

## Математическая модель нестационарного процесса компрессионного формования пластин из гранулята термопластичных композитов

**В. Н. Водяков, А. М. Кузьмин\*, В. В. Кузнецов**  
ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Россия)

\**kuzmin.a.m@yandex.ru*

*Введение.* Математическое моделирование позволяет, минуя дорогостоящие и длительные эксперименты, назначить оптимальные параметры процесса компрессионного формования пластин и рассчитать размеры пресс-формы, обеспечивающие требуемую точность отпрессовки. Недостатками известных моделей являются допущения об изотермичности процесса, независимости теплофизических коэффициентов от температуры. В моделях не учтена зависимость давления в полости пресс-формы от истечения избытка расплава, не поставлена задача расчета размеров формирующей полости при заданных размерах пластины. Известные модели не дают полного описания всех стадий процесса. Целью настоящего исследования является разработка математической модели компрессионного формования пластин из гранулята высоконаполненных термопластичных композитов, не содержащей указанных недостатков.

*Материалы и методы.* В статье на основе анализа особенностей процесса компрессионного формования пластин из гранулята термопластичных полимерных композитов предлагается нестационарная математическая модель, учитывающая изменение физических состояний и зависимость теплофизических характеристик композитов от температуры. Данная модель базируется на известных уравнениях теплофизики и механики сплошной среды.

*Результаты исследования.* Для трех стадий процесса определены начальные и граничные условия, реологические уравнения, системы уравнений материального, теплового и силового баланса, определены задачи расчета. В связи с тем, что полученная система уравнений не имеет аналитического решения, была разработана программа итерационного численного расчета. Сходимость с коэффициентом корреляции 0,976 экспериментальных и теоретических результатов подтверждает адекватность разработанной математической модели и программы расчета.

*Обсуждение и заключения.* Разработанная математическая модель и программа расчета позволяют исходя из конструкции пресс-формы, требуемых геометрических размеров пластины, температурных функций реологических и теплофизических характеристик композиции рассчитать размеры формирующей полости, массу исходного гранулята, технологические потери, а также временные функции давления и температуры, усилие прессования и длительность процесса по стадиям. Это позволяет снизить финансовые и временные затраты при производстве новых изделий и при анализе причин брака на существующем производстве.

**Ключевые слова:** компрессионное формование, пластина, термопластичный композит, математическая модель, теплофизические характеристики, реологические характеристики

**Для цитирования:** Водяков В. Н., Кузьмин А. М., Кузнецов В. В. Математическая модель нестационарного процесса компрессионного формования пластин из гранулята термопластичных композитов // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 4. С. 530–545. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.530-545



## A Mathematical Model for the Non-Stationary Process of Compression Molding of Plates from Granulate of Thermoplastic Composites

V. N. Vodyakov, A. M. Kuzmin\*, V. V. Kuznetsov

National Research Mordovia State University (Saransk, Russia)

\*kuzmin.a.m@yandex.ru

*Introduction.* Mathematical modeling allows assigning optimal parameters for the process of compression molding of plates and calculating the dimensions of the mold without costly and long-term experiments. The options ensure the required precision of pressing. The disadvantages of the known models are the assumptions about the process isothermicity and independence of the thermal-physical coefficients from temperature. The models do not take into account the dependence of the pressure in the cavity of the mold on the excess of the melt; the problem of calculating the dimensions of the mold cavity for given plate dimensions is not posed. The known models do not give a complete description of all stages of the process. The aim of this paper is to develop a perfect mathematical model without limitations for the compression molding of plates from a granulate of highly filled thermoplastic composites.

*Materials and Methods.* The paper proposes a non-stationary mathematical model. The model takes into account the presence of physical states transitions and dependence of the thermophysical characteristics of composites on temperature. The model is based on the known equations of thermal physics and continuum mechanics.

*Results.* Initial and boundary conditions, rheological equations, systems of equations for the material, thermal, and power balance are determined for three stages of the process. The calculation problems are determined too. A program of iterative numerical calculation has been developed because of the resulting system of equations has no analytical solution. A convergence of experimental and theoretical results with the correlation coefficient confirms the adequacy of the developed mathematical model and the calculation program.

*Discussion and Conclusions.* The results of the study allow calculating the dimensions of the mold cavity, the initial granulate required mass, technological losses, the time functions of pressure and temperature, the pressing force and the duration of the process. It promotes to reduce financial and time costs in manufacturing new products. The findings of this study have an important implication for analyzing the defect causes in production.

**Keywords:** compression molding, plate, thermoplastic composite, mathematical model, thermophysical characteristics, rheological characteristics

**For citation:** Vodyakov V. N., Kuzmin A. M., Kuznetsov V. V. Mathematical Model for the Non-Stationary Process of Compression Molding Plates from Granulate of Thermoplastic Composites. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2017: 27(4):530–545. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.530-545

### Введение

Одним из традиционных методов переработки высоконаполненных полимерных композиций является компрессионное формование<sup>1-2</sup>, заключающееся в пластической деформации материала при действии на него температуры и давления и последующей фиксации

формы изделия. Метод широко применяется также при переработке композиционных материалов с металлической и керамической матрицей.

С точки зрения технологии компрессионного формования, надежность полимерного изделия в эксплуатации определяется прежде всего

<sup>1</sup> Производство изделий из полимерных материалов : учеб. пособие / В. К. Крыжановский [и др.]. СПб. : Профессия, 2008. 464 с.

<sup>2</sup> Современные технологии получения и переработки полимерных и композиционных материалов : учеб. пособие / В. Е. Галыгин [и др.]. Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. 180 с.

однородностью его структуры и значениями физико-механических характеристик, а также точностью размеров, которые, в свою очередь, зависят от величины усадки полимера, конструкции пресс-формы, соотношения масс детали и заготовки, геометрии последней и технологических параметров ведения процесса (температуры и длительности нагрева заготовки и охлаждения сформованного изделия, давления формования и др.). Это определяет необходимость развития теории процессов компрессионного формования, в частности, из гранулята термопластичных композитов.

Целью исследования является разработка математической модели компрессионного формования плит из гранулята высоконаполненных термопластичных композитов, позволяющей на стадии проектирования технологического процесса и формующей оснастки рассчитывать комплекс оптимальных параметров, обеспечивающих получение высококачественных изделий.

### Обзор литературы

Ранее в научных работах [1–2] были предложены неизотермические и нестационарные математические модели компрессионного формования эластомерных композиций с реологическими свойствами, описываемыми степенной зависимостью. При разработке данных моделей были приняты допущения о соответствии размеров сплошной заготовки размерам формующей полости и независимости теплофизических характеристик композиции от температуры. Модель позволяет рассчитать методом конечных элементов изменение температуры композиции и давления в полости пресс-формы в течение времени формования, учитывает истечение избытка расплава в облой вследствие температурного расширения.

В работе [3] приводится более совершенная модель компрессионного формования, позволяющая рассчитывать методом конечных элементов параметры процесса при произвольной конфигурации упруговязкой сплошной заготовки с реологическим поведением, описываемым моделью А. И. Леонова [4]. Недостатком модели является допущение о независимости теплофизических характеристик композиции от температуры.

