

DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704 ISSN 0236-2910 (Print), 2313-0636 (Online)

Том 27, № 4. 2017

Vol. 27, no. 4. 2017

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

SCHOLARLY JOURNAL

Основан в январе 1990 г.

Founded in January 1990

Выходит один раз в квартал

Issued quarterly

16+

**ВЕСТНИК
МОРДОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
MORDOVIA UNIVERSITY BULLETIN**

DOI: 10.15507/0236-2910

Учредитель и издатель –
федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего
образования «Национальный
исследовательский Мордовский
государственный университет
им. Н. П. Огарёва»

FOUNDER AND PUBLISHER –
Federal State
Budgetary Educational
Institution
of Higher Education
“National Research
Ogarev Mordovia
State University”

E-mail: vestnik_mrsu@mail.ru; <http://vestnik.mrsu.ru>

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК)

Индексируется в Web of Science Core Collection (ESCI),
Российском индексе научного цитирования (РИНЦ),
а также EBSCO, Index Copernicus и ResearchBib

Является членом Directory of Open Access Journals (DOAJ),
Комитета по этике научных публикаций,

Ассоциации научных редакторов и издателей (АНРИ) и CrossRef

Зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор),
свидетельство ПИ № ФС77-65881 от 27.05.2016 г.

Подписной индекс в каталогах агентств «Роспечать» и «МК-Периодика» – **70539**

Адрес учредителя, издателя и редакции:
430005, Россия, Республика Мордовия,
г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68
Телефон, факс: +7 (8342) 48-14-24

Founder, Publisher and Editorial House address:
68 Bolshevistskaya St., Saransk 430005,
Republic of Mordovia, Russia
Phone, fax: +7 (8342) 48-14-24

© ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», 2017



Научный журнал «Вестник Мордовского университета»

принимает не опубликованные ранее научные статьи и дискуссионные материалы научного характера кандидатов и докторов наук, преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов (в соавторстве).

Наименование и содержание рубрик журнала соответствуют отраслям науки и группам специальностей научных работников, согласно Номенклатуре специальностей научных работников:

01.04.00 Физика

05.13.00 Информатика, вычислительная техника и управление

05.20.00 Процессы и машины агроинженерных систем

Журнал осуществляет научное рецензирование (двустороннее слепое) всех поступающих в редакцию материалов с целью экспертной оценки. Все рецензенты являются признанными специалистами по тематике рецензируемых материалов. Рецензии хранятся в издательстве и редакции в течение 5 лет.

Редакция журнала направляет авторам представленных материалов копии рецензий или мотивированный отказ.

Редакция журнала направляет копии рецензий в Министерство образования и науки Российской Федерации при поступлении соответствующего запроса.

Материалы журнала доступны по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная





“Mordovia University Bulletin” journal

accepts scholarly articles and debatable academic materials not published before from holders of the following degrees: Ph.D., Dr.Sci., lecturer, post-graduate student and senior student (co-authored).

The titles and contents of the journal sections correspond to fields of science and specialty groups of scientists, according to the Nomenclature of scientific specialties:

01.04.00 Physics

05.13.00 Computer Science, Computer Engineering and Management

05.20.00 Agroengineering Systems of Processes and Machines

All reviewers are acknowledged experts in the areas they are responsible for. Reviews are stored in the publishing house and publishing office during 5 years.

Editorial staff sends to the authors of the submitted materials copies of reviews or a substantiated refusal.

Editorial staff of the journal forwards copies of reviews in Ministry of Education and Science of the Russian Federation by request.

All the materials of the “Mordovia University Bulletin” journal are available under Creative Commons “Attribution” 4.0 license





РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Вдовин Сергей Михайлович – *главный редактор*, ректор ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», кандидат экономических наук, доцент, ORCID ID: 0000-0001-7363-1389, rector@mrsu.ru (Саранск, Россия)

Маргулис Виктор Александрович – *главный научный редактор*, заведующий кафедрой теоретической физики ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», доктор физико-математических наук, профессор, ORCID ID: 0000-0001-6281-9714, margulisva@mrsu.ru (Саранск, Россия)

Полутин Сергей Викторович – *заместитель главного редактора*, директор НИИ регионологии ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», доктор социологических наук, профессор, ORCID ID: 0000-0003-0399, polutin.sergei@yandex.ru (Саранск, Россия)

Гордина Светлана Викторовна – *ответственный секретарь*, кандидат педагогических наук, ORCID ID: 0000-0003-2265-418X, vestnik_mrsu@mail.ru (Саранск, Россия)

Сенин Петр Васильевич – *научный руководитель*, проректор по научной работе ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», доктор технических наук, профессор, ORCID ID: 0000-0003-3400-7780, vice-rector-innov@adm.mrsu.ru (Саранск, Россия)

Аллахвердиев Сурхай Рагим оглы – профессор кафедры лесной индустрии Бартынского государственного университета, доктор биологических наук, профессор (Бартын, Турция)

Булгаков Алексей Григорьевич – профессор Института строительного дела Дрезденского технического университета, доктор технических наук, профессор (Дрезден, Германия)

Дианов Евгений Михайлович – академик Российской академии наук, директор ФГБУН «Научный центр волоконной оптики Российской академии наук», доктор физико-математических наук, профессор, ORCID ID: 0000-0002-5017-2287 (Москва, Россия)

Димитров Валерий Петрович – декан факультета приборостроения и технического регулирования ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», доктор технических наук, профессор, ORCID ID: 0000-0003-1439-1674 (Ростов-на-Дону, Россия)

Ерофеев Владимир Трофимович – член-корреспондент Российской академии архитектуры и строительных наук, декан архитектурно-строительного факультета ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», доктор технических наук, профессор (Саранск, Россия)

Железникова Ольга Евгеньевна – директор Института электроники и светотехники ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», кандидат технических наук, доцент (Саранск, Россия)

Игумнов Леонид Александрович – директор Научно-исследовательского института механики, заведующий кафедрой теоретической, компьютерной и экспериментальной механики Института информационных технологий математики и механики ФГАОУ ВО «Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского», доктор физико-математических наук, профессор (Нижний Новгород, Россия)

Калашиников Владимир Иванович – заведующий кафедрой технологии строительных материалов и деревообработки ФГБОУ ВПО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», доктор технических наук, профессор, ORCID ID: 0000-0002-1979-4678 (Пенза, Россия)

Кечемайкин Владимир Николаевич – директор Рузаевского института машиностроения ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», кандидат экономических наук (Саранск, Россия)

Котин Александр Владимирович – заведующий кафедрой механизации переработки сельскохозяйственной продукции ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», доктор технических наук, профессор, ORCID ID: 0000-0003-0078-1866 (Саранск, Россия)

Кусмарцев Федор Васильевич – декан физического факультета Университета Лафборо, кандидат физико-математических наук (Лафборо, Великобритания)

Микаева Светлана Анатольевна – профессор кафедры ПР-4 «Электротехника и электроника» ФГБОУ ВО «Московский технологический университет», доктор технических наук, профессор (Москва, Россия)

Нишев Константин Николаевич – директор Института физики и химии ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», кандидат физико-математических наук, доцент, ORCID ID: 0000-0001-7905-3700 (Саранск, Россия)

Прытков Юрий Николаевич – директор Аграрного института ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», доктор сельскохозяйственных наук, профессор (Саранск, Россия)

Скрябин Владимир Александрович – профессор кафедры технологии машиностроения ФГБОУ ВПО «Пензенский государственный университет», доктор технических наук, профессор, ORCID ID: 0000-0001-7156-9198 (Пенза, Россия)

Чучаев Иван Иванович – декан факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», кандидат физико-математических наук, доцент (Саранск, Россия)

Шишелова Тамара Ильинична – профессор кафедры физики ФГБОУ ВО «Иркутский национальный исследовательский технический университет», доктор технических наук, профессор (Иркутск, Россия)



EDITORIAL BOARD

- Sergey M. Vdovin** – *Editor in Chief*, Rector of National Research Mordovia State University, Ph.D. (Economics), docent, ORCID ID: 0000-0001-7363-1389, rector@mrsu.ru (Saransk, Russia)
- Viktor A. Margulis** – *Science Editor in Chief*, Head of Theoretical Physics Chair of National Research Mordovia State University, Dr.Sci. (Phys.-Math.), professor, ORCID ID: 0000-0001-6281-9714, margulisva@mrsu.ru (Saransk, Russia)
- Sergey V. Polutin** – *Deputy Editor in Chief*, Director of Research Institute of Regional Studies, National Research Mordovia State University, Dr.Sci. (Sociology), professor, ORCID ID: 0000-0003-0399, polutin.sergei@yandex.ru (Saransk, Russia)
- Svetlana V. Gordina** – *Executive Editor*, Ph.D. (Pedagogy), ORCID ID: 0000-0003-2265-418X, vestnik_mrsu@mail.ru (Saransk, Russia)
- Petr V. Senin** – *Scientific Supervisor*, Vice Rector for Science and Research, Dr.Sci. (Engineering), professor, ORCID ID: 0000-0003-3400-7780, vice-rector-innov@adm.mrsu.ru (Saransk, Russia)
- Surhay Allahverdi** – Head of Forest Industry Chair of Bartin University, Dr.Sci. (Biology), professor (Bartın, Turkey)
- Aleksey G. Bulgakov** – professor of Faculty of Architecture of Dresden University of Technology, Dr.Sci. (Engineering), professor (Dresden, Germany)
- Ivan I. Chuchayev** – Dean of Mathematics and Information Technology Faculty of National Research Mordovia State University, Ph.D. (Phys.-Math.), docent (Saransk, Russia)
- Yevgeniy M. Dianov** – Academician of Russian Academy of Sciences, Director of Fiber Optics Research Center of the Russian Academy of Sciences, Dr.Sci. (Phys.-Math.), professor, ORCID ID: 0000-0002-5017-2287 (Moscow, Russia)
- Valeriy V. Dimitrov** – Dean of Device Manufacturing and Technical Regulation Faculty, Don State Technical University, Dr.Sci. (Engineering), Professor, (Russia, Rostov-on-Don), ORCID ID: 0000-0003-1439-1674,
- Leonid A. Igumnov** – Director of Research Institute of Mechanics, Head of Numerical Simulation of Theoretical, Computer and Experimental Mechanics Chair of Lobachevsky State University of Nizhniy Novgorod, Dr.Sci. (Phys.-Math.), professor (Nizhniy Novgorod, Russia)
- Vladimir I. Kalashnikov** – Head of Construction Material Technology and Woodwork Chair of Penza State University of Architecture and Construction, Dr.Sci. (Engineering), professor, ORCID ID: 0000-0002-1979-4678 (Penza, Russia)
- Vladimir N. Kechemaykin** – Director of Ruzayevka Campus of National Research Mordovia State University, Ph.D. (Economy) (Saransk, Russia)
- Aleksandr V. Kotin** – Director of Institute of Mechanics and Energy of National Research Mordovia State University, Dr.Sci. (Engineering), professor, ORCID ID: 0000-0003-0078-1866 (Saransk, Russia)
- Fedor V. Kusmartsev** – Dean of Institute of Physics of Loughborough University, Ph.D. (Phys.-Math.) (Loughborough, Great Britain)
- Svetlana A. Mikayeva** – Professor of Electrotechnics and Electronics Chair of Moscow Engineering University, Dr.Sci. (Engineering), professor (Moscow, Russia)
- Konstantin N. Nishchev** – Director of Institute of Physics and Chemistry of National Research Mordovia State University, Ph.D. (Phys.-Math.), docent, ORCID ID: 0000-0001-7905-3700 (Saransk, Russia)
- Yuriy N. Prytkov** – Director of Institute of Agriculture of National Research Mordovia State University, Dr.Sci. (Agriculture), professor (Saransk, Russia)
- Tamara I. Shishelova** - Professor of Chair of Physics, Irkutsk National Research Technical University Dr. Sci. (Engineering), Scopus Author ID: 6507978465 (Irkutsk, Russia)
- Vladimir A. Skryabin** – Professor Machine Engineering Technology Chair of Penza State University, Dr.Sci. (Engineering), professor, ORCID ID: 0000-0001-7156-9198 (Penza, Russia)
- Vladimir T. Yerofeyev** – Member-Correspondent of Russian Academy of Architecture and Construction sciences, Dean of Architectural And Civil Engineering Faculty of National Research Mordovia State University, Dr.Sci. (Engineering), professor (Saransk, Russia)
- Olga Ye. Zheleznikova** – Director of Institute of Electronics and Light Engineering of National Research Mordovia State University, Ph.D. (Engineering), docent (Saransk, Russia)



СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Альраис А. Ф., Альфадель Э. А. А., Хамуда С. А. Резонансы Шумана и их потенциальное применение: обзорная статья	476
Жалнин Р. В., Масыгин В. Ф., Пескова Е. Е. Априорные оценки решения однородной краевой задачи для уравнений параболического типа методом Галеркина с разрывными базисными функциями на разнесенных сетках	490
Афонин В. В., Мурюмин С. М. Обратные задачи оптимальной стабилизации со скалярным управлением	504

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Волчихин В. И., Иванов А. И. Нейросетевая молекула: решение обратной задачи биометрии через программную поддержку квантовой суперпозиции на выходах сети искусственных нейронов	518
Водяков В. Н., Кузьмин А. М., Кузнецов В. В. Математическая модель нестационарного процесса компрессионного формирования пластин из гранулята термопластичных композитов.....	530
Козлов М. В., Щенников В. Н. Асимптотическая устойчивость однородных сингулярных систем.....	546
Пахомов С. И., Кулямин О. В., Гуртов В. А., Пенние И. В. Динамика целевых индикаторов результативности научной деятельности членов диссертационных советов.....	555

ПРОЦЕССЫ И МАШИНЫ АГРОИНЖЕНЕРНЫХ СИСТЕМ

Левцев А. П., Кручинкина О. А., Юаньюань Ши. Оценка влияния порядка работы котлоагрегатов на их групповой удельный расход топлива.....	577
Овчинников Н. П. Прочностной расчет вала насоса с изношенным рабочим колесом	592
Скрябин В. А., Крамченинов И. К. Работоспособность конструкции установки для финишной обработки незакрепленным абразивом среднегабаритных деталей сложного профиля	607
<i>Отзыв публикаций</i>	620
<i>Информация для авторов и читателей (на рус. яз.)</i>	621
<i>Информация для авторов и читателей (на англ. яз.)</i>	623



CONTENTS

PHYSICS AND MATHEMATICS

Alrais A. F., Alfadeel E. A. A., Hamouda S. A. Schumann Resonances and Their Potential Applications: a Review Article	476
Zhalnin R. V., Masyagin V. F., Peskova Ye. Ye. A Priori Estimates of Solution of a Homogeneous Boundary Value Problem for Parabolic Type Equations by the Discontinuous Galerkin Method on Staggered Grids.....	490
Afonin V. V., Muryumin S. M. Inverse Problems of Optimal Stabilization with Scalar Control.....	504

COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND MANAGEMENT

Volchikhin V. I., Ivanov A. I. Neural Network Molecule: a Solution of the Inverse Biometry Problem through Software Support of Quantum Superposition on Outputs of the Network of Artificial Neurons.....	518
Vodyakov V. N., Kuzmin A. M., Kuznetsov V. V. A Mathematical Model for the Non-Stationary Process of Compression Molding Plates from Granulate of Thermoplastic Composites.....	530
Kozlov M. V., Shchennikov V. N. Asymptotic Stability of Homogeneous Singular Systems.....	546
Pakhomov S. I., Kulyamin O. V., Gurtov V. A., Penniye I. V. Research Performance of Target Indicators' Dynamics of Dissertation Councils' Members.....	555

AGROENGINEERING SYSTEMS OF PROCESSES AND MACHINES

Levtsev A. P., Kruchinkina O. A., Yuan Yuan Shi. Evaluation of Efficiency of Boiler Units in Their Group Specific Fuel Consumption.....	577
Ovchinnikov N. P. Strength Calculation of the Pump Shaft With a Worn Impeller.....	592
Skryabin V. A., Kramcheninov I. K. Installation Design Capacity for Finish Treatment of Complex Profile Medium Size Parts by Unsupported Abrasive.....	607
<i>Retraction Notes</i>	620
<i>Information for Authors and Readers of the Journal (in Russian)</i>	621
<i>Information for Authors and Readers of the Journal (in English)</i>	623



ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ / PHYSICS AND MATHEMATICS

УДК 537.8

DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.476-489

Schumann Resonances and Their Potential Applications: a Review Article

A. F. Alrais, E. A. A. Alfadeel, S. A. Hamouda**University of Benghazi (Benghazi, Libya)***dr_s_hamouda@gmail.com*

Introduction. Schumann resonances is an important topic gains great interest in research areas which has extensive use of Schumann resonances in a variety of desplines such as biological evolutionary processes, the optimal functioning of the human brain waves and lightning-related studies.

Materials and Methods. This dictates the major emphasis on economic, environmental, and engineering applications and hazard assessments in the form of earthquake and volcano monitoring.

Results. This review is aimed at the reader generally unfamiliar with the Schumann Resonances. It is our hope that this review will increase the interest in SR among researchers previously unfamiliar with this phenomenon.

Discussion and Conclusions. In this review paper, a brief introduction about Schumann resonances is presented. A general description of Earth's ionosphere is outlined. The electromagnetic waves spectrum from lightning is discussed. The history of Schumann resonances is briefly presented. The connection of man with nature through Schumann resonances is introduced. Present Schumann resonances researches are briefly outlined. Schumann (global) electromagnetic resonances in the cavity Earth – ionosphere play a critical role in all biological evolutionary processes. However, there is a great need for independent research into the bio-compatibility between natural and manmade signals. Serious attention must now be paid to the possible biological role of standing waves in the atmosphere. Being a global phenomenon, Schumann resonances have numerous applications in lightning research.

Keywords: earth ionosphere, Schumann resonance, electromagnetic waves, information waves, global lightning, cavity

For citation: Alrais A. F., Alfadeel E. A. A., Hamouda S. A. Schumann Resonances and Their Potential Applications: a Review Article. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2017; 4(27):476–489. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.476-489



Резонансы Шумана и их потенциальное применение: обзорная статья

А. Ф. Альраис, Э. А. А. Альфадель, С. А. Хамуда*

Университет Бенгази (г. Бенгази, Ливия)

*dr_s_hamouda@gmail.com

Введение. Резонанс Шумана является важной темой, вызывающей большой интерес в исследовательских областях. Эффект резонанса Шумана используется в различных сферах, например, биологических эволюционных процессах, оптимальном функционировании мозговых волн человека и исследовании молний. **Материалы и методы.** Авторы статьи делают акцент на экономическое, экологическое и инженерное использование резонанса Шумана, в том числе при оценке возможных опасностей в виде предсказания землетрясений и мониторинга состояний вулканов.

Результаты исследования. Данный обзор предназначен для читателей, не знакомых с резонансом Шумана. Авторы выражают надежду, что эта статья повысит интерес к резонансу Шумана среди исследователей, ранее не знакомых с этим явлением.

Обсуждение и заключения. В данной обзорной статье представлено краткое описание резонансов Шумана; дано общее описание ионосферы Земли; описывается спектр электромагнитных волн, идущих от молнии; кратко представлена история резонанса Шумана; обрисована связь человека с природой посредством резонанса Шумана; кратко изложено современное состояние исследования данной проблемы. Глобальные электромагнитные резонансы Шумана в ионосфере играют критическую роль во всех биологических эволюционных процессах. Тем не менее, существует большая потребность в независимом исследовании биосовместимости естественных и искусственных сигналов. Необходимо обратить серьезное внимание на возможную биологическую роль стоячих волн в атмосфере. Будучи глобальным явлением, резонансы Шумана имеют множество применений в исследованиях молний.

