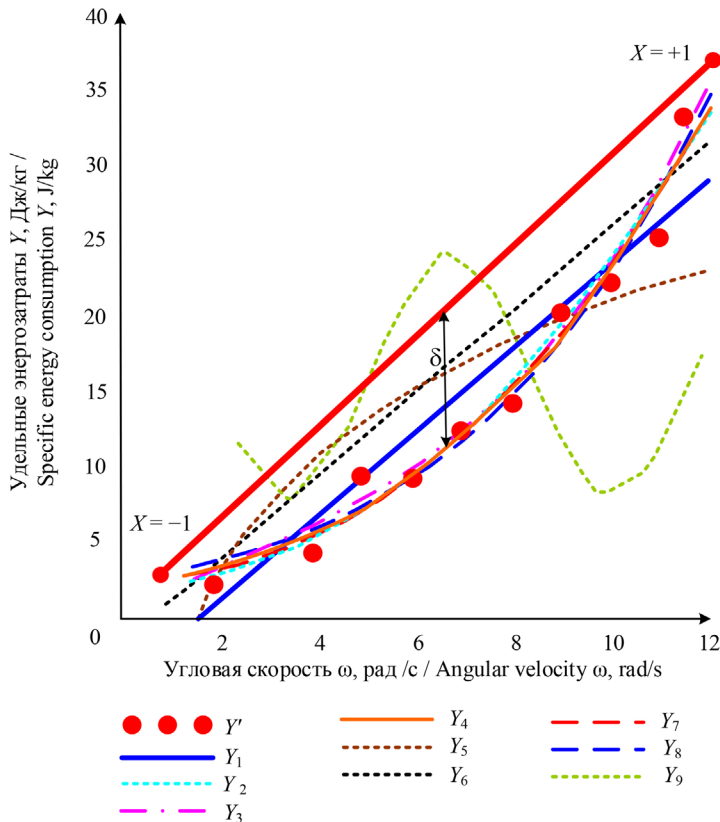
Варианты получения параболических моделей с учетом точек в центре интервалов условно представлены пунктирными линиями соответствующего цвета. Видна угроза несоответствия (расхождения  $\Delta$ ) фактических и расчетных значений на отдельных интервалах участков плана. Соответственно, желательно получить дополнительные данные по новым (отсутствующим в исходном двухуровневом плане) точкам. Использование логарифмической, показательной, степенной и других функций, характер которых соответствует теоретическому описанию данного процесса, может существенно повысить совпадение расчетных и экспериментальных данных [19].

Пример описания неких (иных) опытных данных на участке плана различными функциями приведен на рисунке 5.

На графике видны точки исходных значений  $X[-1; +1]$  однофакторного исследования, графики аппроксимации исходных значений разными типами однофакторных регрессионных функций  $Y'-Y_0$ , а также наложение на график линейного фрагмента многофакторного двухуровневого плана  $[-1; +1]$ , в границах которого проводились однофакторные исследования. Величина расхождения  $\delta$  линейной зависимости показателя процесса между краями исследуемого интервала значений фактора двухуровневого плана и реальным значением показателя процесса в середине участка (или функциями, например, степенной) может быть существенной. Поэтому решение полиномиальной задачи требует дополнительного уточнения линейной модели полнофакторного эксперимента за счет ее коррекции для более достоверного описания значений показателя внутри границ двухуровневого плана эксперимента.

Хотя исходные данные по краям интервала  $X[-1; +1]$  соответствуют краям плана факторных исследований  $Y'$ , графики аппроксимации разных типов выражений не проходят ни через точки  $X = -1$ ,  $X = +1$ , ни через  $Y'$ , так как всегда имеется погрешность. График  $Y_0$ , адекватно проходя по исходным (опытным) точкам  $Y'$  факторной зависимости, полностью не совпадает ни с опытными точками,

ни с точками  $X = -1$  и  $X = +1$ . Поэтому при совмещении нескольких выражений в одну обобщенную математическую модель требуется в обязательном порядке осуществлять их коррекцию – сдвиг.



Р и с. 5. Влияние абсциссы  $X'$  на ординату  $Y$ , описанное моделями

F i g. 5. The influence of the abscissa  $X'$  on the ordinate  $Y$  described by the models

*Примечание:*  $Y'$  – исходные точки;  $Y_1$  – полином первого порядка по исходным точкам;  $Y_2$  – полином второго порядка;  $Y_3$  – полином третьего порядка;  $Y_4$  – экспоненциальная функция;  $Y_5$  – логарифмическая функция (сокращенная);  $Y_6$  – логарифмическая функция (полная);  $Y_7$  – степенная функция;  $Y_8$  – логистическая функция;  $Y_9$  – синусоидная;  $X$  – границы  $[-1; +1]$  двухуровневого многофакторного плана и его линейная модель на интервале;  $\delta$  – расхождение численных значений показателя в середине интервала двухуровневого плана по его линейной модели с исходными (экспериментальными) точками (в т. ч. и с частными моделями).

*Note:*  $Y'$  – original points;  $Y_1$  – first-order polynomial over the initial points;  $Y_2$  – second-order polynomial;  $Y_3$  – third-order polynomial;  $Y_4$  – exponential;  $Y_5$  – logarithm (abbreviated);  $Y_6$  – logarithm (full);  $Y_7$  – power;  $Y_8$  – logistic;  $Y_9$  – sine wave;  $X$  – boundaries  $[-1; +1]$  of the two-level multifactorial design and its linear model on the interval;  $\delta$  – the discrepancy between the numerical values of an indicator in the middle of the interval of a two-level plan according to its linear model and the initial (experimental) points (including with particular models).

*Источник:* рисунок 5 взят из: Коновалов В.В. Практикум по обработке результатов научных исследований с помощью ПЭВМ.

*Source:* the figure 5 was taken from: Konovalov V.V. Workshop on Processing of Research Results Using a Personal Computer.

Сочетание линейного многофакторного плана в логарифмической сетке и логарифмирования разных вариантов функций частных переменных (факторов) позволяет получить усложненную многофакторную модель, которая в логарифмических координатах выглядит линейно, а частные значения показателя внутри кодированного участка плана  $-1 \dots +1$  описываются частными функциями.

Провели подобные указанным выше преобразования на примере участка  $CC$  (рис. 4), используя степенную функцию.

Внутри участка плана многофакторного эксперимента частные показатели функции  $Y_1, Y_2, Y_3$  для трех независимых факторов  $x_1, x_2, x_3$  описывали частными выражениями (например, степенными функциями) для интервала изменения значений факторов  $(-1; +1)$ :

$$Y_1 = A_{01} + k_1 x_1^{c_1}; \quad Y_2 = A_{02} + k_2 x_2^{c_2}; \quad Y_3 = A_{03} + k_3 x_3^{c_3}. \quad (2)$$

где  $A_{01}, A_{02}, A_{03}$  – свободные члены степенных функций;  $k_1, k_2, k_3$  – множители степенных функций;  $c_1, c_2, c_3$  – показатели степени степенных функций.