В работах [5–6] предложена математическая модель объемного прессования плит из дисперсной термопластичной заготовки, реологические свойства которой описываются моделью упруго-пластичного тела. Для расчета теплопроводности использована теория обобщенной проводимости Г. Н. Дульнева<sup>3</sup>. Модель позволяет описать стадии сжатия пористой заготовки, ее нагрева и охлаждения сформованной плиты. Однако в цитируемых работах отсутствуют сведения о методе реализации модели, включающей более 30 уравнений, и проверке ее адекватности.

В ранних работах Б. Д. Руденко [7–8] исследовано влияние содержания полимерного связующего, а также вида и влажности древесного наполнителя на упруго-прочностные характеристики древесно-полимерных плит, получаемых методом компрессионного формования. К недостаткам работы следует отнести отсутствие сведений о влиянии технологических параметров формования (температуры, давления и длительности процесса) на указанные характеристики.

В более поздних работах указанного автора [9–11] поставлена задача построения математической модели процесса компрессионного формования древесно-полимерных плит, которая основывается на уравнениях переноса

<sup>3</sup> Дульнев Г. Н., Новиков В. В. Процессы переноса в неоднородных средах. Л.: Энергоатомиздат, 1991. 248 с.



энергии в композиционном материале, отверждения полимерной матрицы и термовязкоупругости. Достоинством работы [12] является то, что в ней сформулирован критерий завершения процесса прессования, в качестве которого выбрана энергия деформирования при прессовании. Недостаток – отсутствие описания методов реализации предлагаемой модели и проверки ее адекватности.

В работе [13] сформулированы общие подходы к решению задачи построения корректной математической модели плоского горячего прессования композиционных материалов на древесных наполнителях. Отмечается, что адекватная математическая модель должна содержать уравнения, описывающие изменение в течение прессования давления, температуры, степени отверждения связующего, влажности, плотности, коэффициентов теплопроводности, теплоемкости и проницаемости наполнителя. Подчеркивается важность установления условий формирования адгезионной и когезионной прочности композита в процессе прессования. При этом в работе отсутствуют данные об используемом в модели реологическом уравнении и методах решения предлагаемой системы уравнений.

Основная задача, которой посвящена работа [14], состоит в методике определения реологического уравнения для описания деформационного поведения древесно-стружечных плит на основе экспериментальных данных и теоретических расчетов. Предполагается, что в любой момент времени общая деформация является суммой четырех составляющих – упругой, вязкой или упруго запаздывающей, остаточной и температурно-влажностной. Приводится система урав-

нений, количественно описывающих реологические свойства древесного композита.

В работе [15] построена изотермическая конечно-элементная модель прессования (твердофазного формования) высоконаполненных полимерных систем при температуре ниже температуры плавления. Авторами показана возможность использования для описания реологического поведения подобных систем степенного уравнения Оствальда. Из анализа кривых формования следует, что твердофазное компрессионное прессование высоконаполненных полимерных композиций представляет собой сложный процесс комбинации течения и уплотнения наполненного материала.

Таким образом, общим недостатком процитированных работ является отсутствие сведений о методах реализации разработанных математических моделей и проверки их адекватности. Кроме того, в моделях не учтена зависимость давления в полости пресс-формы от истечения избытка расплава в облой, не поставлена задача расчета размеров формирующей полости при заданных размерах изделия с учетом компрессионной и термической составляющих его усадки. Перечисленные модели также не содержат полного описания всех стадий процесса.

#### **Материалы и методы**

В представленной математической модели для решения задачи построения нестационарного температурного поля в плитах пресс-формы и формируемом полимерном композите, характеризующемся изменением физических состояний и зависимостью коэффициента температуропроводности от температуры, использовано решение А. В. Лыкова<sup>4</sup> для задачи нагрева (охлаждения) полуограниченной пластины из мате-

<sup>4</sup> Лыков А. В. Теория теплопроводности. М. : Высшая школа, 1967. 600 с.

риала с постоянными теплофизическими коэффициентами при переносе тепла теплопроводностью. Для учета температурной зависимости теплофизических коэффициентов полимерного композита разработана итерационная процедура, реализованная в программе Simulation Molding Plates<sup>5</sup>. Для расчета температурных функций теплофизических коэффициентов композитов, состоящих из полимерной матрицы, наполнителей и модификаторов с известными коэффициентами, использована теория Г. Н. Дульнева. Для описания изменения давления в полости пресс-формы на стадиях нагрева композиции и охлаждения готового изделия использовано модифицированное уравнение Ван-дер Ваальса<sup>6</sup>.

### Результаты исследования

Анализ экспериментальных результатов показывает, что процесс компрессионного формования пластин из гранулята композиционных материалов в пресс-форме закрытого типа (рис. 1) является нестационарным и неизотермическим и может быть разделен на три принципиально различающиеся стадии.

На *первой стадии* (сжатия гранулята длительностью  $t_1$ ) навеска гранулята с начальной температурой  $T$  и массой на 3–5 % большей массы формируемой пластины засыпается в полость раскрытой пресс-формы, предварительно нагретой до температуры формования  $T_{\text{ф}} = (1,10-1,20) T_{\text{вт}}$ , где  $T_{\text{вт}}$  – температура прехода формируемого материала

в вязкотекучее состояние. Гранулят из-за порозности занимает в пресс-форме высоту  $h_{\text{п0}}$  (рис. 1, а). В момент времени  $t = 0$  к плунжеру 4 прикладывается усилие прессования  $F_{\text{п}}$ , приводящее к замыканию пресс-формы с созданием напряжений  $\sigma$  на контактных площадках и уплотнению гранулята при давлении  $p_c$ . При этом воздух из пресс-формы отжимается через каналы 2 и зазор 3 в атмосферу, а контактирующая с пресс-формой поверхность гранулята принимает температуру пресс-формы  $T_{\text{ф}}$ . Стадия заканчивается в момент  $t = t_1$ , когда значение порозности гранулята  $\varepsilon$  становится равным 0 (рис. 1, б).

На начальном этапе *второй стадии* (нагрева и формования расплава длительностью  $t_2$ ) до момента  $t < (t_1 + t_2)$  происходит нагрев гранулята со скоростью, определяемой величиной коэффициента теплопроводности сжатого гранулята  $a_3(T)$ , с образованием переменного температурного поля  $T_3(t, z)$ .

При достижении температуры  $T_{\text{вт}}$  фазового перехода композиции в вязкотекучее состояние в областях, прилегающих к поверхности плунжера и матрицы, начинается образование расплава 8 (рис. 1, в). С течением времени нагрева происходят перемещение фронта расплава, определяемого координатой  $z_1(t)$ , и снижение толщины гранулята. В момент времени  $t < (t_2 + t_1)$  весь объем гранулята переходит в расплавленное состояние.