Ключевые слова: ионосфера Земли, резонанс Шумана, электромагнитные волны, информационные волны, глобальная молния, полость

Для цитирования: Альраис А. Ф., Альфадель Э. А. А., Хамуда С. А. Резонансы Шумана и их потенциальное применение: обзорная статья // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 4. С. 476–489. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.476-489

Introduction

The surface of the Earth and the lower edge of the ionosphere about 55 kilometers up defines a cavity in which electromagnetic waves propagate. When the cavity is excited by broadband electromagnetic sources, such as, lightning, a resonant state can develop provided the average equatorial circumference is approximately equal to an integral number of wavelengths of the electromagnetic waves. This phenomenon, known as Schumann Resonance (SR), corresponds to electromagnetic oscillations of the surface-ionosphere cavity, and has been used extensively to investigate atmospheric electricity [1].

This electromagnetic cavity seems to be related to electrical activity in the atmosphere, particularly during times of intense lightning activity. Such activities produce quasi standing electromagnetic waves that exist in this cavity and have to be 'excited' to be observed. They are not caused by anything internal to the Earth, its crust or its core. They occur at several frequencies; specifically 7.8, 14, 20, 26, 33, 39 and 45 Hertz, with a daily variation of about ± 0.5 Hertz [2].

These frequencies are called The Schumann Resonances. So long as the properties of Earth's electromagnetic cavity remain about the same, these frequen-

cies remain the same. However, there is some change due to the solar sunspot cycle as the Earth's ionosphere changes in response to the 11-year cycle of solar activity [2].

At any moment, the total charge residing in this cavity is 500,000 Coulombs. There is a vertical current flow between the ground and the ionosphere of $1-3 \times 10^{-12}$ Amperes per square meter. The resistance of the atmosphere is 200 Ohms. There are about 1 000 lightning storms at any given moment worldwide. Each produces 0.5 to 1 Ampere and these collectively account for the measured current flow in the Earth's electromagnetic cavity [2]. The characteristics of Schumann Resonance frequencies depend on the characteristics of their source, location of the observation point with respect to the source, and ionospheric electron density/conductivity behavior [3].

It has been well established that the resonance frequencies contain information about space time distribution of

lightning strokes around the globe. The intensities of Schumann Resonances reflect global thunderstorm activity, which excite transverse magnetic normal modes of earth ionosphere cavity [4].

Materials and Methods

The Earth's atmosphere and ionosphere.

The ionosphere is defined as the layer of the Earth's atmosphere that is ionized by solar and cosmic radiation. It lies 75–1 000 km above the Earth. (The Earth's radius is 6 370 km, so the thickness of the ionosphere is quite tiny compared with the size of Earth). The ionosphere is composed of three main parts, named for obscure historical reasons: the D, E, and F regions. The electron density is highest in the upper, or F region. The F region exists during both daytime and nighttime. During the day it is ionized by solar radiation, during the night by cosmic rays. The D region disappears during the night compared to the daytime, and the E region becomes weakened [5]. Fig. 1 shows the Earth's atmosphere and ionosphere.

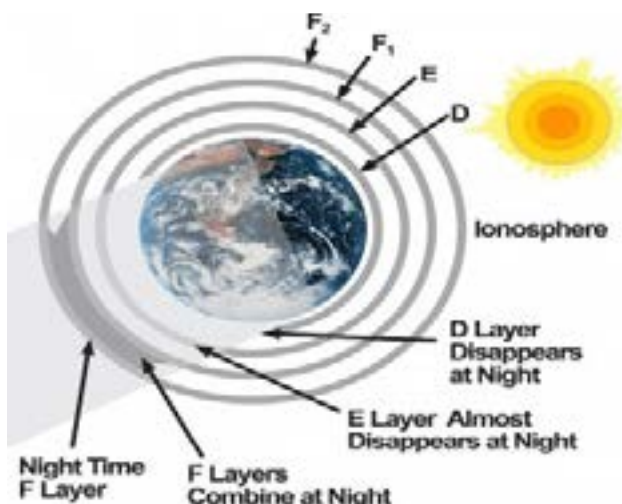


Fig. 1. The Earth's atmosphere and ionosphere [6]

Because of the high energy from the Sun and from cosmic rays, a solar flare (fig. 2), the atoms in the ionosphere have been stripped of one

or more of their electrons, or "ionized", and are therefore positively charged. The ionized electrons behave as free particles [5].



Fig. 2. A solar flare's X-ray energy increases the ionization of all the *ionosphere* layers [5]

The Sun's upper atmosphere, the corona, is very hot and produces a constant stream of plasma and UV and X-rays that flow out from the Sun and affect, or ionize, the Earth's ionosphere. Only half the Earth's ionosphere is being ionized by the Sun at any time [5]. During the night, without interference from the Sun, cosmic rays ionize the ionosphere, though not nearly as strongly as the Sun. These high energy rays originate from sources

throughout our own galaxy and the universe (rotating neutron stars, supernovae, radio galaxies, quasars and black holes). Thus the ionosphere is much less charged at nighttime, in which a lot of ionospheric effects are easier to spot at night and take a smaller change to notice them [5]. Fig. 3 shows the Earth's ionosphere and ground through which very low frequency (VLF) radio signals can propagate or "bounce" around the Earth [5].

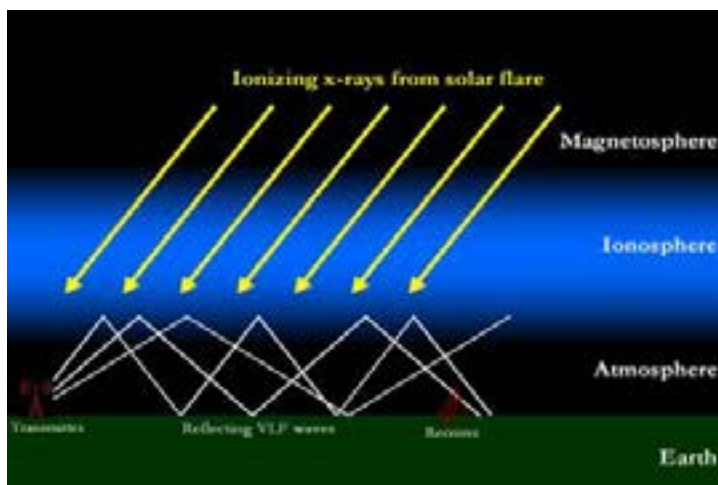


Fig. 3. The Earth's ionosphere and ground form a "wave-guide" through which VLF radio signals can propagate or "bounce" around the Earth [5]

The signal strength usually increases because the waves don't lose energy penetrating the D layer. However, the

VLF wave strength during a flare can either increase or decrease due to wave's interferences, as seen in fig. 4.

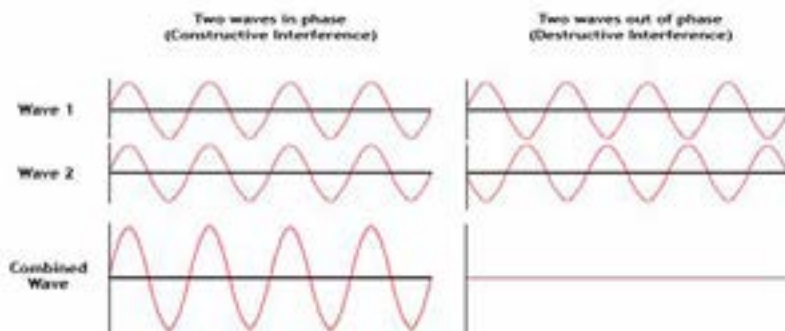


Fig. 4. Constructive and destructive interference of waves [5]

Electromagnetic waves from lightning

Lightning discharges produces electromagnetic fields and waves in all frequency ranges. In the extremely low frequency (ELF) range below 100 Hz, the global Schumann Resonances (SR) are excited within the Earth-ionosphere waveguide at frequencies of 7.8 Hz, 14.1 Hz, 20.3 Hz, etc. (fig. 5). Since this important topic (SR) gains great interest in research areas which has extensive use of Schumann resonances in a variety of lightning-related studies, and connections to global climate change and extraterrestrial lightning, it is worth introducing some historical and theoretical background about this relevant topic.

The significance of the research supports the theory that a thunderstorm and its lightning discharges create disturbances in the ionosphere that perturb and distort radio signals and impact communications with orbiting satellites. This suggests that lightning's electric fields enhance electron attachment to molecular oxygen and reduce electron density in the lower ionosphere. Due to the low electron density in the lower ionosphere, active probing of its electron distribution is difficult. Therefore, the perturbative effects from thunderstorms are poorly understood. Theoretical simulations support the theory that tropospheric thunderstorms create ionospheric disturbances through the influence of the electric field associated with the lightning [7].



Fig. 5. A thunderstorm and its lightning strokes in the troposphere affect the ionosphere [8]



The history of the Schumann Resonances (SR) is an interesting story. While Schumann gets most of the credit for the first prediction of the existence of the SR, the idea of natural global electromagnetic resonances were first presented by George F. Fitzgerald in 1893, and then again by Nikola Tesla in 1905. However, while others formulated the idea before Schumann, it was Schumann, together with Köning, who attempted to measure the resonant frequencies for the first time, unsuccessfully. It was not until measurements made by Balser and Wagner that adequate analysis techniques were available to extract the resonance information from the background noise [7].

Literature Review

Lightning discharges are considered as the primary natural source of SR. The vertical lightning Channels behave like

huge antennas that maximum radiated energy occurs around 10 kHz. Lightning signals below 100 Hz are very weak, and hence the electromagnetic waves from an individual discharge can be propagated a number of times around the globe before decaying into the background noise.

For this reason, the Earth-ionosphere waveguide behaves like a resonator at ELF frequencies, and amplifies the spectral signals from lightning at the resonance frequencies due to constructive interference of EM waves propagating around the globe in opposite directions (see figure6). The resonance peaks occur when the wavelength of the ELF waves is comparable with the Earth's circumference ($\lambda = c/f \sim 40,000$ km), with the direct waves resulting in constructive interference at the SR frequencies [7].

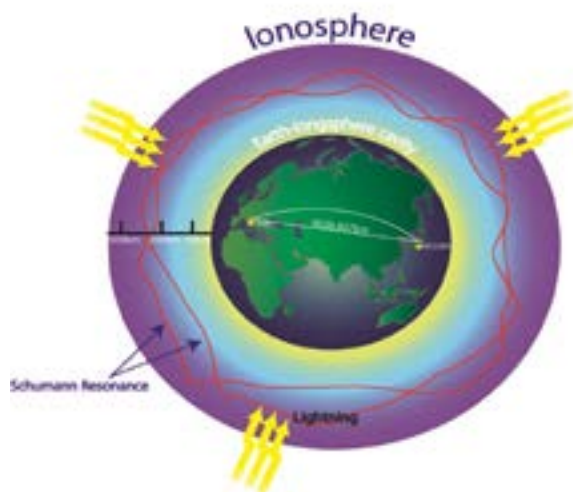


Fig. 6. Satellite observations of Schumann resonances in the Earth's ionosphere [10]

A very rough approximation to describe the properties of the Schumann resonances is an assumption of the ideal conductivity of both the Earth's surface and of the ionosphere E-layer.

Schumann has predicted an extremely low frequency (ELF) resonance in the earth-ionospheric waveguide. The resonance occurs between the electromagnetic wave, generated by lightning and thunder-

storm, traveling along ground surface and returning to the starting point. Assuming the perfectly conducting Earth and ionospheric boundaries made of two perfectly conducting concentric spheres separated by a height, which is much smaller than the Earth's radius R_e . Then the resonant frequencies f_n are determined by the Earth's radius and the speed of light c and can be derived from the following relation [7].

$$f_n = (c / 2\pi R_e) (n(n+1))^{1/2}, \quad (1)$$

where n is an integer ($n = 1, 2, 3, \dots$), c is the velocity of light and R_e is the radius of earth. According to Eq. (1), the first five resonance frequencies are 10.6, 18.4, 26.0, 35.5 and 41.1 Hz. Even Schumann made these assumptions and arrived at the expected SR first mode of 10 Hz. The Schumann resonances (SR) are a set of spectrum peaks in the extremely low frequency (ELF) portion of the Earth's electromagnetic field spectrum. Schumann resonances are global electromagnetic resonances, excited

by lightning discharges in the cavity formed by the Earth's surface and the ionosphere [7].

For a single lightning discharge, the E-field always has a maximum at the location of the flash, while the magnetic field (orthogonal to electric) has a minimum at the same locations, regardless of the mode. This feature follows from the conservation law of the total electromagnetic power which is equally distributed in the cavity, so that a maximum in one field occurs at the minimum of the other field [7]. The resulting fields are shown in fig. 7 for the first three SR modes.

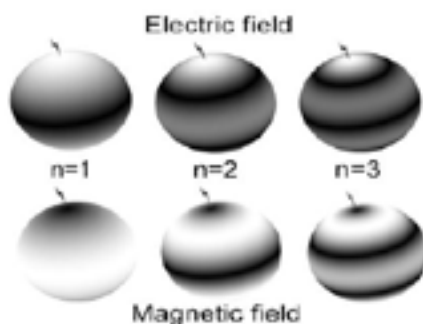


Fig. 7. Electric and magnetic fields of the first three SR modes. White shading implies field maximum, while black shading implies field minimum [7]

The ionosphere is not a perfectly conducting medium and energy losses due to its finite conductivity reduce the resonance frequencies to 7.8, 14.1, 20.3, 26.3 and 32.5 Hz [3–5]. Fig. 8 shows

the first seven SR vibrations. The basis, or fundamental, for these resonances is 7.83 Hz (cycles per second), which is a standing wave in the cavity between the ionosphere and Earth [9].

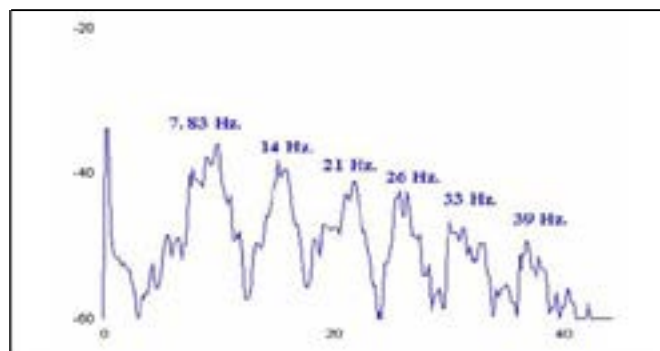


Fig. 8. The fundamental SR [9]



Because this rhythmic pattern lies within the human brainwave range, various authors have speculated that this aspect of the Earth's electromagnetic field may act as a kind of global mind, with the capacity to organize and influence human consciousness. While such speculations may seem farfetched, there is a growing body of scientific evidence suggesting that: The Earth's magnetic field may influence and mediate psychic phenomena. The 7.83 Hz rhythmic pattern (varying from 7 to 8 Hz) plays a significant role in psychic phenomena, DNA formation and physical and mental health in humans [9]

Schumann Resonance-Connection of man with Nature

Schumann discovered that this electromagnetic field oscillates at a resonant frequency of 7 to 10 beats per second. The highest-intensity waves of the Schumann Resonance occur at a frequency of 7.83 Hz. This is the Earth's "heartbeat". How interesting it is that this frequency is identical to the optimal functioning of the human brain waves (fig. 9). All things in this world have their own natural frequency which they are most comfortable with [11].



Fig. 9. SR occurs at a frequency identical to the optimal functioning of the human brain wave [11]

When something is subjected to an external force, that object wants to resonate at its specific frequency (the frequency that is natural to the object). This phenomenon manifests throughout the universe. This natural frequency of a body is known as its "Resonant" frequency and the phenomenon is known as "Resonance". Humans also have many such resonances due to complex cell makeup of our bodies [11].

However, recently unnatural radio waves and electromagnetic waves have been disturbing the Earth's frequency of 7.83 Hz. In industrial regions and cities, this natural field is being disturbed, ob-

structed, is weak, and may even be missing. This impairs the wellbeing of every living creature in that region (people, animals, and vegetation). It is said that the absence of the Schuman resonance will make living things ill. Although popular literature suggests that the Schumann Resonance value is rising and has jumped from 7.83 Hz to 11 Hz over the past few years, research done at the Northern California Earthquake Data Center proves that the frequency has been and continues to be stable at the 7.8 Hz range. It can be said that the problem is due to all the man-made interference, it is getting harder to accurately measure this signal, since

it can be obscured by electrical noise pollution [11].

Since life began, the Earth has been surrounding all living things with this natural vibration. These naturally occurring Schumann Waves are an essential ingredient of all biological life on Earth. Research seems to suggest that our biological system is “tuned” into the Schumann Frequency of our planet [6]. Scientists have confirmed that these Vibrations are not only an essential ingredient of life, they in fact have shaped our life, and thru the eons of time have determined the frequency spectrum of the human brain. That is to say, the frequencies of these naturally occurring signals in the atmosphere have determined the “evolution” and development of the frequencies of the human brain [6].

This is a very important fact that binds us to the Earth. It is a natural occurrence.

This electromagnetic field has always been there right from the moment of creation. The resonance is essential to the proper functioning of the human brain. All life has evolved with it, and is meant to live in harmony with it. From the basics of “Tuning Fork”. If you have two tuning forks, when one tuning fork is struck, the other one will also vibrate at the same frequency. This is due to wave motion resonance. Now think of the Earth as one tuning fork constantly vibrating, and yourself as the other one receiving the resonances (fig. 10). When the Earth is vibrating, it induces a similar vibration in all of us which promotes well-being [11].

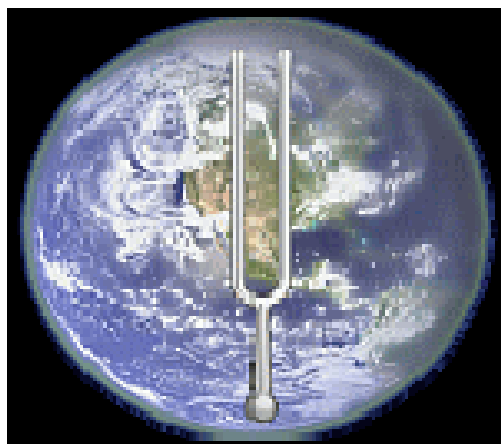


Fig. 10. When the Earth is vibrating, it induces a similar vibration in all (people, animals, and vegetation), which promotes well-being [11]

Results

Schumann Resonance Research

Researchers have established a scientific fact that Schumann Resonance is not merely a phenomenon caused by lightning in the atmosphere, but a very important electromagnetic standing wave, acting as background frequency and influencing biological oscillators within the mammalian brain. At the time when Schumann published his research re-

sults in the journal “Technische Physik”, Dr H. König, a physician, who became Schumann’s successor at Munich University, demonstrated a correlation between Schumann Resonances and brain rhythms and found that the main frequency produced by Schumann oscillations is very close to the frequency of alpha rhythms. Dr König carried out further measurements of Schumann Resonance and eventually arrived at a frequency of exactly



7.83 Hz, which is even more interesting, as this frequency is one which applies to mammals. For instance, septal driving of the hippocampal rhythm in rats has been found to have a minimum threshold at 7.7 Hz [12; 14].

Although Schumann Resonance could easily be confirmed by measurements at the time of its discovery, it is no longer so obvious due to our atmosphere being filled with manmade radiation noise at different frequencies. This is almost drowning out the natural signals – signals that have been there through a eons of evolution. It is possible that these signals act like a natural tuning fork, not just for the biological oscillators of the brain, but for all processes of life.

With the advent of new wireless technology, in particular microwaves pulsed at frequencies close to Schumann Resonance as in mobile telephony, another threat is emerging. We may be creating an environment that is literally 'out of tune' with Nature itself. And it is at this point that there is an urgent need to understand how everything alive responds to the most subtle changes in magnetic and electromagnetic fields surrounding us. For instance, we need to examine the possible interaction between magnetite crystals within cells and manmade magnetic fields in the environment.

In Brainwave Evolution: L. B. Hainsworth has hypothesized that the electromagnetic frequencies in the Earth-ionosphere cavity have played a governing role in the evolution of human and mammalian brainwave patterns, particularly the Alpha pattern which the Schumann Resonance falls within. Commenting on the unique correlations of Alpha brainwave activity and its relationship to the Earth-ionospheric cavity resonance, Hainsworth has said, "As human beings we have extraordinary potentials we have hardly begun to study, much less understand. Creative gifts, intuitions and talents that are unpredictable or emergent may become stabilized in generations to come.