Зависимости (2) представили в следующем виде:

$$Y_1 - A_{01} = k_1 x_1^{c_1}; \quad Y_2 - A_{02} = k_2 x_2^{c_2}; \quad Y_3 - A_{03} = k_3 x_3^{c_3}. \quad (3)$$

В связи с тем, что интервал изменения показателей согласно плану многофакторного эксперимента и фактически исследованному аппроксимированному участку могут не совпадать, использовали уточняющие коэффициенты  $K$ , которые учитывали соотношение ординаты для текущего значения абсцисс к ординате на начало участка  $(-1)$  плана:

$$K_1(x_1) = \frac{Y_1(-1) + (Y_1(+1) - Y_1(-1))k_1 x_1^{c_1}}{Y_1(-1)};$$

$$K_2(x_2) = \frac{Y_2(-1) + (Y_2(+1) - Y_2(-1))k_2 x_2^{c_2}}{Y_2(-1)};$$

$$K_3(x_3) = \frac{Y_3(-1) + (Y_3(+1) - Y_3(-1))k_3 x_3^{c_3}}{Y_3(-1)}.$$

При таком подходе после построения модельной кривой проводится коррекция разности модельной и истинной значений их средних, т. е. сдвиг результатов. Для этого используются указанные коэффициенты, либо совмещение средних для исходных и расчетных наборов (выборки) значений.

Прологарифмировали значения показателей частных функций и получили частные функции по текущим координатам:

$$x_1 = \ln(Y_1 - A_{01}) = \ln(k_1) + (c_1 \cdot \ln(x_1)),$$

$$x_2 = \ln(Y_2 - A_{02}) = \ln(k_2) + (c_2 \cdot \ln(x_2)),$$

$$x_3 = \ln(Y_3 - A_{03}) = \ln(k_3) + (c_3 \cdot \ln(x_3)).$$

В результате обработки результатов эксперимента согласно плана  $2^3$  получили многофакторную линейную модель вида:

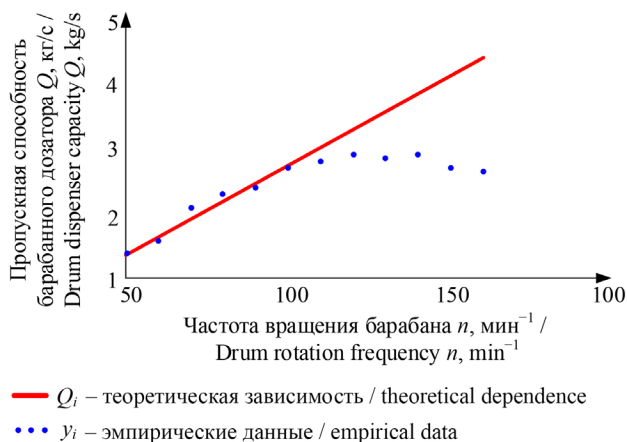
$$Y = k_0 + k_1X_1 + k_2X_2 + k_3X_3, \quad (4)$$

где значения факторов  $X_1, X_2, X_3$  имели два значения  $(-1; +1)$ . Соответственно, вместо значений факторов  $X_1, X_2, X_3$  использовали ранее указанные соответствующие частные функции (3) переменных (факторов).  $k_0, k_1, k_2, k_3$  – коэффициенты уравнения регрессии.

Рассмотрели пример конкретной реализации сочетания степенной функции и функции многофакторной линейной модели, используя математический пакет Mathcad.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

По результатам экспериментальных исследований дозатора реализованы два плана эксперимента: многофакторный план для трех факторов на двух уровнях и однофакторный план на 12 уровнях. На основе реализации данных однофакторного плана эксперимента была разработана программа моделирования и цифрового расчета в математическом пакете Mathcad для степенной регрессионной зависимости пропускной способности барабанного дозатора от частоты вращения его барабана (рис. 6) по экспериментальным данным.



Р и с. 6. Влияние частоты вращения барабана дозатора на его пропускную способность

F i g. 6. The influence of the rotation frequency of the dosing drum on its capacity

Источник: графики для рисунков 6–10 составлены авторами статьи в программе Mathcad.  
 Source: the graphs for figures 6–10 were compiled by the authors of the article in Mathcad.

При этом исходные и данные теоретической зависимости при постоянной степени заполнения дозатора визуализированы в виде расчетных и теоретических значений  $Q_i$  по формуле (1) и экспериментальных данных  $Y_i$ , где  $i$  – номера набора, выборки, уровней частоты вращения барабана  $n_i$  (рис. 6, табл. 2). Для дальнейшей математической обработки исходные данные преобразуются в виде векторов  $x', y'$ .

Т а б л и ц а 2

T a b l e 2

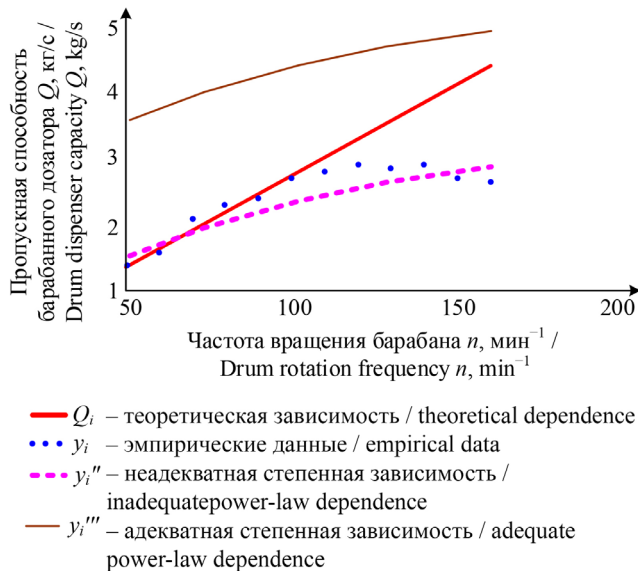
## Матрица однофакторного эксперимента

## Matrix of one-factor experiment

|                                           |     |     |     |     |     |     |     |     |      |     |     |      |
|-------------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|------|
| $n, \text{мин}^{-1} / n, \text{min}^{-1}$ | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  | 100 | 110 | 120 | 130  | 140 | 150 | 160  |
| $y, \text{кг/с} / y, \text{kg/s}$         | 1,4 | 1,6 | 2,1 | 2,3 | 2,4 | 2,7 | 2,8 | 2,9 | 2,85 | 2,9 | 2,7 | 2,65 |

Ввиду изменения степени заполнения материалом внутреннего пространства дозатора при частоте вращения более  $100 \text{ мин}^{-1}$  вместо постоянного роста теоретической зависимости  $Q_i$  при стабильной степени заполнения наблюдается стабилизация значений подачи эмпирических данных  $Y_i$ , что расходится с теоретическими ожиданиями для постоянного значения степени заполнения внутреннего пространства дозатора. Т. е. изменяется степень заполнения межлопастного пространства барабана дозатора.

Полученная регрессионная степенная зависимость на основе экспериментальных данных представлена на рисунке 7.