<sup>5</sup> Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2016616976. Программа расчета нестационарного процесса компрессионного формования изделий из гранулята полимерных материалов «Simulation molding plates». / В. Н. Водяков, В. В. Кузнецов, А. М. Кузьмин; заявитель и правообладатель ФГБОУ ВПО «МГУ им. Н.П. Огарева». № 2016612739; заявл. 29.03.2016; опубл. 22.06.2016. Реестр программ для ЭВМ. 1 с.

<sup>6</sup> Водяков В. Н. Математическое моделирование процессов формирования и нагружения эластомерных уплотнителей автотракторной техники. Саранск : Изд-во Мордов. ун-та, 2005. 216 с.



Вследствие температурного расширения часть расплава с остатками воздушных включений при давлении  $p(t)$  вытекает наружу через зазор 3 и щелевые каналы 2, образуя облой (грат) 10, подлежащий удалению при обработке пластины.

Стадия заканчивается в момент  $t = (t_2 + t_1)$ , отвечающий достижению в плоскости симметрии расплава температуры  $(T_p)_{z=0} \geq 0,97T_{\phi}$ . Величина конечного давления  $p_k$  в полости пресс-формы определяется величиной гидродинамического сопротивления каналов 2 и 3 истечению избытка расплава.

На *третьей стадии* (охлаждения сформованного расплава длительностью  $t_3$ ) пресс-форма устанавливается между плитами охладителя и сжимается усилием  $F_n$ , верхняя плоскость пуансона принимает при этом температуру  $T_{\text{охл}}$ .

В течение времени охлаждения текущая температура плунжера и матрицы пресс-формы изменяется в диапазоне  $T_{\text{охл}} \leq T_{\text{нф}}(z, t) \leq T_{\phi}$ . При снижении температуры пресс-формы до температуры стеклования расплава  $T_{\text{ст}}$  в момент времени  $t > (t_1 + t_2)$  слои, прилегающие к плоскостям матрицы и плунжера, переходят в стеклообразное (рис. 1, д). При этом давление в полости пресс-формы в течение времени охлаждения также непрерывно снижается по некоторому закону  $p(t)$ .

Стадия заканчивается в момент времени  $t = (t_1 + t_2 + t_3)$  (рис. 1, е), отвечающий переходу всего объема расплава в стеклообразное состояние и снижению температуры в плоскости симметрии до температуры  $(T_n)_{z=0} \leq 1,5 T_{\text{охл}}$ , исключаяющей температурную деформацию (коробление) сформованного изделия. Толщина  $h_n$  и другие размеры изделия определяются значением линейной усадки, зависящей от разности температурных коэффициентов линейного расширения металла пресс-формы и композита, температур

$T_{\phi}$  и  $T_n$ , значений давления формования  $p_{\phi}$  и объемного модуля упругости расплава.

При описании *первой стадии* можно пренебречь нагревом композиции из-за кратковременности процесса. Задачами расчета являются определение: требуемого давления сжатия гранулята  $p_c$ ; массы гранулята  $m_r$  для формования пластины заданных размеров  $A_n \times h_n$  ( $A_n$  – площадь изделия (пластины),  $h_n$  – его высота); объема полости пресс-формы  $V_{n0}$  под навеску гранулята; размеров формующей полости с учетом усадки пластины после охлаждения; хода плунжера  $S_0$ .

Стадия протекает при усилии (Н):

$$F_n \approx 1,2p_{2\text{max}}S_{\text{фп}}, \quad (1)$$

где  $p_{2\text{max}}$  – максимальное давление в формующей полости на второй стадии процесса, Па;  $S_{\text{фп}}$  – площадь формующей полости, м<sup>2</sup>; 1,2 – коэффициент запаса по усилию пресса.

В соответствии с полученными экспериментальными результатами для древесно-полимерных композитов различного состава давление, при котором достигается нулевое значение порозности в объеме гранулята, может быть описано с коэффициентом корреляции не ниже 0,98 формулой:

$$p_c = p_0 - k_T T_r \text{ [МПа]}, \quad (2)$$

где  $T_r$  – начальная температура гранулята, °С;  $p_0$  – значение давления при  $T_r = 0$ ;  $k_T$  – коэффициент, отражающий влияние температуры на деформируемость гранулята, МПа/°С.

Масса гранулята при известных размерах формующей полости пресс-формы может быть вычислена по следующей формуле:

$$m_r = (V_{\text{фп}} + V_{\text{об}})[1 - \bar{\epsilon}_0]\rho(T) = \frac{V_{\text{фп}}}{v_{2K}(p_{2K}, \bar{T}_{2K})} = \frac{S_{\text{фп}} h_{\text{фп}}}{v_{2K}(p_{2K}, \bar{T}_{2K})} \text{ [кг]}, \quad (3)$$



где  $V_{\text{фп}}$  – объем формующей полости (сомкнутой пресс-формы, рис 1, б), м<sup>3</sup>;  $V_{\text{об}}$  – объем облоя, м<sup>3</sup>;  $\varepsilon_0$  – начальная порозность гранулята;  $\rho(T)$  – плотность гранулята, кг/м<sup>3</sup>;  $v_{2\text{к}}(p_{2\text{к}}, \bar{T}_{2\text{к}})$  – удельный объем расплава и облоя в конце второй стадии процесса, м<sup>3</sup>/кг;  $p_{2\text{к}}, \bar{T}_{2\text{к}}$  – давление (Па) и среднеинтегральная температура (°C) расплава в конце второй стадии;  $h_{\text{фп}}$  – высота формующей полости, м.

Удельный объем расплава и облоя, исходя из модифицированного уравнения Ван-дер Ваальса<sup>6</sup>:

$$v_{2\text{к}}(p_{2\text{к}}, \bar{T}_{2\text{к}}) = \rho^{-1} = \frac{1}{\rho_0} + \frac{R}{M} \left( \frac{273 + \bar{T}_{2\text{к}}}{p_{2\text{к}} + \alpha} - \frac{T_0}{\alpha} \right) \quad (4)$$

где  $T_0 = 293$  – температура приведения, К;  $\rho_0$  – плотность композита при температуре  $T_0$ , кг/м<sup>3</sup>;  $R = 8,314$  – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль К);  $M$ (кг/моль),  $\alpha$ (Па) – константы уравнения Ван-дер Ваальса, подлежащие экспериментальному определению.

Среднеинтегральная температура расплава в конце второй стадии (°C):

$$\bar{T}_{2\text{к}} = \frac{2}{h_{\text{фп}}} \int_0^{h_{\text{фп}}/2} T(z, t_2) dz \quad (5)$$

Высота полости пресс-формы под навеску гранулята (рис. 1, а) с учетом его начальной среднеинтегральной порозности  $\bar{\varepsilon}_0$  при пренебрежении тепловым расширением металла может быть вычислен по следующей формуле:

$$h_{\text{п0}} = \frac{m_i v_i}{(1 - \bar{\varepsilon}_0) S_{\text{фп}}} = \frac{m_{\text{г}}}{(1 - \bar{\varepsilon}_0) S_{\text{фп}}} \quad (6)$$

$$\left[ \frac{1}{\rho_0} + \frac{R}{M\alpha} [(273 + T_{\text{г}}) - T_0] \right],$$

где  $v_i = v(p = 0, \bar{T}_{\text{г}})$  – удельный объем композита при температуре  $\bar{T}_{\text{г}}$  и отсутствии давления.