Hopefully, we can learn to understand both our emergence from an essentially electromagnetic environment and facilitate our potential for healing, growth and non-local communication"[13].

In DNA Formation: Dr. L. Montagnier conducted an experiment in which he filled two test tubes with pure water and placed piece of heavily diluted bacterial DNA into one of the test tubes. After surrounding both test tubes with a weak electromagnetic field pulsing at 7 Hz for 18 hours, DNA was detectable in the glass that originally had nothing in it but water. It would appear that the 7 Hz played a substantial role in extracting the DNA information from the one test tube and communicating it into the other test tube [13].

In Psychic Communication Phenomena: Dr. M. Persinger has conducted research in which two people in separate rooms were presented with identical magnetic fields at approximately 7 Hz. When one of these individuals drew a picture, the other person could roughly approximate that drawing, even though they were in separate rooms). Further research has shown a strong correlation between geomagnetic activity and psychic phenomena [13].

However, recent collected data brought an evidence suggests that the proliferation of manmade electromagnetic fields has given rise to a kind of electromagnetic chaos that now seems to be affecting the fundamental Schumann Resonance, effectively raising it and adding to the chaos experienced by living systems. If this is the case, it would suggest that (1) Integrating the fundamental Schumann Resonance in human living environments would be beneficial in establishing optimal physical and psychological health; and (2) With the continuing rise of electromagnetic technology, the future health of all living systems seems to necessitate the emergence of an organic technology that can decrease and/or completely reverse the detrimental

effects of synthetic electromagnetic technology [13].

However, there is a great need for independent research into the bio-compatibility between natural and manmade signals. By linking together the potential importance of Schumann Resonance and the dangers posed by manmade pulsed frequencies, it will become apparent that unless we find a way to use bio-compatible signals to power new technology, we may expose all life to dangers previously not encountered. We may have to pay a high price for this shortsightedness. Serious attention must now be paid to the possible biological role of standing waves in the atmosphere, so that we do not overlook the importance of oscillations in nature that may be central to consciousness and life itself [14].

In Communications, when we consider that the ionosphere surrounding our planet is electrically positive charged whilst the earth's surface carries a negative charge, we must conclude that this amounts to a prevailing electrical tension within the earth/ionosphere cavity. This tension is discharged when thunderstorms develop in this cavity. The inside of the ionosphere layer is used in wireless information transfer to bounce off radio waves emitted by transmitters on the earth's surface. In this way the information can be transferred over large distances.

Following Schuman's landmark paper in 1952, there was an increasing interest in SR in a wide variety of fields. Due to the low attenuation of ELF waves in the SR band (~ 0.5 dB/Mm) it was discovered that not only lightning can produce SR, but any large explosion in the atmosphere will also induce SR transients. Hence, until the ban of atmospheric nuclear explosions in the 1960s, there was great interest in using the SR to monitor nuclear explosions in remote parts of the globe. Another application of ELF waves related to the SR, due to the low attenuations of the ELF waves, was the man-made transmission of these waves for long range

communications with submarines. However, due to the extremely long wavelengths at ELF, such transmitters need to be huge (> 200 km length), with huge power outputs due to very low efficiencies of these transmitters [15].

Electromagnetic Field Frequency Memory in Water

There is sufficient evidence that water exposed to electromagnetic (EM) field undergoes structural changes and the water remembers the field memory for extended period of time as discovered by some eminent Scientists. Electromagnetic radiation can be trapped within water molecules in much the same way as electric fields are trapped and stored within the dielectric placed between the two metal plates of a capacitor and treated water with electromagnetic radiation exhibits some memory characteristics [16].

Water consists 70 % of human body. Water reaches every tissue of human body within 30 minutes after drinking. It even flows through blood brain barrier and has almost no side effect. If water itself could work as a radical scavenger, it would be an ideal antioxidant. It was revealed that every matter has its accompanying wave. The wave part of the matter contains Information (called information wave), and can be transferred to water physically by shaking or tapping, and thus serially diluted water have been used to stimulate natural healing power in traditional homeopathy. This way of transferring the wave part of the matter to water has been already demonstrated by Benveniste and researchers [17].

A new electronic device was developed which could replace time-consuming homeopathy to activate water. The device uses 7.8Hz frequency as a carrier which is the resonance frequency of the Earth. Using the device information wave of hormones and other cytokines could be transferred to water and even to other medium like ceramic balls. Information wave of the hormone or cytokine transferred to ceramic balls could be passed



to water indirectly by contacting water. Such water containing information wave of the matter functioned like hormone for human [17].

The human brain is a biological organ and has developed over hundreds of millions of years in the environment that has contained in the Schumann Resonance signal for over 3 billion years. On one hand it is soft, flexible and adaptive, but is relatively stable and coherent with well developed.

Intelligence. In order to retain intelligent thinking in a soft and adaptive organ there needs to be a constant, globally available, synchronization system that continuously stabilizes the brain wave activity. Rapid intelligence and reactions requires an electromagnetic signaling system, supported by a biochemical system. The Schumann Resonance signal provides a brain frequency range matching electromagnetic signal, providing the synchronization needed for intelligence [18].

New scientific research resulted in that humans can get into resonance with the earth and with other organisms via their different body-own electromagnetic fields. Therefore, the electromagnetic waves produced by the human brain are the main field of interest. The investigation of the earth resonance frequencies, called Schumann waves is the key for the new scientific realizations [19].

It was suggested by L. Montagnier that the association of DNA with water is known since the deciphering of its double helical structure by X-Ray diffraction in 1953. However the power of DNA for organizing water seems to go far beyond the direct filling of water molecules within the grooves of the double helix. It was stated by Luc that recently discovered some DNA sequences – so far belonging to pathogenic bacteria and viruses – are able to induce specific structures of Nano metric size in water. When sufficiently diluted in water, these structures are emitting a spectrum of electromagnetic waves of low frequencies (ranging from 1,000 to 3,000 Hz). This is

a resonance phenomenon which is dependent on excitation by very low frequency electromagnetic waves, usually provided by the ambient background. In agreement with recently obtained evidence that some specific DNA sequences can be transmitted through waves in water. This raises the interesting possibility that living structures are able to communicate through waves [20].

For such theoretical considerations, there are already medical applications of the phenomenon: In the blood of patients suffering of chronic diseases, electromagnetic signatures of DNA from infectious microorganisms remaining in a latent state can be detected. In the case of HIV/AIDS, the DNA signature appears after antiretroviral therapy, revealing a niche of the virus resistant to this treatment [20].

Discussion and Conclusions

Schumann (global) electromagnetic resonances in the cavity Earth – ionosphere play a critical role in all biological evolutionary processes. However, there is a great need for independent research into the bio-compatibility between natural and manmade signals. Serious attention must now be paid to the possible biological role of standing waves in the atmosphere, so that we do not overlook the importance of oscillations in nature that may be central to consciousness and life itself. Being a global phenomenon, Schumann resonances have numerous applications in lightning research.

SR is one of the most promising tools in a variety of fields related to lightning electromagnetics, earthquakes, and impacts of extra-terrestrial disturbances on the Earth-ionosphere cavity. SR can also provide a global geo-electric index for monitoring global climate change parameters such as land surface temperature.

Since electromagnetic skin depth in Earth depends on frequency and conductivity, SR can be used as a tool for conductivity studies which is sensitive to mineral composition, salinity, temperature, fluids, water, and melt, and for other

suitable Earth targets. The discovery of Schumann resonances in the Earth's ionosphere offers new remote sensing capa-

bilities for the detection of similar phenomena at other planets and moons of the solar system with ionospheres.

REFERENCES

1. Simões F., Pfaff R., Freudenreich H. Observation of Schumann resonances in the Earth's ionosphere. Available at: <http://pdfs.semanticscholar.org/c67c/0308906a99f5af444339b00e87ded5a8f7f4.pdf>
2. [Electronic resource]. Available at: <http://image.gsfc.nasa.gov/poetry/ask/q768.html>
3. Grimalsky V., Koshevaya S., Kotsarenko A., Perez E. R. Penetration of the electric and magnetic field components of Schumann resonances into the ionosphere. *Annales Geophysicae*. 2005; 23(7):2559–2564. Available at: <http://www.ann-geophys.net/23/2559/2005/angeo-23-2559-2005.pdf>
4. Chand R., Israil M., Rai J. Schumann resonance frequency variations observed in magnetotelluric data recorded from Garhwal Himalayan region. *Annales Geophysicae*. 2009. 27(9):3497–3507. DOI:10.5194/angeo-27-3497-2009
5. The Earth's ionosphere. Available at: <http://solarcenter.stanford.edu/SID/activities/ionosphere.html>
6. Deyhle A. Earth's atmosphere, Schumann resonance and the ionosphere. Available at: <https://www.heartmath.org/gci-commentaries/earths-atmosphere-schumann-resonance-and-the-ionosphere/>
7. Price C. ELF electromagnetic waves from lightning: The Schumann resonances. Available at: <http://www.mdpi.com/2073-4433/7/9/116/pdf>
8. Lightning strokes can probe the ionosphere. Available at: <https://phys.org/news/2013-04-lightning-probe-ionosphere.html>
9. Miller I., Miller R. A., Schumann resonances & human physiology. *Nexus Magazine*. 2003; 10(3).
10. Simões F., Pfaff R., Freudenreich H. Satellite observations of Schumann resonances in the Earth's ionosphere. *Geophysical Research Letters*. 2011; 38. DOI: 10.1029/2011GL049668
11. Healthy life with energy medicine and the QUwave. Available at: <http://quwave.com/Healthier-LifewithEnergyMedicine1.pdf>
12. Lipkova J., Cechak J. Human electromagnetic emission in the ELF band. *Measurement Science Review*. 2005; 5(2):29–32. Available at: <http://www.measurement.sk/2005/S2/Lipkova.pdf>
13. Thompson E. The Schumann resonance: The Earth's "Field Effects" on Human Health. Available at: <https://subtle.energy/the-schumann-resonance-the-earths-field-effects-on-human-health>
14. The discovery of Schumann resonance. Available at: <http://www.earthbreathing.co.uk/sr.htm>
15. Constable C. Electromagnetic environment Earth's. *Surv Geophys*. 2016; 37:27–45. Available at: http://www.completemtsolutions.com/mtnet/division/papers/EMWKSHP_ReviewVolumes/2014Weimar/Constable_2014WeimarReview.pdf
16. Ehinlafa O. E., Ibitola G. A., Okunye. O., Electromagnetic field frequency memory in water as revealed by germination responses of fungal spores. *Advances in Applied Science Research*. 2012; 3(5):2643–2647. Available at: <http://www.imedpub.com/articles/electromagnetic-field-frequency-memory-in-water-as-revealed-by-germinationresponses-of-fungal-spores.pdf>
17. Chung J., Kim Won H., Information wave of P53 amplified anti-cancer effect of alkaline reduced water. *The Open Conference Proceedings Journal*. 2012; 3(Suppl 1-M10):60–65 Available at: <http://benthamopen.com/contents/pdf/TOPROCJ/TOPROCJ-3-3-60.pdf>
18. Cherry N. J. Schumann Resonances, a plausible biophysical mechanism for the human health effects of Solar/Geomagnetic Activity. *Natural Hazards*. 2002; 26(3):279–331.
19. Kozłowski M., Marciak-Kozłowska J. Brain photons as the quanta of the quantum string. *NeuroQuantology*. 2012; 10(3):453–446. Available at: <http://neuroquantology.com/index.php/journal/article/viewFile/539/531>
20. Montagnier L. DNA between Physics and Biology. 60th Lindau Nobel Laureate Meeting. Available at: <http://www.mediatheque.lindau-nobel.org/videos/31544/dna-between-physics-and-biology-2010/laureate-montagnier>

Submitted 31.07.2017; revised 02.10.2017; published online 19.12.2017

*About the authors:*

Amal Fathi Alrais, BSc. Student of Department of Physics, Faculty of Science, University of Benghazi (Benghazi, Libya), dr.sahamouda@gmail.com

Eman A. Alsslam Alfadeel, Graduate Student of Department of Physics, Faculty of Science, University of Benghazi (Benghazi, Libya), dr.sahamouda@gmail.com

Samir Ahmed Hamouda, professor of Department of Physics, Faculty of Science, University of Benghazi (Benghazi, Libya), Ph.D. (Physics), **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-9958-0257>, dr.sahamouda@gmail.com

All authors have read and approved the final version of the manuscript.

Поступила 31.07.2017; принята к публикации 02.10.2017; опубликована онлайн 19.12.2017

Об авторах:

Альраис Амаль Фатхи, студент физического отделения факультета естественных наук, Университет Бенгази (Ливия, г. Бенгази), dr.sahamouda@gmail.com

Альфадель Эман А. Альсслам, аспирант физического отделения факультета естественных наук Университета Бенгази (Ливия, г. Бенгази), dr.sahamouda@gmail.com

Хамуда Самир Ахмед, профессор кафедры физики, факультета естественных наук, Университет Бенгази (Ливия, г. Бенгази), кандидат физических наук, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-9958-0257>, dr.sahamouda@gmail.com

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.



Априорные оценки решения однородной краевой задачи для уравнений параболического типа методом Галеркина с разрывными базисными функциями на разнесенных сетках

Р. В. Жалнин*, В. Ф. Масягин, Е. Е. Пескова

ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Россия)

**zhrv@mrsu.ru*

Введение. В работе представлены априорные оценки точности решения однородной краевой задачи для параболического уравнения методом Галеркина с разрывными базисными функциями на разнесенных сетках.

Материалы и методы. Для решения поставленной задачи применяется унифицированный подход по исследованию ошибок аппроксимации уравнений диффузионного типа с помощью метода Галеркина с разрывными базисными функциями, предложенный в 2002 г. Р. Castillo, В. Cockburn и др.

Результаты исследования. В статье приводятся ошибки аппроксимации, зависящие от характеристического размера ячеек и степени используемых в базисных функциях полиномов; формулируются необходимые для решения задачи леммы; проводится полное доказательство сформулированных лемм. В результате исследования была сформулирована и доказана теорема, в которой приводятся априорные оценки для решения параболических уравнений с помощью метода Галеркина на разнесенных сетках.

Обсуждение и заключения. Полученные результаты согласуются с аналогичными исследованиями других авторов и дополняют их. Дальнейшая работа по данной тематике предполагает исследование уравнений диффузионного типа порядка выше единицы и получение апостериорных оценок погрешности.

Ключевые слова: априорная оценка погрешности, конечный элемент, метод Галеркина, разрывные базисные функции, параболическая задача

Для цитирования: Жалнин Р. В., Масягин В. Ф., Пескова Е. Е. Априорные оценки решения однородной краевой задачи для уравнений параболического типа методом Галеркина с разрывными базисными функциями на разнесенных сетках // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 4. С. 490–503. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.490-503

Благодарности: Авторы выражают признательность и благодарность члену-корреспонденту РАН В. Ф. Тишкину, чьи рекомендации помогли улучшить статью. Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ; базовая часть государственного задания 1.6958.2017/8.9.



A Priori Estimates of Solution of a Homogeneous Boundary Value Problem for Parabolic Type Equations by the Discontinuous Galerkin Method on Staggered Grids

R. V. Zhalnin*, V. F. Masyagin, Ye. Ye. Peskova

National Research Mordovia State University (Saransk, Russia)

*zhry@mrsu.ru

Introduction. In this paper, we present a priori error analysis of the solution of a homogeneous boundary value problem for a second-order differential equation by the discontinuous Galerkin method on staggered grids.

Materials and Methods. This study is based on the unified hp-version error analysis of local discontinuous Galerkin method proposed by Castillo et al. [Optimal a priori error estimates for the hp-version of the local discontinuous Galerkin method for convection-diffusion problems, 2002]. The purpose of this paper is to present a new approach to the error analysis of the solution of parabolic equations by the discontinuous Galerkin method on staggered grids.

Results. We suggest that approximation errors depend on the characteristic size of the cells and the degree of polynomials used in the basis functions. The necessary lemmas are formulated for the problem solution. The complete proof of the lemmas formulated is carried out. We formulated and proved a theorem, in which a priori error estimates are given for solving parabolic equations using the discontinuous Galerkin method on staggered grids.

Discussion and Conclusions. The obtained results are consistent with similar studies of other authors and complement them. Further work on this topic involves the study of diffusion-type equations of order higher than the first and the production of a posteriori error estimates.

Keywords: a priori error analysis, finite elements, discontinuous Galerkin methods, discontinuous basis functions, parabolic problems

For citation: Zhalnin R. V., Masyagin V. F., Peskova Ye. Ye. A Priori Estimates of Solution of a Homogeneous Boundary Value Problem for Parabolic Type Equations by the Discontinuous Galerkin Method on Staggered Grids. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2017: 27(4):490–503. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.490-503

Acknowledgements: The authors express their appreciation and gratitude to Corresponding Member of Russian Academy of Sciences V. F. Tishkin, whose detailed comments and recommendations helped to improve the article. The work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation: basic part of the State Task 1.6958.2017 / 8.9.

Введение

В работах [1–5] предложен метод на основе метода Галеркина с разрывными базисными функциями на разнесенных сетках для уравнений параболического типа. Отличительной особенностью метода является то, что аппроксимация градиента искомой функции производится на двойственной сетке, состоящей из медианных контрольных объемов, связанных с узлами основной сетки.

В данной работе оценивается ошибка аппроксимации решения сле-

дующей краевой задачи для параболического уравнения с помощью ранее предложенного метода:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x), \quad x \in (a, b), \quad (1)$$

$$u(a) = u(b) = 0. \quad (2)$$

Обзор литературы

Исследование локального метода Галеркина с разрывными базисными функциями применительно к зависящим от времени задачам конвекции-

диффузии было выполнено в работах В. Cockburn и С. W. Shu [6], В. Cockburn и С. Dawson [7], Р. Castillo, В. Cockburn, D. Schötzau и Ch. Schwab [8].

Применительно к чисто эллиптическим задачам локальный метод Галеркина с разрывными базисными функциями тесно связан с т. н. методами внутреннего штрафа (interior penalty methods), исследованными в работах I. Babuška и M. Zlamán [9], J. Douglas и T. Dupont [10], G. A. Baker [11], M. F. Wheeler [12], T. Rusten, P. S. Vassilevski и R. Winther [13], R. Becker и P. Hansbo [14]. В данных исследованиях приводится т. н. обобщенный анализ погрешности представленных выше методов.

В России оценки погрешности аппроксимации задач эллиптического типа с помощью т. н. гибридизированного варианта схемы разрывного метода Галеркина представлены в работе Р. З. Даутова и Е. М. Федотова [15]. Данная работа продолжает эту череду работ и представляет анализ априорных оценок решения параболических уравнений с помощью метода Галеркина с разрывными базисными функциями на разнесенных сетках [1–5].

Материалы и методы

Накроем отрезок $[a, b]$ равномерной сеткой T_ν

$$a = x_{1/2} < x_{3/2} < \dots < x_{i-1/2} < x_{i+1/2} < \dots < x_{N-1/2} < x_{N+1/2} = b.$$

Размер ячейки обозначим $h = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$, $i = 0, \dots, N$.

Также введем в рассмотрение двойственную сетку T_w

$$a = x_{1/2} < x_1 < \dots < x_{i-1} < x_i < x_{i+1} < \dots < x_N < x_{N+1/2} = b,$$

$$\text{где } x_i = \frac{1}{2}(x_{i-1/2} + x_{i+1/2}), i = 1, \dots, N.$$

Обозначим ячейки сетки T_ν за $I_i = (x_{i-1/2}, x_{i+1/2})$, $i = 1, \dots, N-1$. Ячейки сетки T_w обозначим $I_{1/2} = (x_{1/2}, x_1)$, $I_{N+1/2} = (x_N, x_{N+1/2})$, $I_{i+1/2} = (x_i, x_{i+1})$, $i = 1, \dots, N-1$.