Р и с. 7. Влияние частоты вращения барабана дозатора на его пропускную способность

F i g. 7. The influence of the rotation frequency of the dosing drum on its capacity

Для этого определились с количеством (табл. 2) результатов данных  $N$ , числом степеней свободы  $\nu_1, \nu_2$  векторов, потребным уровнем значимости ошибки  $\alpha$  для аппроксимации экспериментальных данных, степенной функцией (pwrfit – встроенная функция Mathcad). По результатам аппроксимации выявили значения коэффициентов уравнения регрессии и дополнительно их зафиксировали виде коэффициентов  $A_1 = 56\,760$ ,  $k_1 = 2,167 \cdot 10^{-5}$ ,  $c_1 = -56\,760$ , записали уравнение регрессионной степенной функции  $y_i'''$  для  $i$ -х значений частоты вращения в соответствии с формулой (2). Для последующей оценки полученной кривой находили средние значения  $y_{av}$ ,  $y_{av} = 2,442$  и среднеквадратические значения выборок

подачи  $S$ ,  $S_y = 0,507$  как исходных значений (табл. 2), так и текущих расчетных значений подачи по регрессионной степенной функции  $y'_{av} = 5,651$ ;  $S'_y = 3,383$ . Встроенной функцией (corr) определили корреляцию между выборками подач: расчетной и исходной. Коэффициент корреляции Пирсона  $R = 0,908$ . Встроенной функцией  $qF$  определили табличное (критическое) значение критерия Фишера для оценки адекватности модели  $F_{cr} = 4,844$ . По соотношению среднеквадратических отклонений сравниваемых выборок рассчитали критерий Фишера  $F = 6,676$ . Сопоставляя расчетное значение  $F$  и критическое значение критерия Фишера  $F_{cr}$ , сделали вывод по оценке адекватности регрессионной модели.

Так как условие неравенства не выполнено (т. е. результирующее условие равно нулю, а не единице:  $F \leq F_{cr} = 0$ ), указанное уравнение регрессии является неадекватным. Неадекватность регрессионной модели и полученного результата видна также графически –  $y'''_i$  (рис. 7). Для коррекции результата смещением применили формулу (3). Использовали соотношение средних значений по выборкам.

Смещение определяли  $dy' = y_{av} - y'''_{av} = -3,209$  по несоответствию средних для выборок исходных  $y_{av} = 2,442$  и расчетных  $y'_{av} = 5,651$  значений подач, и по нему уточняли уравнение степенной функции  $y''_i$  путем добавления его значения  $dy'$  в соответствии с формулой (3). Тип уравнения (2) сохранился, изменилась лишь величина значения коэффициента свободного члена за счет уточнения.

Проведенная проверка полученного регрессионного уравнения по значению критерия Фишера,  $F = 1,102$ , и коэффициента корреляции Пирсона,  $R = 0,908$ , подтвердила адекватность уточненной модели  $F \leq F_{cr} = 1$ . Числовые значения скорректированной степенной функции  $y''$  для текущих значений  $i$  частоты вращения на графике стали располагаться в интервале изменения подачи, характерном для  $Y_i$ . Тем самым, выявлена адекватная функция степенного типа для описания подачи дозатора.

При реализации однофакторного эксперимента в процессе поисковых опытов по определению зоны проведения последующего многофакторного эксперимента в направлении рационального интервала изменения частоты вращения произошло смещение рабочей зоны в сторону увеличения границ: нижней – к  $100 \text{ мин}^{-1}$ , а верхней – к  $160 \text{ мин}^{-1}$ . Соответственно, для совмещения полученной степенной модели с линейной многофакторной требуется пересчет уровней изменения подачи в границах многофакторного плана, т. е. использование не  $i$ -й, а  $j$ -й нумерации уровней частоты вращения при дальнейшем использовании ранее полученной адекватной степенной модели. Для уровней указанного интервала 100; 110; 120; 130; 140; 150; 160  $\text{мин}^{-1}$  частот вращения подлежит уточнению величина среднего значения  $y''_{av} = 2,79$  адекватной степенной модели.

В результате реализации многофакторного плана для трех факторов на двух уровнях (табл. 1, 2) в процессе обработки результатов с помощью программы Statistika 5.5 получено линейное трехфакторное уравнение регрессии (4), связывающее пропускную способность (подачу)  $Y$ , кг/с дозатора с кодированными значениями частоты вращения ротора  $X_1$ , длины выгрузного отверстия по ходу движения лопасти  $X_2$  и ширины выгрузного отверстия вдоль оси вращения барабана  $X_3$ , которые в натуральных величинах имеют обозначение  $n$ ,  $\text{мин}^{-1}$ ,  $h$ , м и  $s$ , м (табл. 3).

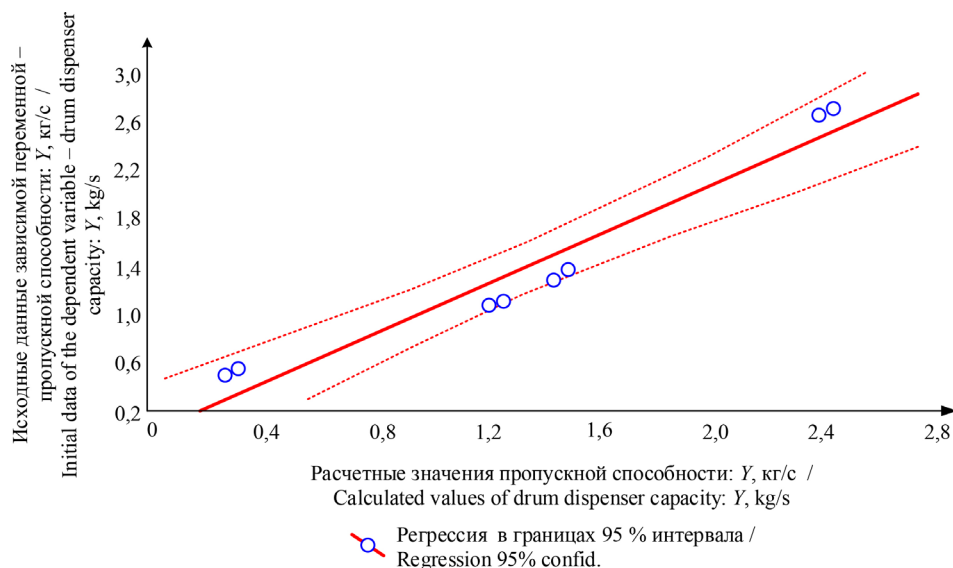
Таблица 3

Table 3

План и результаты трехфакторного двухуровневого эксперимента  
Design and results of a three-factor two-level experiment

| № | $n$ | $h$   | $s$   | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $Y$  |
|---|-----|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 1 | 100 | 0,019 | 0,040 | -1    | -1    | -1    | 0,54 |
| 2 | 160 | 0,019 | 0,040 | +1    | -1    | -1    | 0,50 |
| 3 | 100 | 0,019 | 0,100 | -1    | -1    | +1    | 1,08 |
| 4 | 160 | 0,019 | 0,100 | +1    | -1    | +1    | 1,06 |
| 5 | 100 | 0,055 | 0,040 | -1    | +1    | -1    | 1,35 |
| 6 | 160 | 0,055 | 0,040 | +1    | +1    | -1    | 1,25 |
| 7 | 100 | 0,055 | 0,100 | -1    | +1    | +1    | 2,70 |
| 8 | 160 | 0,055 | 0,100 | +1    | +1    | +1    | 2,65 |

Расчетные коэффициенты уравнения регрессии определили с помощью указанной компьютерной программы:  $k_0 = 1,39122$ ;  $k_1 = -0,02625$ ;  $k_2 = 0,481242$ ;  $k_3 = 0,596239$ . Тарирование числовых значений расчетных коэффициентов уравнения регрессии производилось методом наименьших квадратов. Неучтенный финальный остаток – 0,34050009. Анализом исходных и расчетных выборок функциями программы Excel дополнительно подтверждена адекватность данной регрессионной модели ввиду расчета значений доверительной вероятности соблюдения критерия Фишера  $F\text{-test} \approx 0,929$  и коэффициента корреляции Пирсона  $R \approx 0,966$ . Размещение расчетных и исходных данных в границах 95 % интервала, показанное на рисунке 8, это подтверждает.