Ход плунжера пресс-формы (рис. 1, а–б):

$$S_0 = h_{\text{п0}} - h_{\text{фп}} \quad (7)$$

При известных размерах формуемой пластины при температуре 20 °C (рис. 1, е) – толщине  $h_u$  и площади  $A_u = l_x \times l_y$  ( $l_x$  – длина по оси  $x$ ,  $l_y$  – длина по оси  $y$ ) размеры формующей полости пресс-формы с учетом усадки пластины могут быть определены исходя из деформации массива.

Объемная деформация формуемого изотропного массива исходя из выражения (4) будет равна

$$\varepsilon_v \cong \frac{v_{2\text{к}} - v_{3\text{к}}}{v_{3\text{к}}} = \frac{R\bar{T}_{2\text{к}}}{Mv_{3\text{к}}(\alpha + p_{2\text{к}})} - \frac{R\bar{T}_{3\text{к}}}{M\alpha v_{3\text{к}}} \cong \frac{R\rho_0}{M} \left( \frac{273 + \bar{T}_{2\text{к}}}{\alpha + p_{2\text{к}}} - \frac{273 + \bar{T}_u}{\alpha} \right), \quad (8)$$

где  $v_{3\text{к}} \cong v_0 = 1/\rho_0$  – удельный объем изделия (пластины) в конце третьей стадии, м<sup>3</sup>/кг;  $\bar{T}_{3\text{к}} = \bar{T}_u \cong T_0$  – среднеинтегральная температура изделия в конце третьей стадии, К.

На начальном этапе расчета в первом приближении можно принять:

$$\varepsilon_v \approx \frac{R\rho_0}{M} \left( \frac{273 + T_{\text{ф}}}{\alpha + p_c} - \frac{273 + T_0}{\alpha} \right) \quad (9)$$

Малые линейные деформации по координатным осям:

$$\varepsilon_v \approx \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z, \quad \varepsilon_i = \varepsilon_v / 3 \quad (10)$$

Размеры формующей полости пресс-формы в первом приближении:

$$\begin{aligned}
 h_{\text{ФП}} &\cong (1 + \varepsilon_v / 3) h_u; \\
 l_{\text{ФПх}} &\cong (1 + \varepsilon_v / 3) l_x; \\
 l_{\text{ФПy}} &\cong (1 + \varepsilon_v / 3) l_y; \\
 S_{\text{ФП}} &\cong (1 + \varepsilon_v / 3)^2 l_x l_y; \\
 V_{\text{ФП}} &\cong (1 + \varepsilon_v / 3)^3 l_x l_y h_u,
 \end{aligned} \quad (11)$$

где  $l_{\text{ФПх}}$ ,  $l_{\text{ФПy}}$  – размеры формирующей полости в плоскости  $xy$ , м.

Задачами расчета *второй стадии* являются определение функций температурного поля  $T_p(z, T)$ , давления расплава  $p_D(t)$  и длительности стадии  $t_2$ , а также уточнение размеров формирующей полости по формулам (8–11).

Для принятой расчетной схемы формирования пластины, у которой размеры в плоскости  $xy$  существенно больше толщины, тепловой поток может быть одномерным. Пренебрегая диссипативными тепловыделениями из-за относительно малых значений скорости нагружения и давления формирования, уравнение теплового баланса можно представить в виде следующего нелинейного уравнения, в котором зависимость теплофизических коэффициентов композиции от времени обусловлена изменением как температуры, так и физического состояния (образованием расплава)<sup>7</sup>:

$$\begin{aligned}
 \rho(T, t) c_p(T, t) \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} &= \\
 &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda(T, t) \frac{\partial T}{\partial z} \right),
 \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\rho(T, t)$  – плотность среды, кг/м<sup>3</sup>;  $c_p(T, t)$  – удельная теплоемкость, Дж/(кг·К);  $T = f(z, t)$  – температура среды, К;  $\lambda(T, t)$  – коэффициенты теплопроводности, Вт/(м·К).

Граничные и начальные условия согласно рис. 1, в–г:

$$\begin{aligned}
 T(z, t = t_1) &= T_r; \\
 T_p(z = h_{\text{П}} / 2, t) &= T_{\text{Ф}} = \text{const}; \\
 T_p(z = 0, t = t_1 + t_2) &\geq 0,97 T_{\text{Ф}}.
 \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнение (12) не имеет аналитического решения.

Для плоской пластины с постоянным коэффициентом температуропроводности согласно А. В. Лыкову<sup>4</sup> при переносе тепла теплопроводностью:

$$\begin{aligned}
 T_{\text{отн}} &= \frac{T_{\text{Ф}} - T(t, z)}{T_{\text{Ф}} - T_r} = \\
 &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 2 \cdot (-1)^{i+1}}{(2i-1)\pi} \exp \left[ - \left( (2i-1) \frac{\pi}{2} \right)^2 Fo \right] \cdot \\
 &\cdot \cos \left[ (2i-1) \frac{\pi z}{h_{\text{ФП}}} \right],
 \end{aligned} \quad (14)$$

где  $Fo = 4a(T)t / h_{\text{ФП}}^2$  – число Фурье;  $a(T)$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;  $t$  – время, с;  $h_{\text{ФП}}/2$  – толщина (рис. 1, г) прогреваемого (охлаждаемого) массива гранулята (расплава), м;  $T(t, z)$  – текущая температура точки массива с координатой  $z$ , °С.

Из анализа, проведенного А. В. Лыковым следует, что выражение (14) представляет собой быстросходящийся ряд, причем кривая распределения температуры с погрешностью не выше 1–2 % может быть описана несколькими слагаемыми ряда.

Для расчета коэффициентов температуропроводности использована теория Г. Н. Дульнева<sup>3</sup>. Было установлено, что для термопластичных древесно-полимерных композитов на основе полиэтилена коэффициенты температуропроводности  $a(T)$  сжатого гранулята (композита) и расплава  $a_p(T)$  описываются с коэффициентом корреляции не ниже 0,98 полиномами (15) и (16):

$$a(T) = A_3 T^3 + A_2 T^2 + A_1 T + A_0, \quad (15)$$

$$a_p(T) = A_{p3} T^3 + A_{p2} T^2 + A_{p1} T + A_{p0}. \quad (16)$$

Из-за температурного расширения избыток расплава из сомкнутой пресс-формы будет вытекать по каналам 3 и 2 из формирующей полости наружу,

<sup>7</sup> Ильюшин А. А. Механика сплошной среды / А. А. Ильюшин. М. : Изд-во МГУ, 1990. 310 с.