Для удобства дальнейших рассуждений введем в рассмотрение сетку T_ϱ $a = x_{1/2} < x_1 < x_{3/2} < \dots < x_{N-1/2} < x_N < x_{N+1/2} = b$, ячейки которой обозначим за $Y_i^- = (x_{i-1/2}, x_i)$, $Y_i^+ = (x_i, x_{i+1/2})$, $i = 1, \dots, N$.

В случае, когда это не влияет на ход рассуждений, верхние и нижние индексы будем опускать. Размер ячеек сетки T_ϱ обозначим $h_\gamma = 0.5h$.

Значения «слева» и «справа» от узлов сетки обозначим следующим образом:

$$u_i^- = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} u(x_i - \varepsilon), u_i^+ = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} u(x_i + \varepsilon),$$

$$u_{i+1/2}^- = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} u(x_{i+1/2} - \varepsilon), u_{i+1/2}^+ = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} u(x_{i+1/2} + \varepsilon).$$

Введем следующие обозначения:

$$[[u_i]] = (u_i^+ - u_i^-),$$

$$[[u_{i+1/2}]] = (u_{i+1/2}^+ - u_{i+1/2}^-),$$

$$[[u_{1/2}]] = (u_{1/2}^+), [[u_{N+1/2}]] = (u_{N+1/2}^-)$$

Обозначим $\|\cdot\|_{m, I_i}$ и $|\cdot|_{m, I_i}$ норму и полунорму в пространстве $H^m(I_i)$, которые стандартным образом определяются как:

$$\|v\|_{m, I_i} = \left(\sum_{|\alpha| \leq m} \int_{I_i} \left| \frac{\partial^\alpha v}{\partial x^\alpha} \right|^2 \right)^{1/2},$$

$$|v|_{m, I_i} = \left(\sum_{|\alpha| = m} \int_{I_i} \left| \frac{\partial^\alpha v}{\partial x^\alpha} \right|^2 \right)^{1/2}.$$

Обозначение $\|\cdot\|_{0, I_i}$ будем использовать для нормы в пространстве $L^2(I_i)$.

Справедливы следующие две леммы, доказанные в работе Ф. Сьярле¹.

¹ Сьярле Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач. М.: Мир, 1980. 512 с.



Лемма 1

Пусть $w \in H^{r+1}(I_i)$, при этом $r \geq 0$, $I_i = (x_{i-1/2}, x_{i+1/2})$. Пусть Π – линейный непрерывный оператор из $H^{r+1}(I_i)$ в $P^k(I_i)$, причем $\Pi w = w$, $\forall w \in P^k(I_i)$. Тогда для целых m , $0 \leq m \leq r+1$, справедливы оценки:

$$|w - \Pi w|_{m, I_i} \leq Ch_i^{\min\{r, k\}+1-m} \|w\|_{r+1, I_i},$$

$$|(w - \Pi w)_{i-1/2}| \leq Ch_i^{\min\{r, k\}+1/2} \|w\|_{r+1, I_i},$$

$$|(w - \Pi w)_{i+1/2}| \leq Ch_i^{\min\{r, k\}+1/2} \|w\|_{r+1, I_i}.$$

Лемма 2

Существуют положительные C_{inv} , k такие, что для всех $w \in P^k(I_i)$, справедливы оценки:

$$|w_{i-1/2}| \leq C_{inv} h_i^{-1/2} \|w\|_{0, I_i},$$

$$|w_{i+1/2}| \leq C_{inv} h_i^{-1/2} \|w\|_{0, I_i},$$

где $I_i = (x_{i-1/2}, x_{i+1/2})$, $h_i = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$.

Определим следующие пространства:

$$V = \{u \in L^2(a, b) : u|_{I_i} \in H^{s+2}(I_i),$$

$$\forall i = 1, \dots, N, s \geq 0\},$$

$$W = \{q \in L^2(a, b) : q|_{I_{i+1/2}} \in H^{s+1}(I_{i+1/2}),$$

$$\forall i = 0, \dots, N, s \geq 0\}$$

$$V_h = \{u \in L^2(I_i) : u|_{I_i} \in P^k(I_i), \forall i = 1, \dots, N\}$$

$$W_h = \{q \in L^2(I_{i+1/2}) : q|_{I_{i+1/2}} \in P^k(I_{i+1/2}),$$

$$\forall i = 0, \dots, N\}.$$

Дополнительно будем предполагать, что для элементов пространств V_h и W_h справедливо утверждение:

$$\text{если } v \in V_h, \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \frac{\partial v}{\partial x} w dx = 0, \forall w \in W_h,$$

$$\text{то } \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \text{ в } I_i, i = 1, \dots, N. \quad (3)$$

Перепишем (1–2) в виде

$$q(x) - \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad x \in (a, b), \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial q}{\partial x} = f(x), \quad x \in (a, b), \quad (5)$$

$$u(a) = u(b) = 0. \quad (6)$$

Согласно методу Галеркина с разрывными базисными функциями [6], приближенное решение $(q_h, u_h) \in W_h \times V_h$ задачи (4–6) будем искать как решение следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma_i^-} q_h w dx + \int_{\Gamma_i^+} q_h w dx - \hat{u}_h w|_{x_{i-1/2}}^{x_i} + \\ & + \int_{\Gamma_i^-} u_h w' dx - \hat{u}_h w|_{x_i}^{x_{i+1/2}} + \int_{\Gamma_i^+} u_h w' dx = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma_i^-} \frac{\partial u_h}{\partial t} v dx + \int_{\Gamma_i^+} \frac{\partial u_h}{\partial t} v dx - \hat{q}_h v|_{x_{i-1/2}}^{x_i} + \\ & + \int_{\Gamma_i^-} q_h v' dx - \hat{q}_h v|_{x_i}^{x_{i+1/2}} + \int_{\Gamma_i^+} q_h v' dx = \int_{I_i} f v dx, \end{aligned} \quad (8)$$

где $i = 1, \dots, N$, $(v, w) \in W_h \times V_h$, \hat{u}_h , \hat{q}_h – численные потоки, зависящие от значений «слева» и «справа» от узлов сетки. Для численных потоков выполняется условие согласования:

$$\hat{u}_h(q_i, u_i; q_i, u_i) = u_i, \quad (9)$$

$$\hat{u}_h(q_{i+1/2}, u_{i+1/2}; q_{i+1/2}, u_{i+1/2}) = u_{i+1/2},$$

$$\hat{q}_h(q_i, u_i; q_i, u_i) = q_i, \quad (10)$$

$$\hat{q}_h(q_{i+1/2}, u_{i+1/2}; q_{i+1/2}, u_{i+1/2}) = q_{i+1/2}.$$

Суммируем выражения (7–8) по всем ячейкам сетки, получим:

$$\int_a^b q_h w dx + \sum_{i=1}^N \hat{u}_{hi}[[w_i]] + \quad (11)$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} u_h w' dx + \int_{\Gamma_i^+} u_h w' dx \right] = 0,$$

$$\int_a^b \frac{\partial u_h}{\partial t} v dx + \sum_{i=0}^N \hat{q}_{hi+1/2}[[v_{i+1/2}]] + \quad (12)$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} q_h v' dx + \int_{\Gamma_i^+} q_h v' dx \right] = \int_a^b f v dx.$$

Потоки будем вычислять следующим образом:

$$\hat{u}_{hi} = u_{hi}, \quad i = 1, \dots, N; \quad (13)$$

$$\hat{q}_{hi+1/2} = q_{hi+1/2} + C_{11}[[u_{hi+1/2}]] \quad i = 1, \dots, N; \quad (14)$$

$$\hat{u}_{h1/2} = \hat{u}_{hN+1/2} = 0. \quad (15)$$

Здесь

$$C_{11} = \varsigma h^\alpha, \quad (16)$$

где $\varsigma > 0$, $-1 \leq \alpha \leq 0$, которые не зависят от размера сетки.

Результаты исследования

Подставив (13–15) в систему (11–12), получим:

$$\int_a^b q_h w dx + \sum_{i=1}^N u_{hi} [[w_i]] + \quad (17)$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} u_h w' dx + \int_{\Gamma_i^+} u_h w' dx \right] = 0,$$

$$\int_a^b \frac{\partial u_h}{\partial t} v dx + \sum_{i=0}^N q_{hi+1/2} [[v_{i+1/2}]] +$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} q_h v' dx + \int_{\Gamma_i^+} q_h v' dx \right] + \quad (18)$$

$$+ \sum_{i=0}^N C_{11} [[u_{hi+1/2}]] [[v_{i+1/2}]] = \int_a^b f v dx.$$

Определим следующую проекцию: найти $(\tilde{u}_h, \tilde{q}_h): [0, T] \rightarrow V_h \times W_h$, удовлетворяющие условию:

$$\int_a^b (q - \tilde{q}_h) w dx + \sum_{i=1}^N (u - \tilde{u}_{hi}) [[w_i]] +$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} (u - \tilde{u}_h) w' dx + \right. \quad (19)$$

$$\left. + \int_{\Gamma_i^+} (u - \tilde{u}_h) w' dx \right] = 0, \quad \forall w \in W_h$$

$$\sum_{i=0}^N (q_{i+1/2} - \tilde{q}_{hi+1/2}) [[v_{i+1/2}]] +$$

$$\sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} (q - \tilde{q}_h) v' dx + \int_{\Gamma_i^+} (q - \tilde{q}_h) v' dx \right] + \quad (20)$$

$$+ \sum_{i=0}^N C_{11} [[u_{i+1/2} - \tilde{u}_{hi+1/2}]] [[v_{i+1/2}]] = 0,$$

$$\forall v \in W_h.$$

Обозначим за Π_1 и Π_2 L^2 – проекторы на пространства V_h и W_h соответственно. Получим:

$$u - \tilde{u}_h = (u - \Pi_1 u) - (\tilde{u}_h - \Pi_1 u) = \Theta_u - \xi_u,$$

$$q - \tilde{q}_h = (q - \Pi_2 q) - (\tilde{q}_h - \Pi_2 q) = \Theta_q - \xi_q,$$

Несложно показать, что

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N u_{hi} [[w_i]] + \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} u_h w' dx + \right. \\ & \left. + \int_{\Gamma_i^+} u_h w' dx \right] + \sum_{i=1}^N w_{i+1/2} [[u_{hi+1/2}]] + \quad (21) \\ & + \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} w u_h' dx + \int_{\Gamma_i^+} w u_h' dx \right] = 0 \end{aligned}$$

для $(w, u_h) \in W_h \times V_h$.

Сложим (19) и (20) и получим в компактном виде

$$A(q - \tilde{q}_h, u - \tilde{u}_h; w, v) = 0, \quad (22)$$

где форма A определена следующим образом:

$$A(q_h, u_h; w, v) = \int_a^b q_h w dx + \sum_{i=1}^N u_{hi} [[w_i]] +$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} u_h w' dx + \int_{\Gamma_i^+} u_h w' dx \right] +$$

$$+ \sum_{i=0}^N q_{hi+1/2} [[v_{i+1/2}]] + \quad (23)$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} q_h v' dx + \int_{\Gamma_i^+} q_h v' dx \right] +$$

$$+ \sum_{i=0}^N C_{11} [[u_{hi+1/2}]] [[v_{i+1/2}]] = 0.$$

Введем в рассмотрение двойственную задачу:

$$-\phi'' = \lambda \quad \text{в } (a, b), \quad (24)$$

$$\phi(a) = \phi(b) = 0. \quad (25)$$

Аналогично работе [16] докажем следующие леммы.



Лемма 3

Пусть $(q, u) \in H^{s+1}(a, b) \times H^{s+2}(a, b)$, $s \geq 0$ является точным решением (4–6) и пусть $\phi \in H^{t+2}(a, b)$, $t \geq 0$ является решением двойственной задачи (24–25), а $\Phi = -\phi'$. Также полагаем, что константа C_{11} удовлетворяет (16). Тогда существует константа C такая, что справедлива следующая оценка:

$$A(q - \Pi_2 q, u - \Pi_1 u; \Phi - \Pi_2 \Phi, \phi - \Pi_1 \phi) \leq Ch^P \|u\|_{s+2} \|\phi\|_{t+2},$$

где $P = \min\{\min\{s, k\} + 1 + \min\{t + 1, k\}, \min\{s + 1, k\} + 1 + \min\{t, k + \alpha\}\}$.

Доказательство

Предположим $\xi_q = q - \Pi_2 q$, $\xi_u = u - \Pi_1 u$, $\xi_\Phi = \Phi - \Pi_2 \Phi$, $\xi_\phi = \phi - \Pi_1 \phi$. Следовательно:

$$\begin{aligned} A(\xi_q, \xi_u; \xi_\Phi, \xi_\phi) &\leq \left| \int_a^b \xi_q \xi_\Phi dx \right| + \\ &+ \left| \sum_{i=1}^N \xi_{ui} [[\xi_{\Phi i}]] + \sum_{i=1}^N \left[\int_{\gamma_i^-} \xi_u \xi_\Phi' dx + \int_{\gamma_i^+} \xi_u \xi_\Phi' dx \right] \right| + \\ &+ \left| \sum_{i=0}^N \xi_{q i+1/2} [[\xi_{\phi i+1/2}]] + \sum_{i=1}^N \left[\int_{\gamma_i^-} \xi_q \xi_\phi' dx + \right. \right. \\ &\left. \left. + \int_{\gamma_i^+} \xi_q \xi_\phi' dx \right] \right| + \left| \sum_{i=0}^N C_{11} [[\xi_{ui+1/2}]] [[\xi_{\phi i+1/2}]] \right| = \\ &= A_1 + A_2 + A_3 + A_4. \end{aligned}$$

Оценим отдельно каждое слагаемое. Из неравенства Коши-Буняковского получим:

$$\begin{aligned} A_1 &\leq \sum_{\gamma \in \Gamma_Q} \left| \int_{\gamma} \xi_q \xi_\Phi dx \right| \leq \\ &\leq \left(\sum_{\gamma \in \Gamma_Q} \|\xi_q\|_{0,\gamma}^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{\gamma \in \Gamma_Q} \|\xi_\Phi\|_{0,\gamma}^2 \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Далее из оценок леммы 1 следует:

$$\begin{aligned} A_1 &\leq \tilde{C}_1 \left(\sum_{\gamma \in \Gamma_Q} h_\gamma^{2 \min\{s,k\}+2} \|q\|_{s+1,\gamma}^2 \right)^{1/2} \cdot \\ &\cdot \left(\sum_{\gamma \in \Gamma_Q} h_\gamma^{2 \min\{t,k\}+2} \|\Phi\|_{t+1,\gamma}^2 \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Интегрируя по частям и применяя последовательно неравенство Коши-Буняковского и лемму 1, получим оценку:

$$\begin{aligned} A_2 &= \left| \sum_{i=1}^N \xi_{ui} [[\xi_{\Phi i}]] + \sum_{i=1}^N \left(\int_{\gamma_i^-} \xi_u \xi_\Phi' dx + \right. \right. \\ &\left. \left. + \int_{\gamma_i^+} \xi_u \xi_\Phi' dx \right) \right| = \left| \sum_{i=1}^N \xi_{ui} \xi_{\Phi i}^+ - \sum_{i=1}^N \xi_{ui} \xi_{\Phi i}^- + \right. \\ &+ \sum_{i=1}^N \left(\xi_{ui} \xi_{\Phi i}^- - \xi_{ui-1/2}^+ \xi_{\Phi i-1/2} - \int_{\gamma_i^-} \xi_u' \xi_\Phi dx + \right. \\ &\left. + \xi_{ui+1/2}^- \xi_{\Phi i+1/2} - \xi_{ui} \xi_{\Phi i}^+ - \int_{\gamma_i^+} \xi_u' \xi_\Phi dx \right) \Big| = \\ &= \left| - \sum_{i=0}^N \xi_{\Phi i+1/2} [[\xi_{ui+1/2}]] - \right. \\ &\left. - \sum_{i=1}^N \left(\int_{\gamma_i^-} \xi_u' \xi_\Phi dx + \int_{\gamma_i^+} \xi_u' \xi_\Phi dx \right) \right|. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &\leq \sum_{\gamma \in \Gamma_Q} \left| \xi_u|_{1,\gamma} \|\xi_\Phi\|_{0,\gamma} + \left| \frac{1}{\sqrt{h_\gamma}} \xi_u|_{\partial\gamma} \right| \cdot \right. \\ &\cdot \left| \sqrt{h_\gamma} \xi_\Phi|_{\partial\gamma} \right| \leq \left(\sum_{\gamma \in \Gamma_Q} \left(|\xi_u|_{1,\gamma}^2 + \frac{1}{h_\gamma} |\xi_u|_{\partial\gamma}^2 \right) \right)^{1/2} \cdot \\ &\cdot \left(\sum_{\gamma \in \Gamma_Q} \left(\|\xi_\Phi\|_{0,\gamma}^2 + h_\gamma |\xi_\Phi|_{\partial\gamma}^2 \right) \right)^{1/2} \leq \\ &\leq \left(\sum_{\gamma \in \Gamma_Q} \left(C_1 h_\gamma^{2 \min\{s+1,k\}} \|u\|_{s+2,\gamma}^2 + \right. \right. \\ &\left. \left. + C_2 \frac{1}{h_\gamma} h_\gamma^{2 \min\{s+1,k\}+1} \|u\|_{s+2,\gamma}^2 \right) \right)^{1/2} \cdot \\ &\cdot \left(\sum_{\gamma \in \Gamma_Q} \left(C_3 h_\gamma^{2 \min\{t,k\}+2} \|\Phi\|_{t+1,\gamma}^2 + \right. \right. \\ &\left. \left. + C_4 h_\gamma h_\gamma^{2 \min\{t,k\}+1} \|\Phi\|_{t+1,\gamma}^2 \right) \right)^{1/2} \leq \\ &\leq \tilde{C}_2 \left(\sum_{\gamma \in \Gamma_Q} h_\gamma^{2 \min\{s+1,k\}} \|u\|_{s+2,\gamma}^2 \right)^{1/2} \cdot \\ &\cdot \left(\sum_{\gamma \in \Gamma_Q} h_\gamma^{2 \min\{t,k\}+2} \|\Phi\|_{t+1,\gamma}^2 \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Аналогично получим:

$$\begin{aligned} A_3 &= \left| \sum_{i=1}^N \xi_{qi+1/2} [[\xi_{\phi i+1/2}]] + \right. \\ &+ \sum_{i=1}^N \left(\int_{\Gamma_i} \xi_q \xi'_{\phi} dx + \int_{\Gamma_i^+} \xi_q \xi'_{\phi} dx \right) \Big| \leq \\ &\leq \tilde{C}_3 \left(\sum_{\Upsilon \in T_Q} h_{\Upsilon}^{2\min\{s,k\}+2} \|q\|_{s+1,\Upsilon}^2 \right)^{1/2} \cdot \\ &\cdot \left(\sum_{\Upsilon \in T_Q} h_{\Upsilon}^{2\min\{t+1,k\}} \|\phi\|_{t+2,\Upsilon}^2 \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Применяя правило Коши-Буняковского и лемму 1, получим:

$$\begin{aligned} A_4 &= \left| \sum_{i=0}^N C_{11} [[\xi_{ui+1/2}]] [[\xi_{\phi i+1/2}]] \right| \leq \\ &\leq \sum_{i=0}^N \sqrt{C_{11}} [[\xi_{ui+1/2}]] \cdot \sqrt{C_{11}} [[\xi_{\phi i+1/2}]] \leq \\ &\leq \left(\sum_{i=0}^{N-1} C_{11} |\xi_{ui+1/2}^+|^2 + \sum_{i=1}^N C_{11} |\xi_{ui+1/2}^-|^2 \right)^{1/2} \cdot \\ &\cdot \left(\sum_{i=0}^{N-1} C_{11} |\xi_{\phi i+1/2}^+|^2 + \sum_{i=1}^N C_{11} |\xi_{\phi i+1/2}^-|^2 \right)^{1/2} \leq \\ &\leq \left(\sum_{\Upsilon \in T_Q} C_5 C_{11} h_{\Upsilon}^{2\min\{s+1,k\}+1} \|u\|_{s+2,\Upsilon}^2 \right)^{1/2} \cdot \\ &\cdot \left(\sum_{\Upsilon \in T_Q} C_6 C_{11} h_{\Upsilon}^{2\min\{t+1,k\}+1} \|\phi\|_{t+2,\Upsilon}^2 \right)^{1/2} \leq \\ &\leq \tilde{C}_4 \left(\sum_{\Upsilon \in T_Q} h_{\Upsilon}^{2\min\{s+1,k\}+1+\square} \|u\|_{s+2,\Upsilon}^2 \right)^{1/2} \cdot \\ &\cdot \left(\sum_{\Upsilon \in T_Q} h_{\Upsilon}^{2\min\{t+1,k\}+1+\square} \|\phi\|_{t+2,\Upsilon}^2 \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Сложив полученные неравенства и проведя несложные алгебраические операции, получим:

$$\begin{aligned} A(\xi_q, \xi_u; \xi_{\phi}, \xi_{\phi}) &\leq \tilde{C} \left(h_{\Upsilon}^{\min\{s,k\}+1} h_{\Upsilon}^{\min\{t,k\}+1} + \right. \\ &h_{\Upsilon}^{\min\{s+1,k\}} h_{\Upsilon}^{\min\{t,k\}+1} + h_{\Upsilon}^{\min\{s,k\}+1} h_{\Upsilon}^{\min\{t+1,k\}} + \\ &+ h_{\Upsilon}^{\min\{s,k\}+1} h_{\Upsilon}^{\min\{t+1,k\}} + \\ &+ h_{\Upsilon}^{\min\{s+1,k\}+\frac{1+\alpha}{2}} h_{\Upsilon}^{\min\{t+1,k\}+\frac{1+\alpha}{2}} \Big) \|u\|_{s+2} \|\phi\|_{t+2} \leq \\ &\leq \tilde{C} \left(h_{\Upsilon}^{\min\{s,k\}+1} \left(h_{\Upsilon}^{\min\{t,k\}+1} + h_{\Upsilon}^{\min\{t+1,k\}} \right) + \right. \\ &+ h_{\Upsilon}^{\min\{s+1,k\}+1} \left(h_{\Upsilon}^{\min\{t,k\}} + h_{\Upsilon}^{\min\{t+1,k\}+\alpha} \right) \Big) \cdot \\ &\cdot \|u\|_{s+2} \|\phi\|_{t+2} \leq \\ &\leq Ch^{\min\{\min\{s,k\}+1+\min\{t+1,k\}, \min\{s+1,k\}+1+\min\{t,k+\alpha\}\}} \cdot \\ &\cdot \|u\|_{s+2} \|\phi\|_{t+2}. \end{aligned}$$

Доказательство завершено.