Р и с. 8. Соответствие исходных и расчетных значений подачи 95 % доверительному интервалу с помощью программы Statistika 5.5

F i g. 8. Correspondence between the initial and calculated feed values and the 95 % confidence interval using the Statistika 5.5 program

На основе полученных данных осуществлено внедрение многофакторной линейной модели в текст программы. Точки результатов аппроксимированных уровней многофакторного плана оказались частично смещены относительно значений как для ранее полученной степенной модели, так и для опытных точек (подобный эффект наблюдается всегда, и это является нормой). Уровни  $(-1)$  и  $(+1)$  многофакторного плана соответствуют интервалу частот вращения  $100$  и  $160 \text{ мин}^{-1}$ .

Приведен вектор кодированных значений частоты вращения  $X_{1j}$  внутри интервала его изменения  $[-1; +1]$  для последующего расчета значений степенной функции на данном интервале. Кодированные факторы  $X_2, X_3$  принимаются неизменными и соответствующими уровню для исходной степенной функции. Найдено значение средней расчетной величины подачи многофакторной функции  $Y_{av}''$  и потребная величина смещения  $dy' = -0,094$  многофакторной модели для совпадения средних величин с фрагментом степенной функции. С учетом смещения уточнена многофакторная функция подачи  $Y_j'''$  и найдено ее среднее значение  $Y_{av}'''$ .

В силу аппроксимации исходных данных степенной и линейной функциями (даже при соответствии экспериментальных значений в точках интервала значениям эксперимента для однофакторной функции) происходит смещение расчетных значений от реальных данных эксперимента. Поэтому для приравнивания функций требуется дополнительная их корректировка между собой, выражающаяся в линейном  $\delta y$  и угловом  $\delta y_z - \delta y_0$  смещении результатов. Для углового смещения требуется выполнить определенную последовательность действий.

Нашли значения степенной функции  $y'''$  по исходному уравнению для частот вращения краев интервала многофакторной модели  $5,665$  и  $6,243$ . Для линейной многофакторной модели значения  $Y'''$  для краев интервала составляют  $2,401$  и  $2,348$ .

Значение углового смещения для краев интервала:

$$\delta_j = \frac{Y_j'''}{y_j'''} \quad (5)$$

где  $\delta y_0 = 0,424$  и  $\delta y_z = 0,376$ ;  $0$  и  $z$  – минимальный и максимальный  $j$ -й номер частот вращения на многофакторном интервале плана,  $\text{мин}^{-1}$ .

В результате текущие значения степенной однофакторной модели подачи записали:

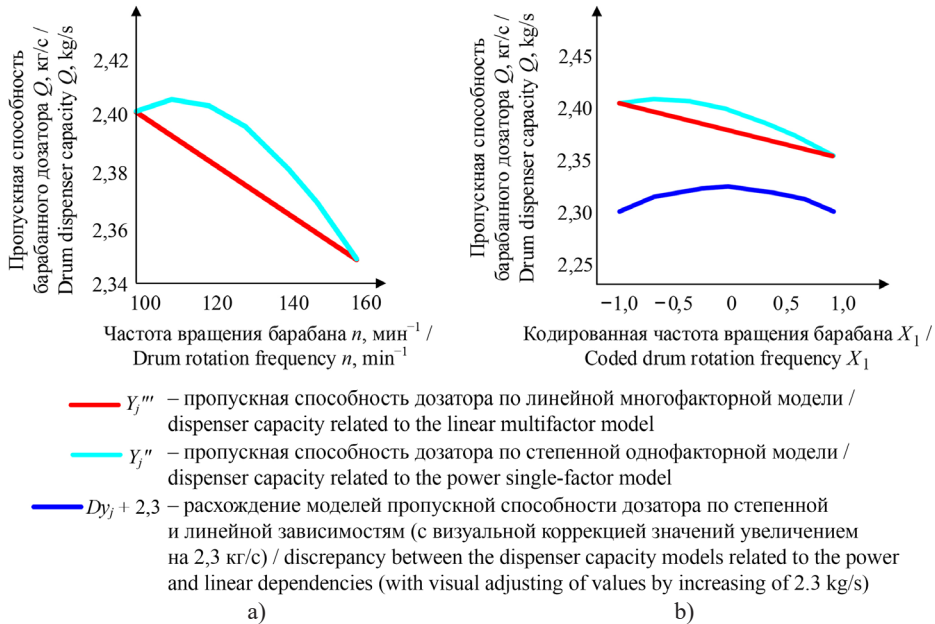
$$y_j''' = (k_1 n_j'^{c1} + A_1') \cdot \left( \delta y_0 + \frac{j}{z} (\delta y_z - \delta y_0) \right). \quad (6)$$

Текущие значения линейной многофакторной модели подачи записали:

$$Y_j''' = (k_0 + dy) + k_1 \left[ \frac{-n_0'}{n_0'} + \frac{j \cdot 2}{z} \left( \frac{n_z'}{n_0'} - \frac{n_z' - n_0'}{n_0'} \right) \right] + k_2 X_2 + k_3 X_3. \quad (7)$$

Контроль сочетания функций моделей реализован на рисунке 9. Видно, что в результате данной коррекции графики на концах интервала (согласно плану многофакторного эксперимента) совпадают, а в промежутке между ними (между краями) график степенной функции несколько смещается от линейной функции многофакторного плана. Для этого корректируют как степенную функцию  $y_{1j}''$ , так и многофакторную  $Y_j'''$ , совмещая их концы. При этом интервал изменяемых факторов (частота вращения барабана и ее кодированное значение) соответствуют

друг другу. Текущая величина расхождения значений функций внутри границ интервала многофакторного плана –  $dy_j + 2,3$  (рис. 9 б). Для визуальной оценки расхождений значений ее принудительно сместили на графике на 2,3 кг/с вверх. Наибольшее расхождение расчетных подач по обеим моделям соответствует середине интервала многофакторного плана, а экстремум числовых значений при  $115 \text{ мин}^{-1}$ ,  $X_1 = -0,75$ . Многофакторная линейная модель упускает указанный момент, огрубляя его. Графики на рисунках 9 а и 9 б однотипны, различаются лишь графическим масштабированием подачи и натуральным и/или кодированным значением изменяемой частоты вращения.



Р и с. 9. Влияние частоты вращения на пропускную способность дозатора: а) для натуральных значений частоты вращения,  $\text{мин}^{-1}$ ; б) для кодированных значений частоты вращения при указании величины расхождения подач степенной и линейных функций (с визуальной коррекцией на 2,3 кг/с)

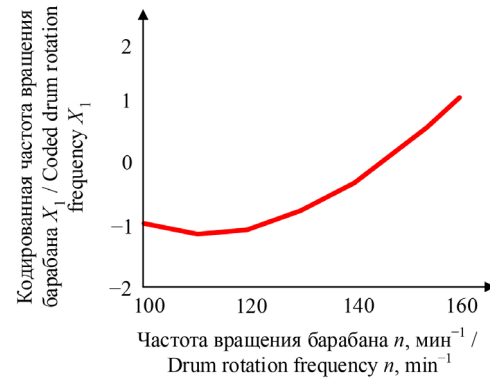
F i g. 9. Influence of the rotation speed on the dispenser capacity: а) for natural values of the rotation speed,  $\text{мин}^{-1}$ ; б) for coded values of the rotation speed when indicating the magnitude of the discrepancy between the feeds of the power and linear functions (with a visual correction of 2.3 kg/s)