снижая давление в последней. Для получения функции давления расплава  $p_D(t)$  в формующей полости были приняты следующие допущения:

– гранулят и расплав полностью заполняют формующую полость пресс-формы, в связи с чем воздушные прослойки и градиенты давлений в нем отсутствуют на всем протяжении данной стадии;

– входовыми эффектами при течении расплава в щелевых каналах 3 и 2 можно пренебречь;

– истекают слои расплава, прилегающие к стенке пресс-формы с температурой  $T_\Phi$  и функцией эффективной вязкости, отвечающей уравнению Оствальда:

$$\eta_s = k_0 (\dot{\gamma} / a_T)^{n-1} = k_0 a_T^{1-n} \dot{\gamma}^{n-1}, \quad (17)$$

где  $k_0, \dot{\gamma}, n, T_0, a_T$  – реологические константы и функции для расплава;

– изменение давления описывается модифицированным уравнением Ван-дер Ваальса <sup>6</sup>:

$$[p_2(t) + \alpha][v_2(T) - b] = R[273 + \bar{T}_2(t)] / M, \quad (18)$$

где  $b$  – константа уравнения, м<sup>3</sup>/кг;

– среднеинтегральная температура массива будет равна:

$$\bar{T}_2(t) = \frac{2}{h_{\Phi\Pi}} \int_0^{h_{\Phi\Pi}/2} T(z, t) dz; \quad (19)$$

– суммарные потери давления (перепад давлений) при истечении избытка расплава через плоскощелевые каналы 2 и 3:

$$p(t) = 2^{n+1} k_0 a_T^{1-n} \left( \frac{1+2n}{n} \right)^n Q^n. \quad (20)$$

$$\left[ \Pi^{-n} \delta_1^{-(2n+1)} h_{\Pi\Lambda} + \Pi_\Sigma^{-n} \delta_2^{-(2n+1)} b_K \right],$$

где  $Q = f(t)$  – объемная скорость расплава при истечении, м<sup>3</sup>/с;  $\Pi$  и  $\Pi_\Sigma$  – соответственно периметр формующей

полости и суммарная ширина (в плоскости  $xy$ ) каналов 2 (рис. 1, а– б), м;  $\delta_1$  и  $\delta_2$  – высота каналов 3 и 2, м;  $h_{\Pi\Lambda}$  и  $b_K$  – длина каналов 3 и 2, м;

– скорость приращения объема расплава из-за роста температуры в полости пресс-формы определяется выражением:

$$Q_T = \frac{dV}{dt} = \frac{m_T dv_2}{dt} = \frac{V_{\Phi\Pi}}{v_1} \frac{dv_2}{dt}; \quad (21)$$

– удельный объем композита (сжатого гранулята) после первой стадии:

$$v_1 = \left[ \frac{1}{\rho_0} + \frac{R}{M\alpha} (T_T - T_0) \right] = const; \quad (22)$$

– производная по времени удельного объема, исходя из уравнения (18):

$$\frac{dv_2}{dt} = \frac{R}{M[p_2(t) + \alpha]} \cdot \left[ \frac{d\bar{T}_2(t)}{dt} - \frac{273 + \bar{T}_2(t)}{p_2(t) + \alpha} \frac{dp_2(t)}{dt} \right]. \quad (23)$$

Из условия сплошности потоков следует, что  $Q = Q_T$ . Объединяя выражения (20–23), получаем после преобразований следующее выражение для функции прироста давления к начальному давлению сжатия гранулята  $p_c$ :

$$dp(t) = \frac{[p(t) + \alpha]}{273 + \bar{T}_2(t)} \cdot \left[ d\bar{T}_2(t) - \frac{[p(t)]^{1/n} [p(t) + \alpha]}{k_{\text{реол}}^{1/n} k_{\text{геом}}^{1/n} k_{\text{сж}}} dt \right], \quad (24)$$

где

$k_{\text{геом}} = (\Pi^{-n} \delta_1^{-(2n+1)} h_{\Pi\Lambda} + \Pi_\Sigma^{-n} \delta_2^{-(2n+1)} b_K)$  – характеристика геометрии пресс-формы;  $k_{\text{сж}} = (V_{\Phi\Pi} / v_1)^n R / M$  – характеристика сжимаемости формуемой композиции;  $k_{\text{реол}} = 2^{n+1} k_0 a_T^{1-n} [(1+2n)/n]^n$  – характеристика реологического поведения

композиции;  $a_T = f(T) = B_4 T^4 + B_3 T^3 + B_2 T^2 + B_1 T + B_0$ ; – функция приведения эффективной вязкости;  $B_0, B_1, B_2, B_3, B_4$  – коэффициенты полинома.

Длительность  $t_2$  стадии будет равна:

$$t_2 = \sum_{i=1}^n \Delta t_i, \quad (25)$$

где  $\Delta t_i$  – временной шаг решения уравнения (14);  $n$  – количество временных шагов, при реализации которых достигается граничное условие  $T_p(z=0, t=t_1+t_2) \geq 0,97 T_\Phi$ .

Задача расчета *третьей стадии* – определение ее длительности  $t_3$ .

Для температуры изделия в плоскости симметрии (рис. 1, д–е) при начальном условии  $T(t_1+t_2+t_3, z=0) \leq T_{\text{охл}}$  справедливо выражение:

$$T_{\text{отн}} = \frac{T(t, z) - T_w(t)}{\bar{T}_2 - T_w(t)} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 2 \cdot (-1)^{i+1}}{(2i-1)\pi} \exp \left[ - \left( (2i-1) \frac{\pi}{2} \right)^2 Fo \right] \cdot \cos \left[ (2i-1) \frac{\pi z}{h_{\Phi\Pi}} \right], \quad (26)$$

где  $T_w(t)$  – текущая температура поверхности изделия, равная температуре нижней плоскости плунжера;  $\bar{T}_2$  – среднеинтегральная температура расплава в конце второй стадии.

Температуру  $T_w(t) = T_{\Pi\Phi}(t, z = h_{\Phi\Pi}/2)$  нижней плоскости плунжера пресс-формы можно определить из уравнения, описывающего распределение температур в пресс-форме на стадии охлаждения:

$$T_{\text{отн}} = \frac{T_w(t) - T_{\text{охл}}}{T_\Phi - T_{\text{охл}}} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 2 \cdot (-1)^{i+1}}{(2i-1)\pi} \exp \left[ - \left( (2i-1) \frac{\pi}{2} \right)^2 Fo \right] \cdot \cos \left[ (2i-1) \frac{\pi h_{\Phi\Pi}/2}{H_{\Pi\Phi}} \right], \quad (27)$$

где  $Fo = 4at/H_{\Pi\Phi}^2$  – число Фурье;  $a$  – среднее значение коэффициента теплопроводности пресс-формы в диапазоне температур 20–160 °С, м<sup>2</sup>/с;  $H_{\Pi\Phi}$  – высота (толщина) пресс-формы, м. Граничные и начальные условия для третьей стадии (рис. 1, д–е):

$$T(z, t_1 + t_2) = T_\Phi;$$

$$T(z = H_{\Pi\Phi}/2, t \geq t_1 + t_2) = T_{\text{охл}} = \text{const}; \quad (28)$$

$$T(z = h_{\Phi\Pi}/2, t \geq t_1 + t_2) = T_w(t),$$

где  $T_\Phi$  – температура пресс-формы до начала охлаждения, равная температуре формования °С;  $T_{\text{охл}}$  – температура верхней плоскости пресс-формы на стадии охлаждения, °С.