Лемма 4

Пусть Π_1 и Π_2 обозначают $L^2(a, b)$ – проекции на V_h или W_h соответственно. Пусть $(w, v) \in W_h \times V_h$, $(q, u) \in H^{s+1}(a, b) \times H^{s+2}(a, b)$, $s \geq 0$. Полагаем, что коэффициент C_{11} удовлетворяет (16). Тогда существует константа C такая, что справедлива оценка

$$\begin{aligned} |A(w, v; q - \Pi_2 q, u - \Pi_1 u)| &\leq \\ &\leq Ch^{P_2} A^{1/2}(w, v; w, v) \|u\|_{s+2}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\text{где } P_2 = \min \left\{ s + \frac{1}{2}(1-\alpha), k + \frac{1}{2}(1+\alpha) \right\}.$$

Доказательство

Из (21) следует, что

$$|A(w, v; w, v)| = \|w\|_0^2 + \sum_{i=0}^N C_{11} [[v_{i+1/2}]]^2.$$

Возьмем $\xi_q = q - \Pi_2 q$ и $\xi_u = u - \Pi_1 u$, тогда

$$\begin{aligned} A(w, v; \xi_q, \xi_{\phi}) &\leq \left| \int_a^b w \xi_q dx \right| + \\ &+ \left| \sum_{i=1}^N v [[\xi_{qi}]] + \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i} v \xi'_q dx + \int_{\Gamma_i^+} v \xi'_q dx \right] \right| + \end{aligned}$$



$$+ \left| \sum_{i=0}^N w_{i+1/2} [[\xi_{ui+1/2}]] + \sum_{i=1}^N \left[\int_{\gamma_i^-} w \xi_u' dx + \int_{\gamma_i^+} w \xi_u' dx \right] + \right. \\ \left. + \left| \sum_{i=0}^N C_{11} [[v_{i+1/2}]] [[\xi_{ui+1/2}]] \right| \right|.$$

Используя тот факт, что Π_2 есть оператор $L^2(a, b)$ -проекции для любых $w \in W_h$, получим:

$$\left| \int_a^b w \xi_q dx \right| = \left| \int_a^b w (q - \Pi_2 q) dx \right| = 0.$$

Аналогично, дополнительно интегрируя по частям, получим

$$\left| \sum_{i=1}^N v [[\xi_{qi}]] + \sum_{i=1}^N \left[\int_{\gamma_i^-} v \xi_q' dx + \int_{\gamma_i^+} v \xi_q' dx \right] \right| = \\ = \left| - \sum_{i=0}^N [[v_{i+1/2}]] \xi_{qi+1/2} \right|.$$

Умножим и разделим на $C_{11}^{1/2}$, применим неравенство Коши-Буняковского, леммы 1 и 2. Получим:

$$\left| \sum_{i=1}^N v [[\xi_{qi}]] + \sum_{i=1}^N \left[\int_{\gamma_i^-} v \xi_q' dx + \int_{\gamma_i^+} v \xi_q' dx \right] \right| \leq \\ \leq \left(\sum_{i=0}^N C_{11} [[v_{i+1/2}]]^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{i=0}^N \frac{1}{C_{11}} |\xi_{xi+1/2}|^2 \right)^{1/2} \leq \\ \leq \left(\|w\|_0^2 + \sum_{i=0}^N C_{11} [[v_{i+1/2}]]^2 \right)^{1/2} \cdot \\ \cdot \left(\sum_{\gamma \in T_Q} C \frac{1}{C_{11}} h_{\gamma}^{2 \min\{s, k\}+1} \|q\|_{s+1, \gamma}^2 \right)^{1/2} = \\ = A^{1/2}(w, v; w, v) \cdot \\ \cdot \left(\sum_{\gamma \in T_Q} C \frac{1}{C_{11}} h_{\gamma}^{2 \min\{s, k\}+1} \|q\|_{s+1, \gamma}^2 \right)^{1/2}.$$

Аналогично вычислим оценку:

$$\left| \sum_{i=0}^N w_{i+1/2} [[\xi_{ui+1/2}]] + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^N \left[\int_{\gamma_i^-} w \xi_u' dx + \int_{\gamma_i^+} w \xi_u' dx \right] \right| \leq \\ \leq A^{1/2}(w, v; w, v) \cdot \\ \cdot \left(\sum_{\gamma \in T_Q} \frac{1}{C_{11}} C h_{\gamma}^{2 \min\{s+1, k\}+1} \|q\|_{s+2, \gamma}^2 \right)^{1/2}.$$

И наконец,

$$\left| \sum_{i=0}^N C_{11} [[v_{i+1/2}]] [[\xi_{ui+1/2}]] \right| \leq \left(\sum_{i=0}^N C_{11} [[v_{i+1/2}]]^2 \right)^{1/2} \cdot \\ \cdot \left(\sum_{i=0}^N C_{11} [[\xi_{ui+1/2}]]^2 \right)^{1/2} \leq \\ \leq \left(\|w\|_0^2 + \sum_{i=0}^N C_{11} [[v_{i+1/2}]]^2 \right)^{1/2} \cdot \\ \cdot \left(\sum_{i=0}^{N-1} C_{11} |\xi_{ui+1/2}^+|^2 + \sum_{i=1}^N C_{11} |\xi_{ui+1/2}^-|^2 \right)^{1/2} \leq \\ \leq A^{1/2}(w, v; w, v) \cdot \\ \cdot \left(\sum_{\gamma \in T_Q} C C_{11} h_{\gamma}^{2 \min\{s+1, k\}+1} \|q\|_{s+2, \gamma}^2 \right)^{1/2}.$$

Сложив полученные неравенства и проведя некоторые алгебраические операции, получим требуемое неравенство:

$$A(w, v; \xi_q, \xi_{\phi}) \leq A^{1/2}(w, v; w, v) \cdot \\ \cdot \left[\left(\sum_{\gamma \in T_Q} C \frac{1}{C_{11}} h_{\gamma}^{2 \min\{s, k\}+1} \|q\|_{s+1, \gamma}^2 \right)^{1/2} + \right. \\ \left. + \left(\sum_{\gamma \in T_Q} \frac{1}{C_{11}} C h_{\gamma}^{2 \min\{s+1, k\}+1} \|q\|_{s+2, \gamma}^2 \right)^{1/2} + \right. \\ \left. + \left(\sum_{\gamma \in T_Q} C C_{11} h_{\gamma}^{2 \min\{s+1, k\}+1} \|q\|_{s+2, \gamma}^2 \right)^{1/2} \right] \leq \\ \leq C h^{\min\left\{s+\frac{1}{2}(1-\alpha), k+\frac{1}{2}(1+\alpha)\right\}+1} A^{1/2}(w, v; w, v) \|u\|_{s+2}.$$

Доказательство завершено.

Ошибку аппроксимации проекции (19–20) обозначим $(e_q, e_u) = (q - \tilde{q}_h, u - \tilde{u}_h)$, где (q, u) и $(\tilde{q}_h, \tilde{u}_h)$ – решения задач (4–6) и (19–20) соответственно.

Далее, следуя методу Обэна-Нитше [16], рассмотрим следующую задачу:

$$A(w, v; \Phi, \phi) = \Lambda(v), \quad (27)$$

где ϕ – искомое слабое решение задачи (24)–(25), $\Phi = -\phi'$; (w, v) , $(\Phi, \phi) \in H^{t+1}((a, b)) \times H^{t+2}((a, b))$, $t \geq 0$, $\Lambda(v) = (v, \lambda)$.

Тогда L^2 -норму ошибки аппроксимации e_u можно определить следующим образом:

$$\|e_u\|_0 = \sup_{\lambda \in C_0^\infty(a, b)} \frac{|\Lambda(e_u)|}{\|\lambda\|_0}, \quad (28)$$

Пусть $(w, v) = (e_q, e_u)$, тогда (27) запишем в виде:

$$\Lambda(e_u) = A(e_q, e_u; \Phi, \phi).$$

Далее, учитывая условие согласованности потоков (9)–(10), легко показать, что

$$A(e_q, e_u; w, v) = 0, \quad \forall (w, v) \in W_h \times V_h. \quad (29)$$

Следовательно, $A(e_q, e_u; \Pi_2 \Phi, \Pi_1 \phi) = 0$, где Π_1, Π_2 – проекторы на пространства V_h, W_h соответственно. Из этого следует:

$$\begin{aligned} \Lambda(e_u) &= A(e_q, e_u; \Phi - \Pi_2 \Phi, \phi - \Pi_1 \phi) = \\ &= A(\Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u; \Phi - \Pi_2 \Phi, \phi - \Pi_1 \phi) + \\ &+ A(q - \Pi_2 q, u - \Pi_1 u; \Phi - \Pi_2 \Phi, \phi - \Pi_1 \phi). \end{aligned}$$

Поскольку $(\Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u) \in W_h \times V_h$, то, применяя лемму (4), получим следующее неравенство:

$$\begin{aligned} |A(\Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u; \Phi - \Pi_2 \Phi, \phi - \Pi_1 \phi)| &\leq \\ &\leq Ch^{P_2'} A^{1/2}(\Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u; \Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u) \|\phi\|_{t+2}, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\text{где } P_2' = \min \left\{ t + \frac{1}{2}(1 - \alpha), k + \frac{1}{2}(1 + \alpha) \right\}.$$

Учитывая (29) и то, что $\Pi_2 \tilde{q}_h = \tilde{q}_h$, $\Pi_1 \tilde{u}_h = \tilde{u}_h$, получим:

$$\begin{aligned} A(\Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u; \Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u) &= \\ &= A(\Pi_2 q - e_q, \Pi_1 u - e_u; \Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u) = \\ &= A(\Pi_2 q - \Pi_2 \tilde{q}_h - q + \tilde{q}_h, \Pi_1 u - \\ &\quad - \Pi_1 \tilde{u}_h - u + \tilde{u}_h; \Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u) = \quad (31) \\ &= A(\Pi_2 q - q, \Pi_1 u - u; \Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u) = \\ &= A(-\Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u; q - \Pi_2 q, \Pi_1 u - u) \leq \\ &\leq Ch^{P_2} A^{1/2}(\Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u; \Pi_2 e_q, \Pi_1 e_u) \|u\|_{s+2} \end{aligned}$$

$$\text{где } P_2 = \min \left\{ s + \frac{1}{2}(1 - \alpha), k + \frac{1}{2}(1 + \alpha) \right\}.$$

Тогда из (30–31) и леммы 3 получим:

$$|\Lambda(e_u)| \leq Ch^{P_2 + P_2'} \|u\|_{s+2} \|\phi\|_{t+2} + Ch^{P_1} \|u\|_{s+2} \|\phi\|_{t+2},$$

$$\text{где } P_1 = \min \left\{ \min \{s, k\} + 1 + \min \{t + 1, k\}, \min \{s + 1, k\} + 1 + \min \{t, k + \alpha\} \right\}.$$

Далее, учитывая, что ϕ является решением задачи (24)–(25), можем считать, что для ϕ справедливо свойство эллиптической регулярности $\|\phi\|_2 \leq C \|\lambda\|_0$.

Следовательно, приняв $t = 0$, из (28) получим оценку:

$$\|u - \tilde{u}_h\|_0 \leq Ch^D \|u\|_{s+2}, \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \text{где} \\ D &= \min \left\{ \min \left\{ s + \frac{1}{2}(1 - \alpha), k + \frac{1}{2}(1 + \alpha) \right\} + \right. \\ &+ \min \left\{ \frac{1}{2}(1 - \alpha), k + \frac{1}{2}(1 + \alpha) \right\}, \min \{ \min \{s, k\} + \\ &+ 1 + \min \{1, k\}, \min \{s + 1, k\} + 1 + \min \{0, k + \alpha\} \} \}, \\ &\quad \left. -1 \leq \alpha \leq 0. \right\} \end{aligned}$$

Далее продифференцируем (19–20) по времени t . Путем аналогичных рассуждений получим следующую оценку:



$$\|u_t - \tilde{u}_t\|_0 \leq Ch^D (\|u\|_{s+2} + \|u_t\|_{s+2}), \quad (33)$$

где

$$D = \min \left\{ \min \left\{ s + \frac{1}{2}(1-\alpha), k + \frac{1}{2}(1+\alpha) \right\} + \right. \\ \left. + \min \left\{ \frac{1}{2}(1-\alpha), k + \frac{1}{2}(1+\alpha) \right\}, \min \{ \min \{ s, k \} + \right. \\ \left. 1 + \min \{ 1, k \}, \min \{ s+1, k \} + 1 + \min \{ 0, k+\alpha \} \} \right\}, \\ -1 \leq \alpha \leq 0.$$

Используя определенную ранее проекцию, запишем:

$$u - u_h = (u - \tilde{u}_h) - (u_h - \tilde{u}_h) = \eta_u - \xi_u,$$

$$q - q_h = (q - \tilde{q}_h) - (q_h - \tilde{q}_h) = \eta_q - \xi_q.$$

Используя неравенство треугольника для искомой оценки, запишем утверждение

$$\|u - u_h\|_0 \leq \|u - \tilde{u}_h\|_0 - \|u_h - \tilde{u}_h\|_0. \quad (34)$$

Используя проекцию (19–20), перепишем систему (17–18) в следующем виде:

$$\int_a^b \xi_h w dx + \sum_{i=1}^N \xi_{ui} [[w_i]] + \quad (35)$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} \xi_u w' dx + \int_{\Gamma_i^+} \xi_u w' dx \right] = 0,$$

$$\int_a^b \xi_{ut} v dx + \sum_{i=0}^N \xi_{qi+1/2} [[v_{i+1/2}]] +$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left[\int_{\Gamma_i^-} \xi_q v' dx + \int_{\Gamma_i^+} \xi_q v' dx \right] + \quad (36)$$

$$+ \sum_{i=0}^N C_{11} [[\xi_{ui+1/2}]] [[v_{i+1/2}]] = \int_a^b \eta_{ut} v dx,$$

Лемма 5

Существует константа C , не зависящая от h и k , – такая, что справедлива следующая оценка:

$$\|\xi_u\|^2 + 2 \int_0^t \left\{ \int_a^b \xi_q^2 dx + \sum_{i=0}^N C_{11} [[\xi_{ui+1/2}]]^2 \right\} ds \leq \quad (37)$$

$$\leq C \left(\|\xi_u(0)\| + \int_0^t \|\eta_{ut}\|^2 ds \right).$$

Доказательство

Подставим $w = \xi_q$ в (35), $v = \xi_u$ в (36) и сложим. Получим:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\xi_u\|^2 + \int_a^b \xi_q^2 dx + \sum_{i=0}^N C_{11} [[\xi_{ui+1/2}]]^2 \leq \quad (38)$$

$$\leq \int_a^b \eta_{ut} \xi_u dx.$$

Применяя неравенство Коши-Буняковского, получим:

$$\frac{d}{dt} \|\xi_u\|^2 + 2 \int_a^b \xi_q^2 dx + 2 \sum_{i=0}^N C_{11} [[\xi_{ui+1/2}]]^2 \leq \quad (39)$$

$$\leq \|\eta_{ut}\|^2 + \|\xi_u\|^2.$$

Далее проинтегрируем от 0 до t и получим:

$$\|\xi_u\|^2 + 2 \int_0^t \left\{ \int_a^b \xi_q^2 dx + \sum_{i=0}^N C_{11} [[\xi_{ui+1/2}]]^2 \right\} ds \leq \quad (40)$$

$$\leq \|\xi_u(0)\| + \int_0^t \|\eta_{ut}\|^2 ds + \int_0^t \|\xi_u\|^2 ds.$$

Используем лемму Гронуолла, получим искомую оценку.

Доказательство завершено.

Таким образом, из (32), (33), (34) и (37) следует

Теорема 1

Пусть $(q, u) \in H^{s+1} \times H^{s+2}$, $s \geq 0$ является решением задачи (4–6) и $(q_h, u_h) \in W_h \times V_h$ является решением задачи (17–18). Пусть выполнены предположения из лемм 3 и 4. Тогда справедлива оценка:



$$\|u - u_h\|_0 \leq Ch^D \left(\|u\|_{s+2} + \int_0^t \{ \|u(\tau)\|_{s+2} + \|u_\tau(\tau)\|_{s+2} \} d\tau \right), \quad (41)$$

где

$$D = \min \left\{ \min \left\{ s + \frac{1}{2}(1-\alpha), k + \frac{1}{2}(1+\alpha) \right\} + \right. \\ \left. + \min \left\{ \frac{1}{2}(1-\alpha), k + \frac{1}{2}(1+\alpha) \right\}, \min \{ \min \{ s, k \} + \right. \\ \left. 1 + \min \{ 1, k \}, \min \{ s+1, k \} + 1 + \min \{ 0, k+\alpha \} \} \right\}, \\ -1 \leq \alpha \leq 0.$$

Обсуждение и заключения

В работе приводятся оценки погрешности для решения одномерной краевой задачи для параболического уравнения, полученного методом Галеркина с разрывными базисными функциями на разнесенных равномерных сетках. При этом предполагалось, что узлы двойственной сетки являются центрами ячеек основной сетки.

Ниже приведена таблица, в которой представлены порядки сходимости по h с различным выбором стабилизирующего параметра C_{11} . Эти порядки легко получаются из (41).