Откорректированные результирующие функциональные зависимости представлены на рисунке 10. Для этого преобразовали промежуточную функцию для вставки в линейную многофакторную модель

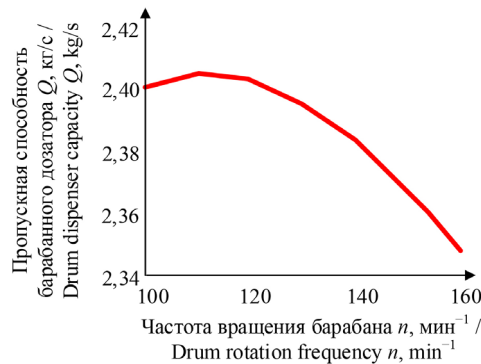
$$X'_{1j} = \frac{(k_1 n_j^{c_1} + A'_1) \cdot \left( \delta y_0 + \frac{j}{z} (\delta y_z - \delta y_0) \right) - (k_0 + dy) + k_2 X_2 + k_3 X_3}{k_1}. \quad (8)$$

Итоговое откорректированное многофакторное уравнение подачи дозатора запишется:

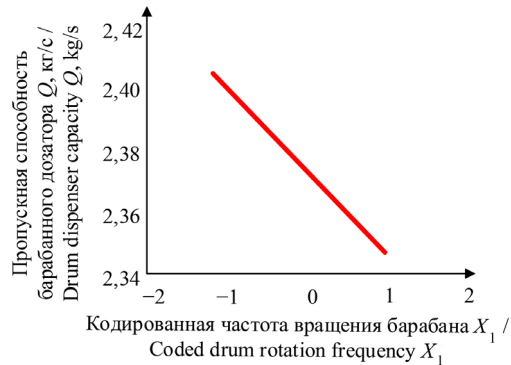
$$Y_j''' = (k_0 + dy) + k_1 X'_{1j} + k_2 X_2 + k_1 X_3. \quad (9)$$



a)



b)



c)

Р и с. 10. Взаимосвязь частоты вращения барабана дозатора с величиной его пропускной способности (подачи)  $Y$ , кг/с; а) взаимосвязь натуральных значений частоты вращения барабана  $n'$  с его кодированными значениями  $X'_1$ ; б) влияние частоты вращения  $n$  на пропускную способность  $Y'$ ; в) влияние фактора  $X'_1$  (кодированное значение частоты вращения  $n'$ ) на пропускную способность  $Y$

F i g. 10. Relationship between the rotation frequency of the dosing drum and the value of its capacity (feed)  $Y$ , kg/s) a) relationship of the natural values of the rotation frequency of the drum  $n'$  with its coded values  $X'_1$ ; б) influence of the rotation frequency  $n'$  on the capacity  $Y'$ ; в) influence of the factor  $X'_1$  (coded value of the rotation frequency  $n'$ ) on the capacity  $Y$

На рисунке 10 б изображена взаимосвязь показателей, полученная на основе указанных формул. Показана степенная зависимость пропускной способности  $Y''' = Y$  от натуральных значений частоты вращения  $n'$  ротора при линейной связи кодированного значения частоты вращения  $X'_1$  с пропускной способностью дозатора  $Y''' = Y$  в  $j$ -х точках многофакторного эксперимента (внутри отрезка  $X'_1 = [-1; +1]$ ).

При этом сохраняется линейная зависимость (рис. 10 с) между кодированным фактором  $X'_1$  и показателем процесса – пропускной способностью  $Y''' = Y$ . Особенностью данной модели является не фиксированная функция, а автоматический пересчет при изменении исходных данных (и в случае уточнения значений коэффициентов регрессии).

Тем самым, подтверждена возможность внесения степенных зависимостей в состав многофакторных линейных моделей и компиляция нескольких регрессионных моделей в единый блок. Подобная подстановка возможна и для других факторов линейной многофакторной модели. При этом степенная зависимость (рис. 12 б) позволяет выявить выраженный экстремум пропускной способности при частоте вращения ротора дозатора около  $115 \text{ мин}^{-1}$ , что соответствует опытными данным (рис. 7).

## ОБСУЖДЕНИЕ

Традиционное получение только регрессионных моделей для практического использования заканчивает синхронизацию моделей нескольких планов эксперимента, в то время как в представленном примере осуществлена компиляция нескольких регрессионных моделей.

По результатам исследования можно рекомендовать следующую последовательность мероприятий для получения и обработки экспериментальных результатов с целью разработки интерполяционных моделей, реализующих совмещение многофакторных линейных регрессионных выражений на основе полнофакторных двухуровневых планов и частных степенных зависимостей отдельных факторов:

- проведение поисковых опытов по отысканию местоположения зоны работоспособности устройства;
- реализация полнофакторного плана с установлением линейной зависимости показателя процесса от нескольких кодированных факторов и установление предпочтительной зоны их использования;
- отыскание на участке многофакторного плана зоны лучших показателей процесса и предпочтительных значений факторов для данной зоны;
- реализация дополнительных серий однофакторных экспериментов внутри ранее исследованного кодированного интервала изучаемого фактора (3–5 точек внутри кодированного интервала  $[-1; +1]$  с последующим установлением адекватной функциональной зависимости показателя процесса;
- установление на основе результатов серии однофакторных экспериментов и точек соответствующей выборки из полнофакторного плана вида и получение уравнения функциональной зависимости показателя процесса от соответствующего фактора (натуральные значения показателя процесса при натуральных значениях фактора);

- разработка компьютерной программы совмещения функций реализации обеих серий исследований для подстановки частных функций натуральных показателей факторов в многофакторную линейную модель кодированных факторов;
- определение характера и числовых значений показателя процесса для всех интересующих значений факторов с целью использования результатов в дальнейших вычислениях при математическом описании показателей работы исследуемых устройств, например, смесителя непрерывного действия.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сочетание (компиляция) моделей линейного многофакторного плана и моделей разных вариантов функций частных переменных (факторов) может позволить получить усложненную многофакторную модель, которая в кодированных координатах выглядит линейно, а частные значения показателя процесса внутри участка плана многофакторного эксперимента (–1; +1) описываются частными функциями с текущими натуральными координатами, что позволяет уменьшить погрешность интерполяционных моделей.

Разработанная последовательность (алгоритм) действий исследователей позволяет совместить результаты нескольких последовательных серий (планов) исследований в единую модель и использовать совокупные интерполяционные модели с целью ее использования в автоматизированных системах расчета для повышения точности расчета результатов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Егошин В.Л., Саввина Н.В., Гржибовский А.М. Анализ главных компонент и факторный анализ в программной среде R. *West Kazakhstan Medical Journal*. 2020;(1):6–14. <https://elibrary.ru/gfcmwld>
2. Власов А.Б. Факторный анализ диагностической модели тепловизионного контроля высоковольтных вводов. *Вестник МГТУ. Труды Мурманского государственного технического университета*. 2004;7(3):429–436. URL: <https://vestnik.mauniver.ru/show.shtml?art=403> (дата обращения: 25.07.2025).
3. Мазуркин П.М. Факторный анализ таксационных показателей разновозрастного сосняка Сибири. *Успехи современного естествознания*. 2009;(12):41–48. URL: <https://natural-sciences.ru/article/view?id=14065> (дата обращения: 25.07.2025).
4. Бакенова А.А., Куанышева Д.Г., Плотникова И.В., Редько Л.А., Янушевская М.Н. Изучение факторов, оказывающих наибольшее влияние на качество объекта на основе планирования эксперимента. *Качество и жизнь*. 2021;(2):25–30. <https://doi.org/10.34214/2312-5209-2021-30-2-25-30>
5. Гушин А.В. Методы планирования эксперимента и выбор групп с линейными характеристиками взаимодействия. *Вестник СамГУПС*. 2021;(1):97–103. URL: <https://elck.ru/3SrJjX> (дата обращения: 15.08.2025).
6. Тюльпинова Н.В., Ромашенкова А.А. Прогнозирование параметров качества процесса кислородной резки металла методами теории планирования эксперимента. *Современные материалы, техника и технологии*. 2020;(3):71–77. <https://elibrary.ru/xghms0>
7. Фомченков А.О., Бонадысев К.О. Применение полного факторного эксперимента в анализе сложных линейных цепей. *Устойчивое развитие науки и образования*. 2020;(10):157–163. <https://elibrary.ru/jwwvok>
8. Хецуриани Е.Д., Хецуриани Т.Е., Бондаренко В.Л., Ларин Д.С. Экспериментальные технологии по защите водоприемников речных водозаборов от занесения донными наносами. *Биосферная совместимость: человек, регион, технологии*. 2020;(2):82–92. <https://elibrary.ru/bdsqgk>