Длительность стадии  $t_3$  будет равна

$$t_3 = \sum_{i=1}^n \Delta t_i, \quad (29)$$

где  $\Delta t_i$  – временной шаг решения;  $n$  – количество временных шагов, при реализации которых достигается выполнение условия  $T(t_1+t_2+t_3, z=0) \leq T_{\text{охл}}$ .

В связи с тем, что система полученных уравнений не может быть решена аналитически, был разработан численный метод решения, реализованный в программе Simulation Molding Plates<sup>9</sup>.

Проверка адекватности математической модели и программы расчета была проведена применительно к расчету процесса формования пластины из гранулята полиолефинового композита<sup>8</sup> при следующих значениях параметров и характеристик:

1) *общие параметры*: температура перехода в вязкотекучее состояние  $T_{\text{вт}} = 140$  °С; начальная температура гранулята  $T_r = 50$  °С; исходная порозность  $\varepsilon_0 = 0,464$ ; число сечений по толщине сжатого гранулята  $n_h = 11$ ;

2) *геометрические параметры пресс-формы и пластины*:  $\delta_1 = 10^{-4}$  м;

<sup>8</sup> Пат. 2569544 РФ МПК C08L23/06 (2006.01). Полимерная композиция / В. Н. Водяков, А. М. Кузьмин, В. В. Кузнецов, Т. В. Ошина; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «МГУ им. Н. П. Огарева». – 2014128742/05; заявл. 11.07.2014, опубл. 27.11.2015.



$\delta_2 = 10^{-4}$  м;  $b_k = 0,025$  м;  $h_{\text{пл}} = 0,05$  м;  $H_{\text{пф}} = 0,1$  м;  $\Pi = 1,030$  м;  $\Pi_{\Sigma} = 0,100$  м;  $l_x = 0,3$  м;  $l_y = 0,13$  м;  $h_{\text{ш}} = 0,01$  м;

3) *теплофизические характеристики композита и пресс-формы*<sup>9</sup>:  $A_0 = 1,88 \cdot 10^{-7}$ ;  $A_1 = 7,12 \cdot 10^{-10}$ ;  $A_2 = -1,18 \cdot 10^{-11}$ ;  $A_3 = 0$ ;  $A_{p0} = -8,73 \cdot 10^{-7}$ ;  $A_{p1} = 9,37 \cdot 10^{-9}$ ;  $A_{p2} = -1,91 \cdot 10^{-11}$ ;  $A_{p3} = 0$ ;  $a = 1,22 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с<sup>9</sup>;

4) *реологические характеристики*:  $B_0 = 412,10$ ;  $B_1 = -8,97$ ;  $B_2 = 7,23 \cdot 10^{-2}$ ;  $B_3 = -2,61 \cdot 10^{-4}$ ;  $B_4 = 3,52 \cdot 10^{-7}$ ;  $k_0 = 312238$  Па·с<sup>n</sup>;  $n = 0,25$ ;  $T_{\text{оп}} = 150^{\circ}\text{C}$ ;  $M = 0,0169$  кг/моль;  $\alpha = 432 \cdot 10^6$  Па;  $\rho_0 = 1163$  кг/м<sup>3</sup>;  $T_0 = 293\text{K}$ .

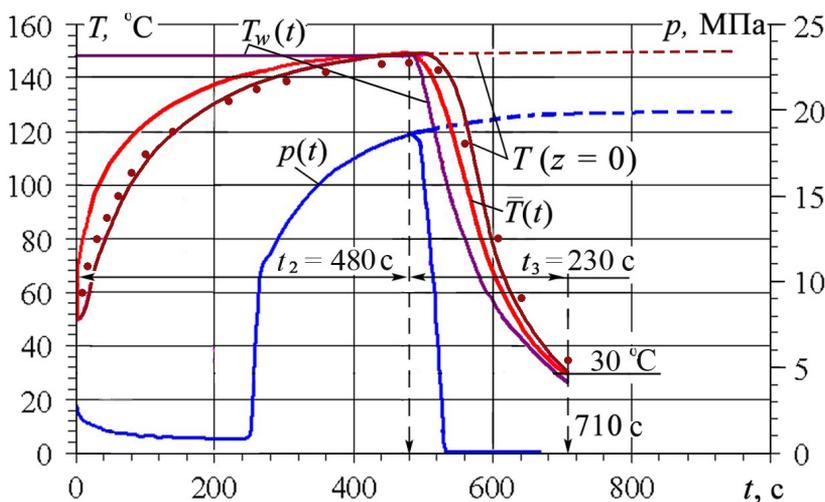
5) *стадии нагрева и охлаждения*:  $T_{\text{ф}} = 150^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{\text{охл}} = 20^{\circ}\text{C}$ .

6) *расчетные параметры*: масса пластины  $m_{\text{п}} = 0,378$  кг; масса гранулята  $m_{\text{г}} = 0,382$  кг;  $p_{2\text{с}} = 3,3$  МПа;  $t_2 = 480$  с;  $t_3 = 230$  с;  $F_{\text{п}} = 845$  кН;  $h_{\text{фп}} = 10,56$  мм;  $h_{\text{п0}} = 17,7$  мм;  $l_{\text{фпш}} = 316,8$  мм;  $l_{\text{фпу}} = 137,3$  мм.

В соответствии с методикой эксперимента плиты пресса и пресс-форма были нагреты до температуры  $150^{\circ}\text{C}$ . Далее в пресс-форму была установлена предварительно сформованная пластина из полиолефинового композита.

В горизонтальной плоскости симметрии вдоль ширины пластины было просверлено отверстие диаметром 3 мм, длиной 65 мм. Соосно ему в матрице пресс-формы было выполнено такое же отверстие. В них был размещен датчик электронного термометра ЛТИ-Н (погрешность измерения  $\pm(0,3+0,005T)$ ). В течение времени нагрева и охлаждения пресс-формы секундомером измерялось время и фиксировалась температура в центре пластины.

Полученные экспериментальная и расчетная кривые изменения температур массива и пресс-формы представлены на рис. 2.



Р и с. 2. Изменение значений температур  $T(t)$  и давления  $p(t)$  в полости пресс-формы в течение второй ( $t_2$ ) и третьей ( $t_3$ ) стадий формирования массива:  $T(z=0)$  – температура в плоскости симметрии;  $\bar{T}(t)$  – среднее интегральное значение температуры;  $T_w(t)$  – температура поверхности плунжера; точки – экспериментальные значения температуры в плоскости симметрии; пунктирные линии – изменение температуры  $T(z=0)$  и давления  $p(t)$  при увеличении длительности первой стадии

Fig. 2. Change of temperature values  $T(t)$  and pressure  $p(t)$  in the mold cavity during second ( $t_2$ ) and third ( $t_3$ ) stages of forming the array:  $T(z=0)$  – temperature in the plane of symmetry; – mean integral temperature;  $T_w(t)$  – surface temperature of the plunger; the points are the experimental values of the temperature in the plane of symmetry; the dotted lines are the temperature change  $T(z=0)$  and pressure  $p(t)$  with increasing duration of first stage

<sup>9</sup> **Чиркин В. С.** Теплофизические свойства материалов. М. : Физматлитературы, 1959. 356 с.