Т а б л и ц а

Table

Порядки сходимости решения $u \in H^{s+2}$ для $s \geq 0$ и $k \geq 1$

Order of convergence of the solution $u \in H^{s+2}$ for $s \geq 0$ and $k \geq 1$

	C_{11}	D
$\alpha = 0$	$O(1)$	$\min \{s, k\} + 1$
$\alpha = -1$	$O(1/h)$	$\min \{s+1, k\} + 1$

Как видно из таблицы, получаются порядки сходимости $k+1$ для исследуемого метода, где k – максимальный порядок используемых полиномов в базисных функциях. При этом в данном под-

ходе, в отличие от традиционного подхода с использованием одной сетки, проще и нагляднее вычисляются численные потоки на границе элементов за счет использования разнесенных сеток.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Масагин В. Ф., Жалнин Р. В., Тишкин В. Ф. О применении разрывного конечно-элементного метода Галеркина для решения двумерных уравнений диффузионного типа на неструктурированных сетках // Журнал Средневолжского математического общества. 2013. Т. 15, № 2. С. 59–65. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19832783>

2. Об одном способе решения уравнений диффузионного типа с помощью разрывного метода Галеркина на неструктурированной сетке / Р. В. Жалнин [и др.] // Журнал Средневолжского математического общества. 2014. Т. 16, № 2. С. 7–13. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23570368>

3. Решение трехмерных уравнений теплопроводности с помощью разрывного метода Галеркина на неструктурированных сетках / Р. В. Жалнин [и др.] // Вестник Самарского государственного технического университета (Сер. «Физико-математические науки»). 2015. Т. 19, № 3. С. 523–533. DOI: 10.14498/vsgtu1351

4. Решение задач о нестационарной фильтрации вещества с помощью разрывного метода Галеркина на неструктурированных сетках / Р. В. Жалнин [и др.] // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56, № 6. С. 989–998. DOI: 10.7868/S0044466916060247



5. Применение разрывного метода Галеркина для решения параболических задач в анизотропных средах на треугольных сетках / П. В. Жалнин [и др.] // Вестник Южно-Уральского государственного университета. (Сер. «Математическое моделирование и программирование»). 2016. Т. 9, № 3. С. 144–151. DOI: 10.14529/mmp160313
6. Cockburn B., Shu C. W. The local discontinuous Galerkin finite element method for convection-diffusion systems // SIAM Journal on Numerical Analysis. 1998. Vol. 35, no. 6. P. 2440–2463. DOI: 10.1137/S0036142997316712
7. Cockburn B., Dawson C. Some extensions of the local discontinuous Galerkin method for convection-diffusion equations in multidimensions // Tech. Report 99-27. Texas Institute for Computational and Applied Mathematics. 1999. DOI: 10.1.1.26.7688
8. An optimal a priori error estimate for the hp-version of the local discontinuous Galerkin method for convection-diffusion problems / P. Castillo [et al.] // IMA Research Report 1689. University of Minnesota, 2000. URL: <https://www.ima.umn.edu/sites/default/files/1689.pdf>
9. Babuška I., Zlamán M. Nonconforming elements in the finite element method with penalty // SIAM Journal on Numerical Analysis. 1973. Vol. 10, no. 5. P. 863–875. DOI: 10.1137/0710071
10. Douglas J., Dupont T. Interior penalty procedures for elliptic and parabolic Galerkin methods // Lecture Notes in Physics. 1976. Vol. 58. URL: <https://link.springer.com/chapter/10.1007/BFb0120591>
11. Baker G. A. Finite element methods for elliptic equations using nonconforming elements // Math. Comp. 1977. Vol. 31. P. 45–59. DOI: 10.1090/S0025-5718-1977-0431742-5
12. Wheeler M. F. An elliptic collocation-finite element method with interior penalties // SIAM Journal on Numerical Analysis. 1978. Vol. 15, no. 1. P. 152–161. DOI: 10.1137/0715010
13. Rusten T., Vassilevski P. S., Winther R. Interior penalty preconditioners for mixed finite element approximations of elliptic problems // Math. Comp. 1996. Vol. 65. P. 447–466. DOI: 10.1090/S0025-5718-96-00720-X
14. Becker R., Hansbo P. A finite element method for domain decomposition with non-matching grids // Tech. Report 3613, INRIA. 1999. URL: <https://hal.inria.fr/inria-00073065/document>
15. Даутов Р. З., Федотов Е. М. Абстрактная теория HDG-схем для квазилинейных эллиптических уравнений второго порядка // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2014. Т. 54, № 3. С. 463–480. DOI: 10.7868/S0044466914030041
16. An a priori error analysis of the local discontinuous Galerkin method for elliptic problems / P. Castillo [et al.] // SIAM Journal on Numerical Analysis. 2003. Vol. 38, no. 5. P. 1676–1706. DOI: 10.1137/S0036142900371003

Поступила 24.08.2017; принята к публикации 28.09.2017; опубликована онлайн 19.12.2017

Об авторах:

Жалнин Руслан Викторович, заведующий кафедрой прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, ведущий научный сотрудник, факультет математики и информационных технологий, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68), кандидат физико-математических наук, **ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1103-3321>**, zhhrv@mrsu.ru

Масягин Виктор Федорович, старший научный сотрудник, доцент кафедры прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, факультет математики и информационных технологий, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68), кандидат физико-математических наук, **ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6738-8183>**, vmasyagin@gmail.com

Пескова Елизавета Евгеньевна, младший научный сотрудник, старший преподаватель кафедры прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, факультет математики и информационных технологий, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68), e.e.peskova@mail.ru



Вклад соавторов:

Р. В. Жалнин: формулировка и постановка задачи, формулировка и доказательство Леммы 3 и Теоремы 1; В. Ф. Масыгин: формулировка и доказательство Леммы 4 и 5; Е. Е. Пескова: обзор литературы по зарубежным источникам.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

REFERENCES

1. Zhalnin R. V., Masyagin V. F., Tishkin V. F. Discontinuous finite-element Galerkin method for numerical solution of two-dimensional diffusion problems on unstructured grids. *Zhurnal Srenevolszhskogo matematicheskogo obshchestva* = Journal of Middle-Volga Mathematical Society. 2013; 2(15):59–65. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19832783> (In Russ.)
2. Zhalnin R. V., Ladonkina M. E., Masyagin V. F., Tishkin V. F. Discontinuous finite-element Galerkin method for numerical solution of two-dimensional diffusion problems on unstructured grids. *Zhurnal Srenevolszhskogo matematicheskogo obshchestva* = Journal of Middle-Volga Mathematical Society. 2014; 2(16):7–13. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23570368> (In Russ.)
3. Zhalnin R. V., Ladonkina M. E., Masyagin V. F., Tishkin V. F. Solution of 3D heat conduction equations using the discontinuous Galerkin method on unstructured grids. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta: Fiziko-matematicheskiye nauki* = Samara State Technical University Bulletin: Physics and Mathematics. 2015. 3(19):523–533. DOI: 10.14498/vsgtu1351 (In Russ.)
4. Zhalnin R. V., Ladonkina M. E., Masyagin V. F., et al. Solving the problem of non-stationary filtration of substance by the discontinuous Galerkin method on unstructured grids. *Zhurnal vychislitelnoy matematiki i matematicheskoy fiziki* = Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2016; 56(6):977–986. DOI:10.1134/S0965542516060245
5. Zhalnin R. V., Ladonkina M. E., Masyagin V. F., Tishkin V. F. Discontinuous Finite-Element Galerkin Method for Numerical Solution of Parabolic Problems in Anisotropic Media on Triangle Grids. *Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta: Matematicheskoye modelirovaniye i programirovaniye* = South Ural State University Bulletin: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software. 2016; 9(3):144–151. DOI: 10.14529/mmp160313 (In Russ.)
6. Cockburn B., Shu C. W. The local discontinuous Galerkin finite element method for convection-diffusion systems. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 1998; 35(6):2440–2463. DOI: 10.1137/S0036142997316712
7. Cockburn B., Dawson C. Some extensions of the local discontinuous Galerkin method for convection-diffusion equations in multidimensions. Tech. Report 99-27, Texas Institute for Computational and Applied Mathematics, 1999. DOI: 10.1.1.26.7688
8. Castillo P., Cockburn B., Schötzau D., Schwab Ch. An optimal a priori error estimate for the hp-version of the local discontinuous Galerkin method for convection-diffusion problems. IMA Research Report 1689. University of Minnesota, 2000. Available at: <https://www.ima.umn.edu/sites/default/files/1689.pdf>
9. Babuška I., Zlamán M. Nonconforming elements in the finite element method with penalty. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 1973; 10(5):863–875. DOI: 10.1137/0710071
10. Douglas J., Dupont T. Interior penalty procedures for elliptic and parabolic Galerkin methods. *Lecture Notes in Physics*. 1976; 58. Available at: <https://link.springer.com/chapter/10.1007/BFb0120591>
11. Baker GA. Finite element methods for elliptic equations using nonconforming elements. *Math. Comp.* 1977; 31:45–59. DOI: 10.1090/S0025-5718-1977-0431742-5
12. Wheeler M. F. An elliptic collocation-finite element method with interior penalties. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 1978; 15(1):152–161. DOI: 10.1137/0715010
13. Rusten T., Vassilevski P. S., Winther R. Interior penalty preconditioners for mixed finite element approximations of elliptic problems. *Math. Comp.* 1996; 65:447–466. DOI: 10.1090/S0025-5718-96-00720-X
14. Becker R., Hansbo P. A finite element method for domain decomposition with non-matching grids. Tech. Report 3613, INRIA. 1999. Available at: <https://hal.inria.fr/inria-00073065/document>



15. Dautov R. Z., Fedotov E. M. Abstract theory of hybridizable discontinuous Galerkin methods for second-order quasilinear elliptic problems. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki* = Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2014; 54(3):474–490. DOI: 10.1134/S096554251403004X
16. Castillo P., Cockburn B., Perugia I., Schötzau D. An a priori error analysis of the local discontinuous Galerkin method for elliptic problems. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 2003; 38(5):1676–1706. DOI: 10.1137/S0036142900371003

Submitted 24.08.2017; revised 28.09.2017; published online 19.12.2017

About the authors:

Ruslan V. Zhalnin, Head of Chair of Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, National Research Mordovia State University (68 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), Ph.D. (Physics and Mathematics), **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-1103-3321>, zhrv@mrsu.ru

Viktor F. Masyagin, Associate Professor of Chair of Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, National Research Mordovia State University (68 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), Ph.D. (Physics and Mathematics), **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0001-6738-8183>, vmasyagin@gmail.com

Yelizaveta Ye. Peskova, Senior Lecturer of Chair of Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, National Research Mordovia State University (68 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), e.e.peskova@mail.ru

Contribution of the co-authors:

R. V. Zhalnin: formulated the problem, formulated and proved the Lemma 3 and Theorem 1; V. F. Masyagin formulated and proved the Lemma 4 and Lemma 5; Ye. Ye. Peskova reviewed the literature.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.



Обратные задачи оптимальной стабилизации со скалярным управлением

В. В. Афонин*, С. М. Мурюмин

ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Россия)

*vvafonin53@yandex.ru

Введение. В работе рассматриваются обратные задачи оптимальной стабилизации при полном измерении вектора состояния объектов управления. Используя так называемые соотношения оптимальности, авторы предлагают алгоритм численного определения весовых матриц квадратичного функционала качества.

Материалы и методы. В качестве исходных данных используются математические модели линейных стационарных полностью управляемых объектов. Начальный этап решения связан с задачей модального управления с целью получения пропорционального регулятора (модального регулятора) для стабилизации объекта управления по расположению полюсов замкнутой системы. На следующем этапе исследования применялся метод оптимальной стабилизации по среднеквадратичному критерию. Основной процесс определения весовых матриц квадратичного функционала осуществлялся с помощью численных методов решения алгебраических уравнений и соотношений оптимальности.

Результаты исследования. На основе предложенного алгоритма определения весовых матриц квадратичного функционала были разработаны программы для исследования результатов стабилизации объектов управления со скалярным управлением до 20-го порядка. В частном случае рассматривалась задача с параметром весового коэффициента квадратичного функционала, позволяющим проектировщику систем управления принимать решение о целесообразности процесса стабилизации по вторичным показателям качества переходного процесса по выходу оптимальной системы.

Обсуждение и заключения. Результаты численного эксперимента показали, что предлагаемый метод стабилизации (на основе решения обратной задачи оптимальной стабилизации) позволяет избежать ограничений модального управления. Кроме того, для проектирования систем стабилизации предлагается использовать итерационный алгоритм с целью оценки качества переходных процессов в замкнутой системе управления.

Ключевые слова: соотношения оптимальности, среднеквадратичный функционал, модальное управление, оптимальная стабилизация, линейная стационарная система автоматического управления

Для цитирования: Афонин В. В., Мурюмин С. М. Обратные задачи оптимальной стабилизации со скалярным управлением // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 4. С. 504–517. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.504-517



Inverse Problems of Optimal Stabilization with Scalar Control

V. V. Afonin*, S. M. Muryumin

National Research Mordovia State University (Saransk, Russia)

*vvafoin53@yandex.ru

Introduction. The paper explores inverse problems of optimal stabilization with a full measurement of the control object state vector. Using the so-called optimality relations, the authors propose an algorithm for the numerical determination of the weight matrices of a quadratic quality functional.

Materials and Methods. As initial data, mathematical models of linear stationary fully controlled objects are used. The initial stage of the solution is connected with the task of modal control to obtain a proportional regulator – a modal controller – to stabilize the control object by arranging the poles of a closed system. The next approach is the optimal stabilization method by the root-mean-square criterion. At this stage, the basic process of determining the weight matrices of a quadratic functional is carried out using numerical methods for solving algebraic equations and optimality relations.

Results. Based on the proposed algorithm for determining the weight matrices of a quadratic functional, the programs were developed to study the results of stabilizing control objects with scalar control up to the 20th order. In a particular case, the problem was considered with the parameter of the quadratic functional weight coefficient that allows the control systems designer to make a decision about the expediency of the stabilization process by secondary indicators of the transient process quality for the optimal system output.

Discussions and Conclusions. The results of the numerical experiment showed that the proposed stabilization method, based on the solution of the inverse problem of optimal stabilization, avoids the limitations of modal control. In addition, for designing stabilization systems the authors propose using an iterative algorithm to assess the quality of transients in a closed control system.

Keywords: optimality relations, mean-square functional, modal control, optimal stabilization, linear stationary automatic control system

For citation: Afonin V. V., Muryumin S. M. Inverse Problems of Optimal Stabilization with Scalar Control. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2017: 27(4):504–517. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.504-517

Введение

В данной статье авторы опирались на результаты, представленные в ранних работах [1–3], где приводятся различные соотношения оптимальности. Введенное название *соотношения оптимальности* относится к оптимальной задаче стабилизации с квадратичным функционалом качества и стационарной модели линейного объекта управления. Соотношения оптимальности связывают между собой весовые коэффициенты функционала качества (Q , R), матрицы (A , B) объекта управления и матрицу оптимального регулятора (K_r). В задаче со скалярным управлением весовая матрица

R становится положительным числом, а матрица оптимального регулятора – матрицей-строкой.

С помощью весовых матриц функционала качества можно влиять на переходный процесс в замкнутой системе управления. В математической постановке задачи оптимальной стабилизации весовые матрицы функционала считаются заданными. В то же время выбор этих матриц является нетривиальной задачей. В данной работе предлагается ряд алгоритмов для вычисления весовых матриц в линейно-квадратичной задаче управления, которая традиционно называется задачей оптимального управления [4]. Соответственно,

с этой точки зрения, определение весовых матриц квадратичного функционала можно назвать обратной задачей оптимальной стабилизации.

Обзор литературы

В практике управления динамическими объектами нередко решаются задачи стабилизации. Одним из возможных подходов к решению таких задач является модальный, при котором полюса (моды), замкнутые на модальный регулятор, совпадают с назначенными заранее [4–9]. Для стабилизации систем с одним входом и одним выходом (SISO) используется формула Аккермана [4; 8–9]. Следует отметить работы [8–9], которые имеют практическую направленность благодаря применению специальных преобразований, позволяющих получить так называемую обобщенную формулу Аккермана. Другими исследователями [5; 7] предлагаются подходы к выбору спектра (полюсов) синтезированной системы, которые могут иметь несколько входов (управляющих воздействий) и несколько выходов.

В случае оптимизации переходных процессов решается задача оптимальной стабилизации, которая также находит широкое применение¹ [10–15]. Решение задачи базируется на решении матричного нелинейного уравнения Риккати, содержащего весовые матрицы квадратичного функционала качества [4; 11; 14]. В [10] рассматривается конкретная физическая задача, решение которой выполняется в терминах задач оптимальной стабилизации и назначением полюсов замкнутой системы. Работы¹ [15] посвящены определению весовых коэффициентов квадратичного функционала в предположении, что они диагональные.

В первой вводится условие нормировки коэффициентов весовых матриц; рассматривается множественная постановка задачи синтеза параметров регулятора. Во второй осуществляется разбивка квадратичного функционала, а весовое соотношение между затратами на управление и штрафами за отклонения фазовых координат предлагается определять через построение линий фронта Парето. В отличие от приведенных работ, авторы данной статьи предлагают другой подход к определению весовых матриц квадратичного функционала с последующим определением матрицы оптимального регулятора.

Материалы и методы

В качестве модели объекта управления рассматриваются следующие уравнения состояния и выхода автономного объекта управления:

$$\frac{dX(t)}{dt} = AX(t) + Bu(t), \quad (1)$$

$$Y(t) = CX(t), \quad (2)$$

где $X(t)$ – вектор состояния объекта управления размерности $n \times 1$, $u(t)$ – скалярное входное управляющее воздействие; $Y(t)$ – скалярный выход; A – постоянная числовая матрица состояния размера $n \times n$; B – постоянная числовая матрица входа размера $n \times 1$; C – постоянная числовая матрица выхода размера $1 \times n$.

Для применения методов стабилизации объекта (1–2) необходимо, чтобы выполнялось условие полной управляемости по Калману [4]:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} B & BA & BA^2 & \dots & BA^{n-1} \end{bmatrix} = n.$$

¹ Куценко А. С., Курко В. А., Лахно С. В. Линейно-квадратичная задача стабилизации в условиях неопределенности критерия качества // Коллекция : сб. науч. тр. «Вестник НТУ «ХПИ». Системный анализ, управление и информационные технологии». 2010. URL: http://www.kpi.kharkov.ua/archive/Наукова_періодика/vestnik/Системний_аналіз,управління_і_інформаційні_технології/2010/67/statya22_67.pdf



Функционал качества J в задаче стабилизации имеет следующий вид:

$$J = \int_0^{\infty} [X^T Q X + u^T R u] dt = \int_0^{\infty} [X^T Q X + R u^2] dt \rightarrow \min, \quad (3)$$

где Q – весовая симметрическая положительно определенная числовая матрица; R – весовой коэффициент больше нуля, действительное число; T – символ транспонирования.

Решение задачи (1; 3) сводится к решению нелинейного матричного уравнения Риккати [4; 11]. В результате определяется матричный оптимальный коэффициент усиления $K(r)$, который включается в обратную связь к заданному объекту управления (1). Если к синтезированной системе прикладывается входное воздействие – управляющее воздействие $u(t)$, то замкнутая система с оптимальным регулятором принимает вид:

$$\frac{dX(t)}{dt} = (A - BK_r)X(t) + Bu(t), \quad (4)$$

где матрица $(A - BK_r)$ является гурвицевой.

В случае применения модального синтеза замкнутая система с модальным регулятором имеет такую же структуру, что и (4) со сменой K_r на K_p . При этом собственные числа матрицы состояния системы типа (4) должны быть равны предварительно заданным или выбранными проектировщиком до начала решения задачи модального управления. В этом случае приходится решать задачу о расположении полюсов синтезированной системы [10; 13–14]. Для стабилизации объектов со скалярным управлением может использоваться формула Аккермана, которая дает возможность синтеза модального регулятора до 10-го порядка включительно.

Как для решения задачи синтеза систем стабилизации методом модального управления, так и для оптимальной стабилизации обычно применяется широко известная система MATLAB. Авторы данной работы также отдали предпочтение системе MATLAB (MATLAB R2015b), в которой имеются такие функции как `acker` и `lqr`. Первая реализует алгоритм Аккермана для получения модального регулятора для системы со скалярным управлением, а вторая (linear-quadratic regulator – линейно-квадратичный регулятор) позволяет найти оптимальный регулятор для систем как с векторным, так и со скалярным управлением. Функции `rank` и `strb` позволяют проверить систему на полную управляемость по Калману.