9. Русакова Г.Г., Лебедь Н.И., Тронеv С.В., Цыбенко А.Ф. Оптимизация режимно-конструктивных параметров автоматизированной барабанной сушилки. *Известия Волгоградского государственного технического университета*. 2020;(1):73–76. <https://elibrary.ru/tzozdv>
10. Румянцев М.И., Колыбанов А.Н. Второе упрощение расчета деформации валков и профиля полосы при прокатке в клетки кварто с применением методики планирования эксперимента. *Калибровочное бюро*. 2019;(14):11–15. URL: <https://passdesign.ru/journal/number14> (дата обращения: 15.08.2025).
11. Маслов Г.Г., Палапин А.В., Юдина Е.М., Цыбулевский В.В., Лаврентьев В.П. Оптимизация параметров и режимов работы зубопружинной бороны. *Известия Оренбургского государственного аграрного университета*. 2020;(85):117–121. URL: <https://orensau.ru/ru/nauka/izvestiya-orenburgskogo-gau> (дата обращения: 17.08.2025).
12. Попов А.А. Алгоритмы построения дискретных приближенно Q-оптимальных планов эксперимента при активной идентификации регрессионных моделей многофакторных систем. *Системы анализа и обработки данных*. 2024;2(94):55–68. <https://doi.org/10.17212/2782-2001-2024-2-55-68>
13. Попов А.А. Алгоритмы построения дискретных A-оптимальных планов эксперимента при активной идентификации регрессионных моделей многофакторных систем. *Системы анализа и обработки данных*. 2022;(2):39–54. <https://doi.org/10.17212/2782-2001-2024-2-55-68>
14. Химченко А.В., Оробинский В.И., Остриков В.В., Григорьев Е.А. Планирование эксперимента для определения зависимости изменения щелочного числа моторного масла от эксплуатационных факторов в пределах одного срока замены. *Наука в центральной России*. 2024;(5):94–104. <https://doi.org/10.35887/2305-2538-2024-5-94-104>
15. Тургунбаев М.С. Статистический анализ результатов резания дисперсного грунта с каменистым включением режущим инструментом землеройной машины. *Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана*. 2023;(5):27–31. <https://doi.org/10.26104/NNTIK.2023.68.15.006>
16. Chupshv A., Kononov V., Fomina M. Optimization in Work Modeling of a Mixer. *Journal of Physics*. In: “Virtual Simulation, Prototyping and Industrial Design 2017”: IV International Scientific and Practical Conference. Tambov: Institute of Physics Publishing; 2018. Article no. 012010. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1084/1/012010>
17. Солонщиков П.Н. Обоснование конструкции и размеров рабочего колеса установки для приготовления жидких кормовых смесей. *Вестник НГИЭИ*. 2021;(2):17–26. <https://doi.org/10.24412/2227-9407-2021-2117-17-26>
18. Булатов С.Ю., Пронин А.Н. Результаты исследований шнекового дозатора сухих сыпучих компонентов комбикорма. *Аграрная наука Евро-Северо-Востока*. 2024;25(1):123–133. <https://doi.org/10.30766/2072-9081.2024.25.1.123-133>
19. Соколов П.Э., Бажуков Д.М., Солев Д.И., Карапузов В.И. Оптимизация состава гипсоцементно-пуццоланового вяжущего методом планирования эксперимента. *Инженерный вестник Дона*. 2024;(1):290–304. URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2024/8940> (дата обращения: 24.08.2025).
20. Кадыров А.С., Сарсембеков Б.К., Кукешева А.Б. Планирование эксперимента по очистке выхлопных газов ультразвуком. *Вестник СибАДИ*. 2021;18(1):86–95. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2021-18-1-86-95>
21. Shen Q., Zhou F., Wang Y., Tang Sh., Zhang P. Study on the Design of a Water Dispenser for Visually Impaired Families. *Sustainability*. 2022;14(4):2081. <https://doi.org/10.3390/su14042081>
22. Li S., Zeng C., Peng R., Ma Sh. Development of an Automatic Pellet Dispenser for Forelimb Grasping Experiments in Rodents. In: ICBEA '22: Proceedings of the 6th International Conference on Biomedical Engineering and Applications. New York: Association for Computing Machinery; 2022. p. 27–31. <https://doi.org/10.1145/3543081.3543086>
23. Jianjian T., Haitao L., Yuefeng D., Enrong M., Yunyi G., Xinjian L. Simulation Analysis on the Performance of Splitting and Picking Devices of Corn Harvester. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;62(3):69–78. <https://doi.org/10.35633/inmateh-62-07>

24. Juraeva M., Kang D.-J. Optimal Combination of Mixing Units Using the Design of Experiments Method. *Micromachines*. 2021;12(8):985. <https://doi.org/10.3390/mi12080985>
25. Jianjian T., Haitao L., Yuefeng D., Enrong M., Junnan Z., Xinjian L. Rapid Design of Maize Ear Harvester Header Based on Knowledge Engineering. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;61(2):263–272. <https://doi.org/10.35633/inmateh-61-29>
26. Manz P., Eich T., Grover O. The Power Dependence of the Maximum Achievable H-Mode and (Disruptive) L-Mode Separatrix Density in ASDEX Upgrade. *Nuclear Fusion*. 2023. Article no. 076026. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/acd9db>
27. Park S., Kang S., Yoon H.Ja. Power Factor of One Molecule Thick Films and Length Dependence. *ACS Central Science*. 2019;(5):1975–1982. <https://doi.org/10.1021/acscentsci.9b01042>
28. Parra-Murillo C.A., Santos M.F., Monken C.H., Jorio A. Power Dependence of Klyshko's Stokes-Anti-Stokes Correlation in the Inelastic Scattering of Light. *Preprint*. 2015. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1503.01518>
29. Zhang H.J., Xu C.B., Liu S.X., Jiang H., Liu X., Wang J.X. Parameter Optimization and Experiment of Orchard Double Row Ditching-Fertilizing Machine. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;62(3):9–18. <https://doi.org/10.35633/inmateh-62-01>
30. Xue J., Wu P., Su H., Zhang Y., Zhang H. Experimental Research on Comprehensive Performance of Coupled Muffler Based on Split-Stream Rushing Principle. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;62(3):29–38. <https://doi.org/10.35633/inmateh-61-03>
31. Ji Z., Zhang Y., Gan M., Fan X., Chen X., Huang X. Importance of Intensive Mixing on Sintering with Fine-Grained Iron Ore Materials: Characterization and Function Mechanism. *Journal of Materials Research and Technology*. 2020;9(6):14443–14453. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2020.10.044>
32. Hevko R.B., Tkachenko I.G., Khomyk N.I., Gumeniuk Y.P., Flonts I.V., Gumeniuk O.O. Determination of Technical-and-Economic Indices of Root Crops Conveyer-Separator During their Motion on Curved Path. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;61(2):175–182. <https://doi.org/10.35633/inmateh-61-19>
33. Kupreenko A.I., Isaev Kh.M., Kuznetsov Yu.A., Mikhailichenko S.M., Kravchenko I.N., Kalashnikova L.V. Modeling of mobile TMR mixer operation. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;61(2):193–198. <https://doi.org/10.35633/inmateh-61-21>