Из графиков следует, что максимальное расхождение экспериментальной и теоретической кривых (до 15 %) имеет место на начальном и конечном участках кривой, что связано с быстрым изменением температуры и запаздыванием ее регистрации из-за инерционности прибора. В области выхода температур на стационарные значения (200–500 с) разница экспериментальных и расчетных значений не превышает 3 %. Коэффициент корреляции Пирсона  $R^2$ , рассчитанный в программе MS Excel, составляет 0,976, что свидетельствует об адекватности математической модели и программы расчета.

Из кривой  $p(t)$  (рис. 2) следует, что скорость изменения давления на стадии нагрева, начиная от момента времени  $\sim 70$  с (отвечающего началу плавления поверхностного слоя композиции), отстает от скорости изменения температуры, а на стадии охлаждения наоборот опережает. Это объясняется уменьшением объема расплава в полости из-за истечения его избытка (4 г) в облой. Общая длительность процесса формования составляет 710 с.

#### Обсуждение и заключения

Прикладная технико-экономическая значимость разработанной ма-

тематической модели и программы расчета Simulation Molding Plates<sup>®</sup> для российского и зарубежного сообщества заключается в том, что она позволяет адекватно моделировать процессы компрессионного формования тонкостенных изделий в виде пластин и фрагментов оболочек, что обеспечивает сокращение финансовых и трудовых затрат предприятий при освоении производства новых и улучшении качества серийных изделий.

Полученные результаты позволяют на стадии проектирования технологического процесса при известных значениях реологических и теплофизических характеристик формуемой композиции рассчитать и оптимизировать основные факторы, определяющие качество изделий: геометрические размеры формуемой полости пресс-формы, обеспечивающие требуемые размеры изделия с учетом термической и компрессионной составляющих усадки композиции; общую длительность цикла формования; требуемое усилие пресса на трех стадиях процесса; его производительность при заданных значениях температур формования и охлаждения; величину технологических потерь, обусловленных истечением расплава в облой и др.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Mathematical model of the compression moulding of industrial rubber products in moulds with flash ridges / I. M. Kaler [et al.] // *Int. Polym. Sci. and Technology*. 1994. Vol. 21, № 7. P. T/71–T/75. URL: <https://www.tib.eu/en/search/id/BLSE%3AEN020828845/Mathematical-model-of-the-compression-moulding>
2. Mathematical model of compression moulding in moulds elastic forming elements / A. V. Vodyakov [et al.] // *Int. Polym. Sci. and Technology*. 1996. Vol. 23, № 5. P. T/33 – T/36.
3. **Vodyakov V. N.** Finite Element Model of Compression Moulding of Elastomers // *Int. Polym. Sci. and Technology*. 2000. Vol. 27, № 8. P. T/32–T/37. URL: [https://www.tib.eu/en/search/id/BLSE%3ARN014488996/Mathematical-model-of-compression-moulding-in-moulds/?tx\\_tibsearch\\_search%5Bsearchspace%5D=tn](https://www.tib.eu/en/search/id/BLSE%3ARN014488996/Mathematical-model-of-compression-moulding-in-moulds/?tx_tibsearch_search%5Bsearchspace%5D=tn)
4. **Leonov A. I., Prokunin A. N.** *Nonlinear Phenomena in Flows of Viscoelastic Polymer Fluids* // Chapman and Hall, New York. 1994. 475 p. URL: <http://www.springer.com/us/book/9780412582004>
5. **Прокофьев Н. С.** Математическая модель прессования композиционных материалов с заданными теплофизическими свойствами // *Научные труды МГУЛ*. 1997. Вып. 293. С. 14–23.
6. **Прокофьев Н. С., Прокофьев Д. Н.** Расчет режимов объемного прессования плит из термопластичных композиций // *Лесной вестник*. 1999. № 1. С. 143–151. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=9304381>



7. Руденко Б. Д., Микова Е. В. Формирование прочности древесно-полимерного композита // Актуальные проблемы лесного комплекса. 2008. № 2. С. 129–131. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22757994>
8. Руденко Б. Д. Влияние состава на формирование свойств плит из коры и вторичного полиэтилена // Лесной вестник. 2010. № 4. С. 151–155. URL: <https://vivliophica.com/articles/apsciences/446461/1>
9. Руденко Б. Д., Плотников С. М. Статистическое исследование режима плоского прессования плит ДПКТ // Актуальные проблемы лесного комплекса. 2011. № 29. С. 132–135. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22647532>
10. Руденко Б. Д., Плотников С. М. Математическая модель прессования плит на основе измельченной соломы и термопласта // Вестник КрасГАУ. 2012. № 5. С. 71–76. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17734680>
11. Руденко Б. Д., Плотников С. М., Изотов В. Т. Моделирование процесса плоского прессования плит из коры и термопластов // Актуальные проблемы лесного комплекса. 2012. № 32. С. 120–122. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22610993>
12. Абраменко Н. В., Руденко Б. Д. Математическая модель изготовления плит из коры и термопласта методом плоского прессования // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3, № 8-3. С. 156–159. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25726384>
13. Обливин А. Н., Лопатников М. В. Теоретические основы формования композиционных материалов на древесных наполнителях // Лесной вестник. 2014. № 2. С. 103–108. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/teoreticheskie-osnovy-formovaniya-kompozitsionnyh-materialov-na-drevesnyh-napolnitelyah>
14. Тулузаков Д. В., Спириин Б. Л. Методика определения коэффициентов реологической модели ДСТП на этапе прессования // Лесной вестник. 2015. № 1. С. 31–39. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/metodika-opredeleniya-koeffitsientov-reologicheskoy-modeli-dstp-na-etape-pressovaniya>
15. Анализ процесса твердофазного компрессионного формирования высоконаполненных полимерных систем методом конечных элементов / С. С. Ившин [и др.] // Вестник технологического университета. 2016. Т. 19, № 20. С. 54–56. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=27348676>

*Поступила 07.09.2017; принята к публикации 30.10.2017; опубликована онлайн 19.12.2017*

*Об авторах:*

**Водяков Владимир Николаевич**, профессор кафедры механизации переработки сельскохозяйственной продукции, Институт механики и энергетики, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430904, Россия, г. Саранск, пос. Ялга, ул. Российская, д. 7), доктор технических наук, профессор, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-4687-1798>, [vnvod@mail.ru](mailto:vnvod@mail.ru)

**Кузьмин Антон Михайлович**, старший преподаватель кафедры механизации переработки сельскохозяйственной продукции, Институт механики и энергетики, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430904, Россия, г. Саранск, пос. Ялга, ул. Российская, д. 7), кандидат технических наук, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-9371-8702>, [kuzmin.a.m@yandex.ru](mailto:kuzmin.a.m@yandex.ru)