Приведем общее выражение, определяющее собой одно из соотношений оптимальности [2–3]:

$$R = B^T S^T Q S B + (E_r + B^T S^T K^T) R (E_r + K S B), \quad (5)$$

где $S = (A - BK)^{-1}$; $K = K_p; E_r$ – единичная матрица, соответствующая размерности входному управляющему воздействию (для скалярного управления единичная матрица равна единице); T – символ транспонирования.

Преобразуем соотношение (5) к алгебраическому уравнению:

$$f(Q, R, K) = B^T S^T Q S B + (E_r + B^T S^T K^T) R (E_r + K S B) - R = 0. \quad (6)$$

Для решения уравнения (6) будем считать весовую матрицу Q диагональной матрицей. В таком случае число неизвестных уравнения (6) будет равно $2n + 1$; решение нелинейного уравнения может быть выполнено по алгоритму Левенберга-Марквардта.

Другой вариант представим в виде

$$f(Q, R) = B^T S^T QSB + \\ + (E_r + B^T S^T K^T) R (E_r + KSB) - R = 0. \quad (7)$$

При решении (7) считается, что весовая матрица Q – диагональная, R – положительное число, а R – фиксированная матрица-строка.

Еще один вариант уравнения относительно весовой матрицы Q :

$$f(Q) = B^T S^T QSB + \\ + (E_r + B^T S^T K^T) R (E_r + KSB) - R = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) можно разрешить относительно матрицы Q с применением псевдообращения Мура-Пенроуза, которое, например, для матрицы P обозначается в виде M^+ . В (8) значения K и R фиксированные. Перечислим свойства псевдообратных матриц (в соответствии с документацией помощи системы MATLAB):

$$B^T S^T Q(SB)(SB)^+ = W(SB)^+;$$

$$B^T S^T Q = W(SB)^+;$$

$$(B^T S^T)^+ (B^T S^T) Q = (B^T S^T)^+ W(SB)^+;$$

$$\left[(B^T S^T)^+ (B^T S^T) \right]^+ \left[(B^T S^T)^+ (B^T S^T) \right] Q = \left[(B^T S^T)^+ (B^T S^T) \right]^+ \left[(B^T S^T)^+ W(SB)^+ \right];$$

$$Q = \left[(B^T S^T)^+ (B^T S^T) \right]^+ \left[(B^T S^T)^+ W(SB)^+ \right].$$

С помощью псевдообратных матриц можно обойти обращение плохо обусловленных матриц. В случае невырожденных матриц псевдообращения результат не изменяют.

Таким образом, выполненные преобразования позволяют определить весовую матрицу Q квадратичного функционала (3) как симметричную положительно-определенную матрицу. Полученный результат можно проверить обратной подстановкой в уравнение (5).

$$P \cdot M^+ \cdot P = P;$$

$$M^+ \cdot P \cdot M^+ = M^+;$$

$$P \cdot M^+ = E$$

Уравнение (8) разрешим относительно весовой матрицы Q со своими сомножителями:

$$B^T S^T QSB = R - \\ - (E_r + B^T S^T K^T) R (E_r + KSB). \quad (9)$$

Обозначим правую часть уравнения (9) через W (скалярную величину):

$$W = R - (E_r + B^T S^T K^T) R (E_r + KSB).$$

Перепишем уравнение (9):

$$B^T S^T QSB = W.$$

Выполним следующие преобразования с учетом свойств матрицы Мура-Пенроуза:

Результаты исследования

Запишем алгоритм моделирования и исследования предлагаемых результатов. Для численного решения уравнения (6) необходимо задать начальные условия в виде одномерного массива действительных чисел. Первые n чисел предназначаются для диагонали весовой матрицы Q , следующее одно число – для весового коэффициента R , последние n чисел – для коэффициентов оптимального регулятора K_r . Всего $2n+1$



неизвестных. На каждой итерации поиска предусматривается формирование квадратной диагональной матрицы Q . При этом решение задачи модального управления не затрагивается. В качестве решателя нелинейных алгебраических уравнений была использована функция `fsolve` системы MATLAB R2015b. В на-

стройках этой функции были включены системные опции точности вычислений (`eps`) по аргументам и по исследуемой функции: `eps = 2.2204e-16`.

Для тестового примера были приняты следующие матрицы объекта (1), (2) и допущения для начальных условий решения уравнения (6):

Матрица состояния 10-го порядка (матрица A):

0.7777	0.0350	0.9491	0.8128	0.2770	0.6861	0.5566	0.4990	0.9589	0.8446
0.2375	0.2984	0.2179	0.0757	0.6954	0.5483	0.0727	0.1068	0.4532	0.6694
0.8243	0.0585	0.3194	0.6565	0.9186	0.1380	0.8397	0.9132	0.1290	0.1093
0.9657	0.8571	0.9178	0.5093	0.2445	0.0988	0.4053	0.3649	0.7606	0.0883
0.9726	0.3729	0.0319	0.4799	0.4581	0.2456	0.1449	0.2266	0.2016	0.9665
0.4534	0.6798	0.0651	0.9556	0.2530	0.1518	0.1909	0.8724	0.1757	0.1943
0.6090	0.2563	0.6298	0.0000	0.3793	0.9260	0.4906	0.1364	0.4371	0.0819
0.7755	0.3476	0.8738	0.2470	0.6045	0.6801	0.7120	0.2364	0.3403	0.2694
0.6416	0.0094	0.0087	0.7122	0.7724	0.2377	0.9849	0.5954	0.9673	0.6501
0.7220	0.3583	0.7466	0.3246	0.0679	0.5689	0.8748	0.5639	0.1430	0.5468

Транспонированная матрица входа B :

10 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Матрица выхода C :

0 0 0 0 0 0 0 0 0 1

Коэффициент обхода $D = 0$;

Начальное приближение диагонали матрицы Q :

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

Начальное приближение весового коэффициента R : 2.22045e-16

Начальное приближение коэффициентов регулятора:

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

В результате моделирования получены следующие искоемые величины.

Коэффициенты оптимального регулятора:

2.8793734 -50.7547241 -79.8059792
39.0673666 16.8445818 -17.0079541
39.6154794 -28.2814376 159.1197789
-63.5157416

Диагональные элементы весовой матрицы Q :

1.0000 0.8103 0.9111 0.9451
0.9917 0.9972 0.8944 0.9878 0.9895
0.9954

Весовой коэффициент R : 0.4089034

Полуса системы с оптимальным регулятором:

-15.7869 +0.0000i
-4.3229 +0.0000i
-0.3250 +0.7917i
-0.3250 -0.7917i
-0.3099 +0.6236i
-0.3099 -0.6236i
-0.9630 +0.0000i
-0.7492 +0.1387i
-0.7492 -0.1387i
-0.1969 +0.0000i

Минимальное значение вещественной части полюсов: -15.7869466

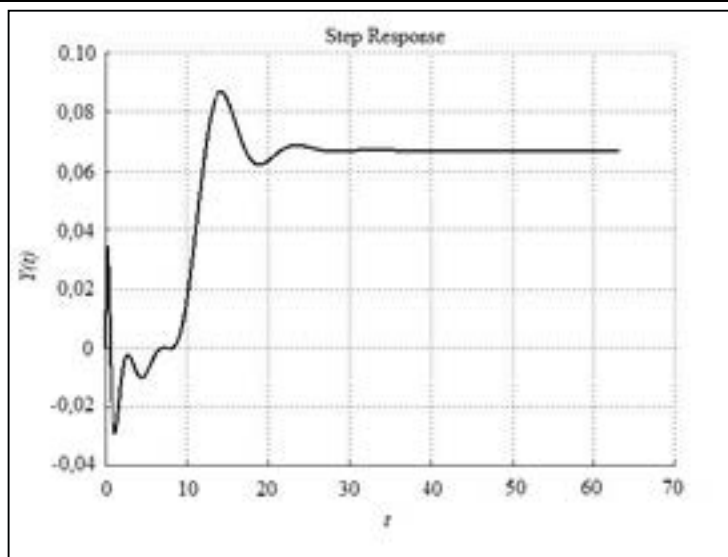
Максимальное значение вещественной части полюсов: -0.1969388

Длительность переходного процесса: 63 ед. времени

Выход системы с оптимальным регулятором на момент окончания времени переходного процесса: 0.6698291

Статический коэффициент передачи системы с оптимальным регулятором: 0.6698279

Диаграмма переходной функции системы с оптимальным регулятором показана на рис. 1.



Р и с. 1. Переходная функция системы с оптимальным регулятором
F i g. 1. Transient function of a system with an optimal regulator

В системе MATLAB были проведены численные эксперименты по определению весовых матриц функционала для систем до 21-го порядка включительно. Результаты отвечают требованиям задачи оптимальной стабилизации.

Была введена проверка на положительную определенность следующей матрицы:

$$\begin{bmatrix} Q & N \\ N^T & R \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где N – числовая матрица-столбец, которую принимали нулевой.

Решение уравнения (7) предполагает вычисление матрицы модального регулятора с последующими действиями, рассмотренными для решения уравнения (6). Выполнено также сравнение максимального размаха переходных процессов.

Для примера была рассмотрена модель система управления 6-го порядка. Приведем условия решения задачи.

Матрица состояния A :

1.5634	-1.0751	0.5442	-0.3167	0.4477	-0.7512
0.9335	-0.5091	0.0240	-1.7554	-1.2410	-1.7889
1.7690	-0.9455	-0.4794	-0.3500	1.1914	-0.2029
-1.1089	0.4026	-0.9119	0.5238	0.2742	-0.8820
-0.0137	-0.3574	0.2476	-1.0311	-1.2246	-1.1429
0.3636	0.5406	1.3243	0.8418	-1.5737	0.8376

Транспонированная матрица входа B :
10 0 0 0 0 0

Матрица выхода C : 0 0 0 0 0 1

Коэффициент обхода $D = 0$.

Коэффициенты модального регулятора:

2.6511700 45.7014386 -50.6899433
-85.7341580 -42.1128475 -68.3282054

Полюса системы с модальным регулятором:

-8.0000 -6.5200 -5.0400 -3.5600
-2.0800 -0.6000

Начальное приближение диагонали матрицы Q : 1 1 1 1 1 1

Начальное приближение весового коэффициента R : 1



Расчетные весовые матрицы квадратичного функционала

Весовой коэффициент R : 0.0020134

Диагональ весовой матрицы Q :

1.0000 1.0001 1.0011 1.0000
1.0004 1.0004

Коэффициенты оптимального регулятора:

23.0185296 22.3017594 -42.7035743
-187.3350864 -29.6831972 -64.6685472

Полуса системы с оптимальным регулятором:

-222.855479+0.000000i

-2.379585+0.806685i

-2.379585-0.806685i

-0.735228+1.263454i

-0.735228-1.263454i

-0.388493+0.000000i

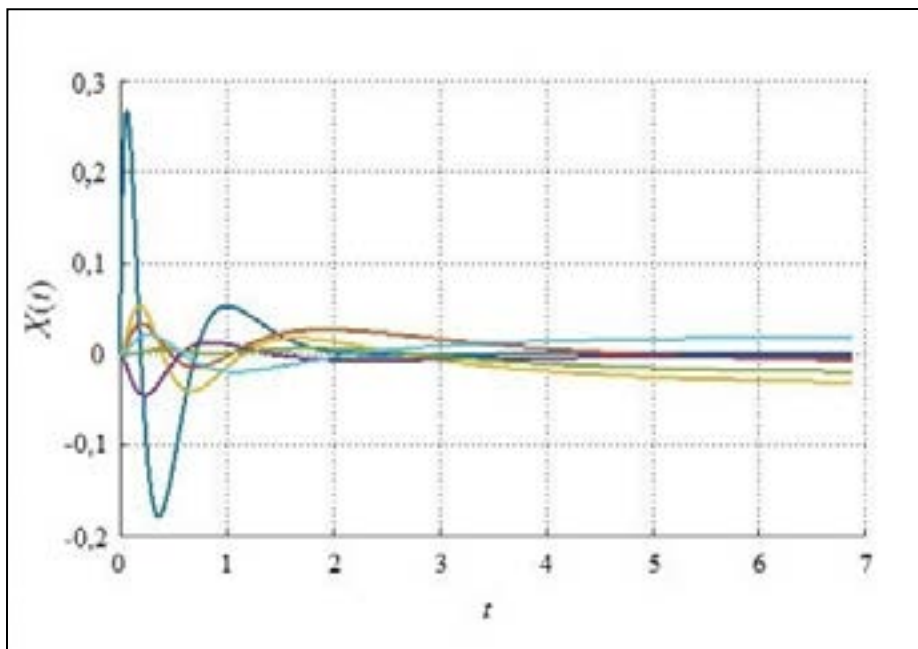
Максимальный размах переходного процесса с модальным регулятором: 0.4452935

Максимальный размах переходного процесса с оптимальным регулятором: 0.0694742

В системе с оптимальным регулятором выбросы (максимальный размах) в переходном процессе значительно меньше, чем в системе с модальным регулятором. Переходные процессы приведены на рис. 2–3.

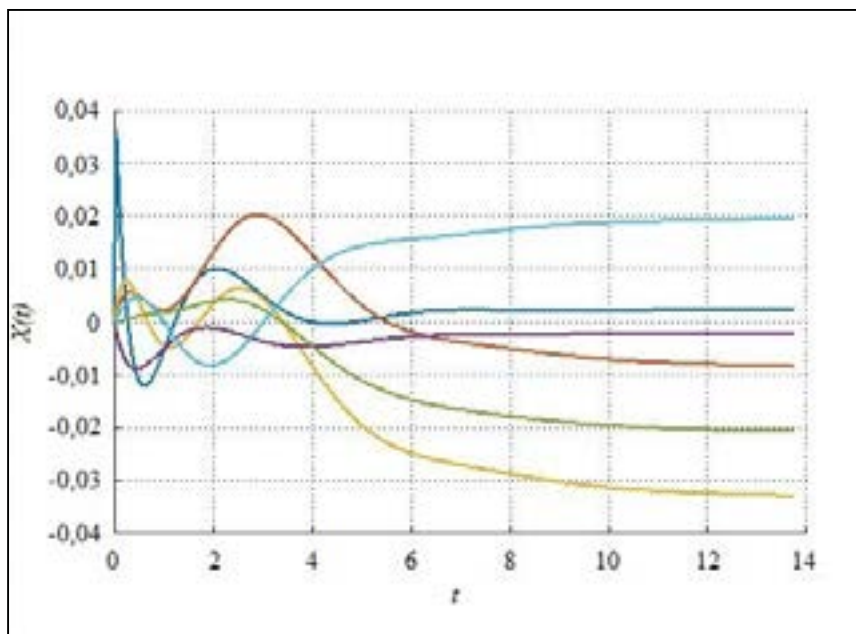
Диаграммы на рис. 2–3 носят иллюстративный характер в целях сравнения размаха переходного процесса по переменным состояниям.

Для случая (8) были использованы и получены следующие результаты.



Р и с. 2. Переходный процесс в системе 6-го порядка

F i g. 2. Transient process in the system of the 6th order



Р и с. 3. Переходный процесс в системе с оптимальным регулятором
F i g. 3. Transient process in a system with an optimal regulator

Модельная матрица состояния A :

-0.0329	-0.9109	0.6204	-0.1307	0.4115	0.0556	-0.3144	0.6471
-0.2951	-0.4629	-0.6453	-0.0114	-0.9203	0.4595	0.8633	-1.0154
-0.5548	0.1227	-0.3651	-0.3651	-0.5611	-1.1444	0.8507	1.3058
0.5644	0.0900	-0.5834	-0.9234	-0.3199	1.4071	0.0305	-0.4932
-0.1337	0.3199	-1.3698	-0.2998	1.8972	0.2395	0.3836	-0.9348
-1.6757	1.0635	0.5432	1.4971	-0.3906	0.1281	0.3905	0.1489
-0.3487	0.9011	-1.7078	1.3880	-0.0519	-0.1056	0.2848	-1.2745
0.8456	0.2872	-0.0646	0.0054	1.0352	-0.4961	0.5555	0.7013

Модельная матрица входа B (транспонированная):

0.7643	-0.6050	-1.0350	0.2014
0.6680	-0.3235	1.3343	0.6214

Система полностью управляема по Калману.

Желаемые полюса для расчета модального регулятора:

-0.8000	-2.9714	-5.1429	-7.3143
-9.4857	-11.6571	-13.8286	-16.0000

Полюса замкнутой системы управления с модальным регулятором

-16.0000	-13.8286	-11.6571	-9.4858
-7.3143	-0.8000	-5.1429	-2.9714

Назначенный весовой коэффициент $R = 1.3000e-06$



Расчетная весовая матрица Q :

57.3879	-63.5128	-81.7260	130.5607	45.2151	82.3533	-55.5829	69.1678
-63.5128	70.2915	90.4485	-144.4953	-50.0409	-91.1427	61.5152	-76.5500
-81.7260	90.4485	116.3858	-185.9312	-64.3908	-117.2791	79.1554	-98.5017
130.5607	-144.4953	-185.9312	297.0330	102.8670	187.3583	-126.4542	157.3607
45.2151	-50.0409	-64.3908	102.8670	35.6244	64.8850	-43.7930	54.4964
82.3533	-91.1427	-117.2791	187.3583	64.8850	118.1793	-79.7630	99.2578
-55.5829	61.5152	79.1554	-126.4542	-43.7930	-79.7630	53.8346	-66.9923
69.1678	-76.5500	-98.5017	157.3607	54.4964	99.2578	-66.9923	83.3658

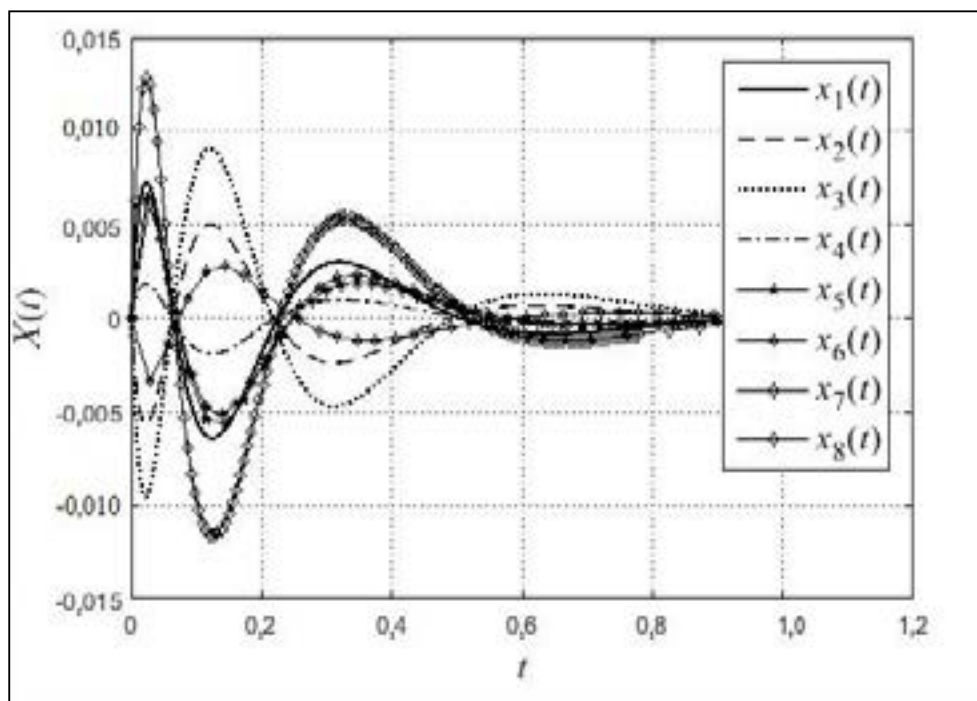
Максимальный размах переходного процесса с модальным регулятором: **0.0244827**

Максимальный размах переходного процесса с оптимальным регулятором: **0.0000800**

Как видно, в системе с модальным регулятором перерегулирование значительно выше, чем в системе с оптимальным регулятором, для которого предварительно была рассчитана весовая матрица Q .