## REFERENCES

1. Egoshin V.L., Savvina N.V., Grzhibovsky A.M. Principal Components Analysis and Factor Analysis in R. *West Kazakhstan Medical Journal*. 2020;(1):6–14. (In Russ., abstract in Eng.) <https://elibrary.ru/gfcmwd>
2. Vlasov A.B. [Factor Analysis of the Diagnostic Model of Thermal Imaging Inspection of High-Voltage Bushings]. *Vestnik of MSTU. Scientific journal of Murmansk State Technical University*. 2004;7(3):429–436. (In Russ.) Available at: <https://vestnik.mauuniver.ru/show.shtml?art=403> (accessed 25.07.2025).
3. Mazurkin P.M. [Factor Analysis of Taxation Indicators of Siberian Pine Forests of Different Ages]. *Advances in Current Natural Sciences*. 2009;(12):41–48. (In Russ.) Available at: <https://natural-sciences.ru/ru/article/view?id=14065> (accessed 25.07.2025).
4. Bakenova A.A., Kuanysheva D.G., Plotnikova I.V., Redko L.A., Yanushevskaya M.N. Study of the Factors that Have the Greatest Impact on the Quality of the Object Based on the Planning of the Experiment. *Quality and Life*. 2021;(2):25–30. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.34214/2312-5209-2021-30-2-25-30>
5. Gushchin A.V. Experimental Planning Methods and Group Selection with Linear Interaction Characteristics. *Vestnik PrivGUPS*. 2021;(1):97–103. (In Russ., abstract in Eng.) Available at: <https://clck.ru/3SrJjX> (accessed 15.08.2025).
6. Tyulpinova N.V., Romashenkova A.A. Forecasting the Quality Parameters of Oxygen Cutting by Design of Experiments. *Modern Materials, Equipment and Technologies*. 2020;(3):71–77. (In Russ., abstract in Eng.) <https://elibrary.ru/xghmso>

7. Fomchenkov A.O., Bonadysev K.O. Application of a Full Factorial Experiment in the Analysis of Complex Linear Circuits. *Ustojchivoe razvitie nauki i obrazovaniya*. 2020;(10):157–163. (In Russ., abstract in Eng.) <https://elibrary.ru/jwwvok>
8. Khetsuriani E.D., Khetsuriani T.E., Bondarenko V.L., Larin D.S. Experimental Technologies for Protection of River Water Intakes from Sediment Deposition. *Biosfernaya sovmestimost': chelovek, region, tekhnologii*. 2020;(2):82–92. (In Russ., abstract in Eng.) <https://elibrary.ru/bdsqgk>
9. Rusakova G.G., Lebed N.I., Tronev S.V., Tsybenko A.F. Optimization of Mode Constructive Parameters Automated Drum Dryer. *Izvestia Volgograd State Technical University*. 2020;(1):73–76. (In Russ., abstract in Eng.) <https://elibrary.ru/tzozdv>
10. Rumyantsev M.I., Kolybanov A.N. Second Simplification of Calculation of the Deformation of Rolls and Strip Profile for Rolling in the Four-High Strip Mill with the Experimental Planning. *Kalibrovochnoe byuro*. 2019;(14):11–15. (In Russ., abstract in Eng.) Available at: <https://passdesign.ru/journal/number14> (accessed 15.08.2025).
11. Maslov G.G., Palapin A.V., Yudina E.M., Tsybulevsky V.V., Lavrentyev V.P. Optimization of Parameters and Operating Modes of the Spring-Tooth Harrow. *Izvestia Orenburg State Agrarian University*. 2020;(5):117–121. (In Russ., abstract in Eng.) Available at: <https://orensau.ru/ru/nauka/izvestiya-orenburgskogo-gau> (accessed 17.08.2025).
12. Popov A.A. Algorithms for Constructing Discrete Approximate Q-Optimal Experimental Designs with Active Identification of Regression Models of Multifactor Systems. *Analysis and Data Processing Systems*. 2024;(94):55–68. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.17212/2782-2001-2024-2-55-68>
13. Popov A.A. Algorithms for Constructing Discrete A-Optimal Experiment Designs in Active Identification of Regression Models of Multifactor Systems. *Analysis and Data Processing Systems*. 2022;(2):39–54. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.17212/2782-2001-2024-2-55-68>
14. Khimchenko A.V., Orobinsky V.I., Ostrikov V.V., Grigorev E.A. Design of Experiment for Determine the Dependence of Change in the Alkaline Number of Motor Oil on Operating Factors within One Replacement Period. *Science in the Central Russia*. 2024;(5):94–104. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.35887/2305-2538-2024-5-94-104>
15. Turgunbaev M.S. Statistical Analysis of the Results of Cutting of Dispersed Soil with Stony Inclusion by the Cutting Tool of an Earthmoving Machine. *Nauka, novye tekhnologii i innovacii Kyrgyzstana*. 2023;(5):27–31. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.26104/NNTIK.2023.68.15.006>
16. Chupshev A., Konovalov V., Fomina M. Optimization in Work Modeling of a Mixer. *Journal of Physics*. In: “Virtual Simulation, Prototyping and Industrial Design 2017”: IV International Scientific and Practical Conference. Tambov: Institute of Physics Publishing; 2018. Article no. 012010. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1084/1/012010>
17. Solonshchikov P.N. Justification of the Design and Sizes of the Impeller of the Unit for The Preparation of Liquid Forage Mixtures. *Bulletin of NGIEI*. 2021;(2):17–26. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.24412/2227-9407-2021-2117-17-26>
18. Bulatov S.Yu., Pronin A.N. Research Results of the Screw Dispenser of Dry Bulk Feed Components. *Agricultural Science Euro-North-East*. 2024;25(1):123–133. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.30766/2072-9081.2024.25.1.123-133>
19. Sokolov P.E., Bazhukov D.M., Solev D.I., Karapuzov V.I. Optimization of Gypsum-Cementpozzolana Binding Agent Composition Through Designing an Experiment. *Engineering Journal of Don*. 2024;(1):290–304. (In Russ., abstract in Eng.) Available at: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2024/8940> (accessed 24.08.2025).
20. Kadyrov A.S., Sarsembekov B.K., Kukisheva A.B. Planning an Experiment for Cleaning Exhaust Gases with Ultrasound. *Vestnik SibADI*. 2021;18(1):86–95. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2021-18-1-86-95>
21. Shen Q., Zhou F., Wang Y., Tang Sh., Zhang P. Study on the Design of a Water Dispenser for Visually Impaired Families. *Sustainability*. 2022;14(4):2081. <https://doi.org/10.3390/su14042081>
22. Li S., Zeng C., Peng R., Ma Sh. Development of an Automatic Pellet Dispenser for Forelimb Grasping Experiments in Rodents. In: ICBEA '22: Proceedings of the 6th International Conference