**Кузнецов Вячеслав Викторович**, доцент кафедры механизации переработки сельскохозяйственной продукции, Институт механики и энергетики, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430904, Россия, г. Саранск, пос. Ялга, ул. Российская, д. 7), кандидат технических наук, доцент, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-0401-0391>, [imesrv@mail.ru](mailto:imesrv@mail.ru)

*Вклад соавторов:*

В. Н. Водяков: научное руководство, постановка задачи исследования, разработка математической модели и редактирование; А. М. Кузьмин: анализ литературных данных, разработка методики и проведение экспериментальных исследований; В. В. Кузнецов: разработка и отладка компьютерной программы решения задачи, коррекция математической модели и проведение вычислений.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

## REFERENCES

1. Kaler I. M., Vodyakov V. N., Paramonov V. N., Kasankov Yu. V. Mathematical model of the compression moulding of industrial rubber products in moulds with flash ridges. *Int. Polym. Sci. and Technology*. 1994; 21(7):T/71–T/75. Available at: <http://www.tib.eu/en/search/id/BLSE%3AEN020828845/Mathematical-model-of-the-compression-moulding>
2. Vodyakov A. V., Vodyakov V. N., Paramonov V. N., Kasankov Yu. V. Mathematical model of compression moulding in moulds elastic forming elements. *Int. Polym. Sci. and Technology*. 1996; 23(5):T/33–T/36.
3. Vodyakov V. N. Finite element model of compression moulding of Elastomers. *Int. polym. sci. and technology*. 2000; 27(8):T/32–T/37. Available at: [http://www.tib.eu/en/search/id/BLSE%3ARN014488996/Mathematical-model-of-compression-moulding-in-moulds/?tx\\_tibsearch\\_search%5Bsearchspace%5D=tn](http://www.tib.eu/en/search/id/BLSE%3ARN014488996/Mathematical-model-of-compression-moulding-in-moulds/?tx_tibsearch_search%5Bsearchspace%5D=tn)
4. Leonov A. I., Prokunin A. N. *Nonlinear phenomena in flows of viscoelastic polymer fluids*. New York: Chapman and Hall; 1994. Available at: <http://www.springer.com/us/book/9780412582004>
5. Prokofyev N. S. [Mathematical model of the pressing of composite materials with the given thermophysical properties]. *Nauchnyye trudy MGUL = Scientific Works of MGUL*. 1997; 293:14–23. (In Russ.)
6. Prokofyev N. S., Prokofyev D. N. Calculation of the modes of the bulk pressing of plates from thermoplastic compositions. *Lesnoy vestnik = Forestry Bulletin*. 1999; 1:143–151. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=9304381> (In Russ.)
7. Rudenko B. D., Mikova E. V. Formation of strength of wood-polymer composite. *Aktualnyye problemy lesnogo kompleksa = Relevant Problems of Forestry*. 2008; 2:129–131. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22757994> (In Russ.)
8. Rudenko B. D. [Effect of composition on the formation of properties of slabs from bark and secondary polyethylene]. *Lesnoy vestnik = Forestry Bulletin*. 2010; 4:151–155. Available at: <http://vivliophica.com/articles/apsciences/446461/1> (In Russ.)
9. Rudenko B. D., Plotnikov S. M. [The statistical study of the regime of the flat pressing of WPK boards]. *Aktualnyye problemy lesnogo kompleksa = Relevant Problems of Forestry*. 2011; 29:132–135. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22647532> (In Russ.)
10. Rudenko B. D., Plotnikov S. M. [The mathematical model of the pressing of plates on the basis of chopped straw and thermoplastic]. *Vestnik KrasGAU = KrasGAU Bulletin*. 2012; 5:71–76. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=17734680> (In Russ.)
11. Rudenko B. D., Plotnikov S. M., Izotov V. T. The modeling of the process of the flat pressing of plates from bark and thermoplastics. *Aktualnyie problemy lesnogo kompleksa = Relevant Problems of Forestry*. 2012; 32:120–122. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22610993> (In Russ.)
12. Abramenko N. V., Rudenko B. D. The mathematical model for the production of plates from bark and thermoplastic by the method of flat pressing. *Aktualnyye napravleniya nauchnykh issledovaniy XXI veka: teoriya i praktika = Relevant Directions of Scientific Research*. 2015; 3(8-3):156–159. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=25726384> (In Russ.)
13. Oblivin A. N., Lopatnikov M. V. Theoretical foundations of composite materials forming on wood fillers. *Lesnoy vestnik = Forestry Bulletin*. 2014; 2:103–108. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/v/teoreticheskie-osnovy-formovaniya-kompozitsionnyh-materialov-na-drevesnyh-napolnityah> (In Russ.)
14. Tuluzakov D. V., Spirin B. L. [The method for determining the coefficients of the rheological model of the DCTA at the stage of pressing]. *Lesnoy vestnik = Forestry Bulletin*. 2015; 1:31–39. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/v/metodika-opredeleniya-koeffitsientov-reologicheskoy-modeli-dstp-na-etape-pressovaniya> (In Russ.)
15. Ivshin S. S., Abdullin I. A., Fedorov Yu. I., Dinislamova A. A., Kravchenko E. F. The analysis of the process of the solid-phase compression molding of highly-filled polymer systems by the finite element method. *Vestnik tehnologicheskogo universiteta = Technology University Bulletin*. 2016; 19(20):54–56. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=27348676> (In Russ.)

Submitted 07.09.2017; revised 30.10.2017; published online 19.12.2017

*About the authors:*

**Vladimir N. Vodyakov**, Professor of Mechanization of Agricultural Products Chair, Institute of Mechanics and Energy, National Research Mordovia State University (7 Rossiyskaya St., Saransk 430904, Russia), Dr.Sci. (Engineering), **ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4687-1798>**, [vnvod@mail.ru](mailto:vnvod@mail.ru)

**Anton M. Kuzmin**, Senior Lecturer of Mechanization of Agricultural Products Chair, Institute of Mechanics and Energetics, National Research Mordovia State University (7 Rossijskaya St., Saransk, Russia), Ph.D. (Engineering), **ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9371-8702>**, [kuzmin.a.m@yandex.ru](mailto:kuzmin.a.m@yandex.ru)

**Vyacheslav V. Kuznetsov**, Associate Professor of Mechanization of Agricultural Products Chair, Institute of Mechanics and Energy, National Research Mordovia State University (7 Rossyskaya St., Saransk, Russia), Ph.D. (Engineering), **ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0401-0391>**, [imesrv@mail.ru](mailto:imesrv@mail.ru)

*Contribution of the co-authors:*

V. N. Vodyakov: scientific supervision, formulation of the research problem, development of a mathematical model and editing the text; A. M. Kuzmin: reviewing and analyzing the literature, developing methods and conducting experimental studies; V. V. Kuznetsov: developing computer program, correcting the mathematical model and data processing.

*All authors have read and approved the final version of the manuscript.*