- on Biomedical Engineering and Applications. New York: Association for Computing Machinery; 2022. pp. 27–31. <https://doi.org/10.1145/3543081.3543086>
23. Jianjian T., Haitao L., Yuefeng D., Enrong M., Yunyi G., Xinjian L. Simulation Analysis on the Performance of Splitting and Picking Devices of Corn Harvester. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;62(3):69–78. <https://doi.org/10.35633/inmateh-62-07>
  24. Juraeva M., Kang D.-J. Optimal Combination of Mixing Units Using the Design of Experiments Method. *Micromachines*. 2021;12(8):985. <https://doi.org/10.3390/mi12080985>
  25. Jianjian T., Haitao L., Yuefeng D., Enrong M., Junnan Z., Xinjian L. Rapid Design of Maize Ear Harvester Header Based on Knowledge Engineering. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;61(2):263–272. <https://doi.org/10.35633/inmateh-61-29>
  26. Manz P., Eich T., Grover O. The Power Dependence of the Maximum Achievable H-Mode and (Disruptive) L-Mode Separatrix Density in ASDEX Upgrade. *Nuclear Fusion*. 2023. Article no. 076026. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/acd9db>
  27. Park S., Kang S., Yoon H.Ja. Power Factor of One Molecule Thick Films and Length Dependence. *ACS Central Science*. 2019;(5):1975–1982. <https://doi.org/10.1021/acscentsci.9b01042>
  28. Parra-Murillo C.A., Santos M.F., Monken C.H., Jorio A. Power Dependence of Klyshko's Stokes-Anti-Stokes Correlation in the Inelastic Scattering of Light. *Preprint*. 2015. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1503.01518>
  29. Zhang H.J., Xu C.B., Liu S.X., Jiang H., Liu X., Wang J.X. Parameter Optimization and Experiment of Orchard Double Row Ditching-Fertilizing Machine. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;62(3):9–18. <https://doi.org/10.35633/inmateh-62-01>
  30. Xue J., Wu P., Su H., Zhang Y., Zhang H. Experimental Research on Comprehensive Performance of Coupled Muffler Based on Split-Stream Rushing Principle. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;62(3):29–38. <https://doi.org/10.35633/inmateh-61-03>
  31. Ji Z., Zhang Y., Gan M., Fan X., Chen X., Huang X. Importance of Intensive Mixing on Sintering with Fine-Grained Iron Ore Materials: Characterization and Function Mechanism. *Journal of Materials Research and Technology*. 2020;9(6):14443–14453. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2020.10.044>
  32. Hevko R.B., Tkachenko I.G., Khomyk N.I., Gumeniuk Y.P., Flonts I.V., Gumeniuk O.O. Determination of Technical-and-Economic Indices of Root Crops Conveyer-Separator During their Motion on Curved Path. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;61(2):175–182. <https://doi.org/10.35633/inmateh-61-19>
  33. Kupreenko A.I., Isaev Kh.M., Kuznetsov Yu.A., Mikhailichenko S.M., Kravchenko I.N., Kalashnikova L.V. Modeling of Mobile TMR Mixer Operation. *INMATEH – Agricultural Engineering*. 2020;61(2):193–198. <https://doi.org/10.35633/inmateh-61-21>

Об авторах:

**Коновалов Владимир Викторович**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры технологии машиностроения Пензенского государственного технологического университета, (440039, Российская Федерация, г. Пенза, пр. Байдукова, ул. Гагарина, д. 1а/11), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5011-5354>, Researcher ID: P-7520-2018, Scopus ID: 57193789361, [konovalov-penza@rambler.ru](mailto:konovalov-penza@rambler.ru)

**Моисеев Александр Владимирович**, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой математики и физики Пензенского государственного технологического университета, (440039, Российская Федерация, г. Пенза, пр. Байдукова, ул. Гагарина, д. 1а/11), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9534-2465>, Researcher ID: AAF-8891-2019, Scopus ID: 15731404900, [moigus@mail.ru](mailto:moigus@mail.ru)

**Зайцев Владимир Юрьевич**, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой технологии машиностроения Пензенского государственного технологического университета, (440039, Российская Федерация, г. Пенза, пр. Байдукова, ул. Гагарина, д. 1а/11), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6230-0856>, Researcher ID: Q-2601-2018, Scopus ID: 57204113621, [vruzai@gmail.com](mailto:vruzai@gmail.com)

**Донцова Марина Владимировна**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технологии машиностроения Пензенского государственного технологического университета

*Technologies, machinery and equipment*

ситета, (440039, Российская Федерация, г. Пенза, пр. Байдукова, ул. Гагарина, д. 1а/11), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2915-0881>, Researcher ID: N-3708-2018, Scopus ID: 57216627822, dontmv@mail.ru

*Вклад авторов:*

В. В. Коновалов – формулирование замысла идеи исследования, целей и задач; контроль, лидерство и наставничество в процессе планирования и проведения исследования.

А. В. Моисеев – применение статистических, математических, вычислительных или других формальных методов для анализа или синтеза данных исследования.

В. Ю. Зайцев – разработка или проектирование методологии исследования; создание компьютерных моделей.

М. В. Донцова – создание и подготовка рукописи: визуализация результатов исследования и полученных данных.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

*Поступила в редакцию 21.05.2025; поступила после рецензирования 22.12.2025; принята к публикации 09.02.2026*

*About the authors:*

**Vladimir V. Konovalov**, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Professor of the Department of Mechanical Engineering Technology, Penza State Technological University (1a/11 Gagarin St., Baidukova Ave., Penza 440039, Russian Federation), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5011-5354>, Researcher ID: P-7520-2018, Scopus ID: 57193789361, konovalov-penza@rambler.ru

**Alexander V. Moiseev**, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the Department of Mathematics and Physics, Penza State Technological University (1a/11 Gagarin St., Baidukova Ave., Penza 440039, Russian Federation), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9534-2465>, Researcher ID: AAF-8891-2019, Scopus ID: 15731404900, moigus@mail.ru

**Vladimir Yu. Zaitsev**, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the Department of Mechanical Engineering Technology, Penza State Technological University (1a/11 Gagarin St., Baidukova Ave., Penza 440039, Russian Federation), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6230-0856>, Researcher ID: Q-2601-2018, Scopus ID: 57204113621, vluzai@gmail.com

**Marina V. Dontsova**, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mechanical Engineering Technology, Penza State Technological University (1a/11 Gagarin St., Baidukova Ave., Penza 440039, Russian Federation), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2915-0881>, Researcher ID: N-3708-2018, Scopus ID: 57216627822, dontmv@mail.ru

*Authors contribution:*

V. V. Konovalov – ideas; formulation or evolution of overarching research goals and aims; oversight and leadership responsibility for the research activity planning and execution, including mentorship external to the core team.

A. V. Moiseev – application of statistical, mathematical, computational, or other formal techniques to analyse or synthesize study data.

V. Yu. Zaitsev – development or design of methodology; creation of computer models.

M. V. Dontsova – preparation, creation and or presentation of the published work, specifically visualization data presentation.

*All authors have read and approved the final manuscript.*

*Submitted 21.05.2025; revised 22.12.2025; accepted 09.02.2026*