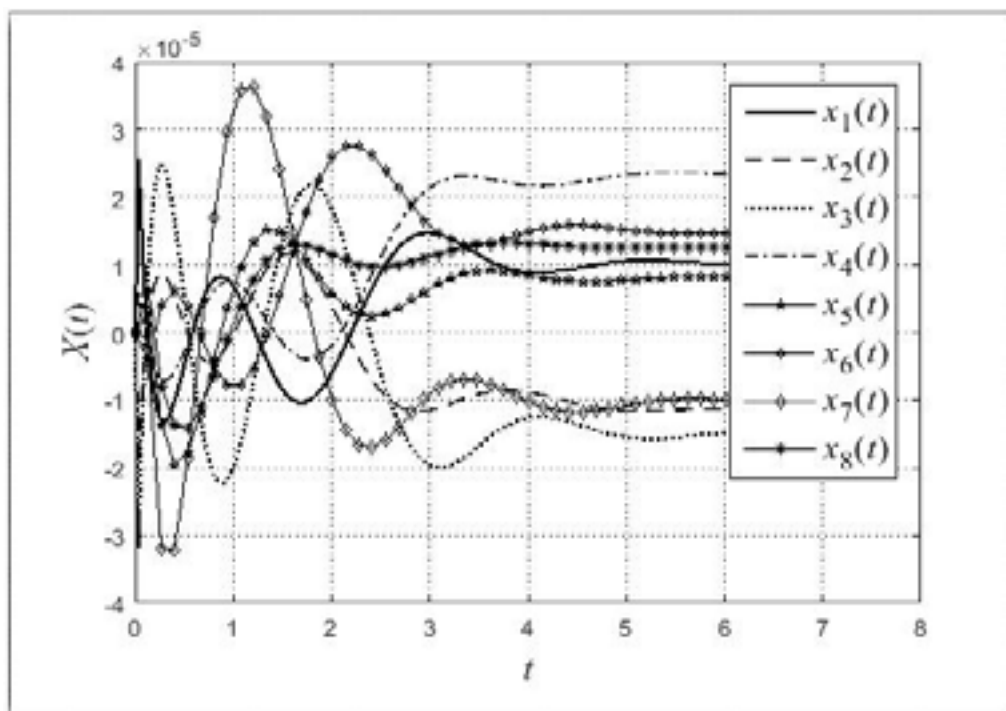
Следует отметить, что в рассматриваемом случае большее влияние имеет расчет модального регулятора, матрица которого участвует в решении обратной задачи оптимальной стабилизации, в определении весовой матрицы Q квадратичного функционала. Проблема, прежде всего, заключается в назначении желаемых полюсов для замкнутой на модальный регулятор системы.

Диаграммы переходных процессов представлены на рис. 4–5.



Р и с. 4. Переходный процесс в системе с модальным регулятором

F i g. 4. Transient process in a system with a modal regulator



Р и с. 5. Переходный процесс в системе с оптимальным регулятором

F i g. 5. Transient process in a system with an optimal regulator

Обсуждение и заключения

Задача стабилизации динамических объектов управления имеет широкое распространение. Это показывает даже небольшой обзор литературных источников. Решение обратной задачи оптимальной стабилизации также находит свое отражение в публикациях многих авторов. Таким образом, выполненная работа по исследованию возможностей решения обратной задачи оптимальной стабилизации находится в русле современных исследований по решению данной задачи. Авторы осуществляли моделирование на моделях объектов, матрицы которых формировались случайным образом, как правило, по нормальному закону.

Условием применимости таких матриц A и B модельного объекта являлась их полная управляемость в соответствии с критерием управляемо-

сти по Калману. Предложенные три варианта решения обратной задачи оптимальной стабилизации позволяют использовать их в зависимости от исходных данных для проектирования систем стабилизации. Точность расчетов зависит от вычислительных возможностей компьютеров и методов, например, решения нелинейных уравнений.

Следует учитывать, что матричные операции больших размерностей определенно влекут за собой накопление вычислительных погрешностей. Однако на практике, как правило, размерности исследуемых объектов управления не превышают 10-го порядка. В частности, размещение полюсов для решения задачи модального управления не должно превышать размерность объекта управления больше, чем на шесть единиц [4]. В связи с этим предложен-



ные подходы к решению обратной задачи оптимальной стабилизации имеют право на существование.

При этом авторы не считают предложенный в статье подход оптимальной стабилизации достаточно универсальным; с его помощью раздвигаются границы теории оптимальной стабилизации линейных стационарных объек-

тов и систем управления. Как видно из примеров, решение задачи оптимальной стабилизации связано с применением матричных операций, численном решении алгебраических уравнений, а также решении нелинейного матричного уравнения Риккати с помощью функции `lqr` системы компьютерной математики MATLAB.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Афонин В. В.** Аналитический контроль решения задачи оптимальной стабилизации стационарного объекта со скалярным управлением // Вестник Мордовского университета. 1998. № 3–4. С. 122–123. URL: <http://vestnik.mrsu.ru/content/pdf/98-34.pdf>
2. **Афонин В. В.** Синтез линейной оптимальной системы с заданной степенью экспоненциальной устойчивости // Вестник Мордовского университета. 2001. № 1–2. С. 70–72. URL: <http://vestnik.mrsu.ru/content/pdf/01-12.pdf>
3. **Афонин В. В., Мүрүмкин С. М.** Соотношения оптимальности в линейно-квадратичной задаче управления // Журнал Средневолжского математического общества. 2014. Т. 16, № 2. С. 118–120. URL: http://journal.svmo.ru/files/issues/ZhurnalSVMO_2014_16_2.pdf
4. **Поляк Б. Т., Щербakov П. С.** Трудные задачи линейной теории управления. Некоторые подходы к решению // Автоматика и телемеханика. 2005. Вып. 5. С. 7–46. URL: <http://www.mathnet.ru/links/6ce9f2a7ab78fdde0e8571c3895bf4fe/at1366.pdf>
5. **Blanchini F.** New canonical form for pole placement // IEE Proceedings D (Control Theory and Applications). 1989. Vol. 136, no. 6. P. 314–316. URL: <http://digital-library.theiet.org/content/journals/ip-d/136/6>
6. Static output feedback – A survey / V. L. Syrmos [et al.] // Automatica. 1997. Vol. 33, no. 2. P. 125–137. URL: <http://www2.egr.uh.edu/~mece2hv/Papers/30.pdf>
7. **Eremenko A., Gabrielov A.** Poleplacement by static output feedback for generic linear systems // SIAM Journal on Control and Optimization. 2002. Vol. 41, no. 1. P. 303–312. URL: <http://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/S0363012901391913>
8. Синтез стабилизирующего управления космическим аппаратом на основе обобщенной формулы Аккермана / Е. А. Воробьева [и др.] // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2011. № 1. С. 116–126. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_15598578_34872720.pdf
9. **Зубов Н. Е., Микрин Е. А., Рябченко В. Н.** Синтез астатической линейной системой на основе обобщенной формулы Аккермана // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана (Сер. «Приборостроение»). 2017. № 1. С. 67–74. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_28340936_67741067.pdf
10. **Veremey E.** Spectral approach to H-optimization of plasma control // International Journal of Modern Physics. 2009. Vol. 24, no. 5. С. 1009–1018. URL: <http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S0217751X09044462>
11. **Petersen I. R., Hollot C. V.** A Riccati equation approach to the stabilization of uncertain linear systems // Automatica. 1986. Vol. 22, no. 4. С. 397–411. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/journal/00051098/22/4>
12. **Аполонский В. В., Тарарыкин С. В.** Методы синтеза редуцированных регуляторов состояний линейных динамических систем // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2014. № 6. С. 25–33. URL: <http://naukarus.com/metody-sinteza-redutsirovannyh-regulyatorov-sostoyaniya-lineynyh-dinamicheskikh-sistem>
13. **Антоник В. Г., Срочко В. А.** Метод проекций в линейно-квадратичных задачах оптимального управления // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1998. Т. 38, № 4. С. 564–572. URL: <http://www.mathnet.ru/links/d050f5ccbbd3534105cb58ca0c2e3e1f/zvmmf1906.pdf>

14. Polyak B. T., Shcherbakov P. S. Optimization and asymptotic stability // International Journal of Control. 2016. С. 1–7. URL: https://www.researchgate.net/publication/309712271_Optimization_and_Asymptotic_Stability

15. Романова И. К. Об одном подходе к определению весовых коэффициентов метода пространства состояний // Наука и Образование : электронный журнал МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2015. № 4. С. 105–129. URL: <http://technomag.edu.ru/jour/article/view/315/317>

Поступила 24.05.2017; принята к публикации 03.10.2017; опубликована онлайн 19.12.2017

Об авторах:

Афонин Виктор Васильевич, доцент кафедры автоматизированных систем обработки информации и управления, Институт электроники и светотехники, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевицкая, д. 68), кандидат технических наук, доцент, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7976-9792>, vvafonin53@yandex.ru

Мурюмин Сергей Михайлович, доцент кафедры прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, факультет математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевицкая, д. 68), кандидат физико-математических наук, доцент, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2965-7500>, muryuminsm@mail.ru

Вклад соавторов:

В. В. Афонин: постановка задачи, сбор доступных материалов по теме исследования, компьютерная реализация алгоритмов; С. М. Мурюмин: выбор и обоснование численных методов решения нелинейных алгебраических уравнений, анализ материалов по теме исследования, доработка текста.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

REFERENCES

1. Afonin V. V. Analytical control of the solution of the problem of optimal stabilization of a stationary object with scalar control. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 1998; 3-4:122–123. Available at: <http://vestnik.mrsu.ru/content/pdf/98-34.pdf> (In Russ.)

2. Afonin V. V. Synthesis of a linear optimal system with a given degree of exponential stability. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2001; 1-2:70–72. Available at: <http://vestnik.mrsu.ru/content/pdf/01-12.pdf> (In Russ.)

3. Afonin V. V., Muryumin S. M. Optimality relations in a linearly-quadratic control problem. *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva* = Journal of the Middle Volga Mathematical Society. 2014; 16(2):118–120. Available at: http://journal.svmo.ru/files/issues/ZhurnalSVMO_2014_16_2.pdf (In Russ.)

4. Polyak B. T., Shcherbakov P. S. Difficult problems of linear control theory. Some approaches to the solution. *Avtomatika i telemekhanika* = Automation and Telemekhanics. 2005; 5:7–46. Available at: <http://www.mathnet.ru/links/6ce9f2a7ab78fdde0e8571c3895bf4fe/at1366.pdf> (In Russ.)

5. Blanchini F. New canonical form for pole placement. *IEE Proceedings – Control Theory and Applications*. 1989; 136(6):314–316. Available at: <http://digital-library.theiet.org/content/journals/ip-d/136/6> (In Russ.)

6. Syrmos V. L., Abdallah C. T., Dorato P., Grigoriadis K. Static output feedback – A survey. *Automatica*. 1997; 33(2):125–137. Available at: <http://www2.egr.uh.edu/~mece2hv/Papers/30.pdf>

7. Eremenko A., Gabriellov A. Pole placement by static output feedback for generic linear systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*. 2002; 41(1):303–312. Available at: <http://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/S0363012901391913>

8. Vorobeva E. A., Zubov N. E., Mikrin E. A., Misrikhanov M. Sh., Ryabchenko V. N., Timakov S. N. Synthesis of a stabilizing control the spacecraft on the basis of the generalized Ackermann's formula.



Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya = Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems. 2011; 1:116–126. Available at: https://elibrary.ru/download/elibrary_15598578_34872720.pdf (In Russ.)

9. Zubov N. E., Mikrin E. A., Ryabchenko V. N. Synthesis of an astatic linear system on the basis of the generalized Akkerman formula. *Vestnik MGTU im. N. E. Baumana: Priborostroeniye* = Bauman MSTU Bulletin: Instrument Making. 2017; 1:67–74. Available at: https://elibrary.ru/download/elibrary_28340936_67741067.pdf (In Russ.)

10. Veremey E. Spectral approach to H-optimization of plasma control. *International Journal of Modern Physics*. 2009; 24(5):1009–1018. Available at: <http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S0217751X09044462> (In Russ.)

11. Petersen I. R., Holot C. V. A Riccati equation approach to the stabilization of uncertain linear systems. *Automatica*. 1986; 22:397–411. Available at: <http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S0217751X09044462>

12. Apolonsky V. V., Tararykin S. V. Methods of synthesis of reduced state regulators of linear dynamical systems. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya* = *Izvestiya Rossiyskoy Academy of Sciences. Theory and Control systems*. 2014; 6:25–33. Available at: <http://naukarus.com/metody-sinteza-redutsirovannyh-regulyatorov-sostoyaniya-lineynyh-dinamicheskikh-sistem> (In Russ.)

13. Antonik V. G., Srochko V. A. The method of projections in linear-quadratic optimal control problems. *Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 1998; 38(4):564–572. Available at: <http://www.mathnet.ru/links/d050f5ccbbd3534105cb58ca0c2e3e1f/zvmmf1906.pdf> (In Russ.)

14. Polyak B. T., Shcherbakov P. S. Optimization and asymptotic stability. *International Journal of Control*. 2016; 1–7. Available at: https://www.researchgate.net/publication/309712271_Optimization_and_Asymptotic_Stability

15. Romanova I. K. On an approach to determining the weight coefficients of the state space method. *Nauka i Obrazovaniye* = Science and Education. 2015; 4:105–129. Available at: <http://technomag.edu.ru/jour/article/view/315/317> (In Russ.)

Submitted 24.05.2017; revised 03.10.2017; published online 19.12.2017

About the authors:

Victor V. Afonin, Associate Professor of Chair of Automated Information Processing and Control Systems, Institute of Electronics and Lighting Engineering, National Research Mordovia State University (68 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), Ph.D. (Engineering), Associate Professor, **ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7976-9792>**, vvafonin53@yandex.ru

Sergey M. Muryumin, Associate Professor of Chair of Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, National Research Mordovia State University (68 Bolshevistskaya St, Saransk 430005, Russia), Ph.D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, **ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2965-7500>**, muryuminsm@mail.ru

Contribution of the co-authors:

V. V. Afonin: statement of the problem, collection of data on the topic, computer implementation of algorithms; S. M. Muryumin: choice and justification for numerical methods of solving nonlinear algebraic equations, data analysis, revision of the text.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.



ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ / COMPUTER SCIENCE, COMPUTER ENGINEERING AND MANAGEMENT

УДК 577.33:004.4

DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.518-529

Нейросетевая молекула: решение обратной задачи биометрии через программную поддержку квантовой суперпозиции на выходах сети искусственных нейронов

В. И. Волчихин¹, А. И. Иванов^{2*}¹ФБГОУ ВО «Пензенский государственный университет»
(г. Пенза, Россия)²АО «Пензенский научно-исследовательский электротехнический институт» (г. Пенза, Россия)

*ivan@pniei.penza.ru

Введение. Целью работы является многократное ускорение решения обратной задачи нейросетевой биометрии на обычном настольном компьютере.

Материалы и методы. Для ускорения вычислений искусственная нейронная сеть вводится в динамический режим «дрожания» состояний всех ее 256 выходных рядов. При этом слишком большое число выходных состояний нейронной сети логарифмически свертывается путем перехода в пространство расстояний Хэмминга между кодом образа «Свой» и кодами образов «Чужой». Из базы образов «Чужой» выбирается 2,5 % наиболее похожих образов. В следующем поколении осуществляют восстановление 97,5 % отброшенных образов процедурами ГОСТ Р 52633.2-2010 путем скрещивания образов-родителей и получения от них образов-потомков.

Результаты исследования. За время порядка 10 мин удается осуществить 60 поколений направленного поиска решения обратной задачи, что дает возможность обращения матриц нейросетевых функционалов размерности 416 входов на 256 выходов с восстановлением до 97 % информации о неизвестных биометрических параметрах образа «Свой».

Обсуждение и заключения. Поддержка в течение 10 мин машинного времени 256-кубитной квантовой суперпозиции позволяет на обычном компьютере обойти актуальную бесконечность анализируемых состояний в 50^{50} (50 в степени 50) раз больше, чем мог бы сделать этот же компьютер, реализуя обычные вычисления. Увеличение длины поддерживаемой квантовой суперпозиции на 40 кубит эквивалентно увеличению тактовой частоты процессора приблизительно в 1 млрд раз. Именно по этой причине увеличение количества поддерживаемых кубит программным эмулятором квантовой суперпозиции более выгодно, чем создание более мощного процессора.

Ключевые слова: нейросетевой преобразователь биометрия-код, биометрические данные, большие размерности, программная поддержка квантовой суперпозиции, искусственные нейроны

Для цитирования: Волчихин В. И., Иванов А. И. Нейросетевая молекула: решение обратной задачи биометрии через программную поддержку квантовой суперпозиции на выходах сети искусственных нейронов // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 4. С. 518–529. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.518-529

© Волчихин В. И., Иванов А. И., 2017



Neural Network Molecule: a Solution of the Inverse Biometry Problem through Software Support of Quantum Superposition on Outputs of the Network of Artificial Neurons

V. I. Volchikhin^a, A. I. Ivanov^{b*}

^a*Penza State University (Penza, Russia)*

^b*Penza Scientific Research Electrotechnical Institute (Penza, Russia)*

*ivan@pniei.penza.ru

Introduction. The aim of the study is to accelerate the solution of neural network biometrics inverse problem on an ordinary desktop computer.

Materials and Methods. To speed up the calculations, the artificial neural network is introduced into the dynamic mode of “jittering” of the states of all 256 output bits. At the same time, too many output states of the neural network are logarithmically folded by transitioning to the Hamming distance space between the code of the image “Own” and the codes of the images “Alien”. From the database of images of “Alien” 2.5 % of the most similar images are selected. In the next generation, 97.5 % of the discarded images are restored with GOST R 52633.2-2010 procedures by crossing parent images and obtaining descendant images from them.

Results. Over a period of about 10 minutes, 60 generations of directed search for the solution of the inverse problem can be realized that allows inverting matrices of neural network functionals of dimension 416 inputs to 256 outputs with restoration of up to 97 % information on unknown biometric parameters of the image “Own”.

Discussion and Conclusions. Supporting for 10 minutes of computer time the 256 qubit quantum superposition allows on a conventional computer to bypass the actual infinity of analyzed states in 50^{50} (50 to 50) times more than the same computer could process realizing the usual calculations. The increase in the length of the supported quantum superposition by 40 qubits is equivalent to increasing the processor clock speed by about a billion times. It is for this reason that it is more profitable to increase the number of quantum superpositions supported by the software emulator in comparison with the creation of a more powerful processor.

Keywords: neural network converter biometry-code, biometric data, large dimensions, software support of quantum superposition, artificial neurons

For citation: Volchikhin V. I., Ivanov A. I., Neural Network Molecule: a Solution of the Inverse Biometry Problem through Software Support of Quantum Superposition on Outputs of the Network of Artificial Neurons. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2017: 27(4):518–529. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.518-529

Введение

В 1980-е гг. Ю. Манин выдвинул идею создания квантовых, компьютеров, опирающихся на волновую математику квантовой механики уравнения Шредингера. Эта идея оказалась плодотворной, и математическая общественность за последующие 30 лет (1980–2010 гг.) создала под перспективную «квантовую» элементную

базу ряд очень эффективных алгоритмов^{1–2}.

К сожалению, создание вычислительных элементов для квантовой математики уравнений Шредингера оказалось сложной задачей. На данный момент аппаратным путем удастся воспроизвести квантовые алгоритмы на несколько кубит. При этом время синхронизма (поддержания необходимой

¹ Нильсон М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. М. : Мир, 2006. 821 с.

² Душкин Р. В. Квантовые вычисления и функциональное программирование. ДМК-Пресс, 2015. 234 с.

квантовой сцепленности) не превышает нескольких миллисекунд. Появление в ближайшие несколько лет универсального квантового 256-кубитного компьютера представляется маловероятным.

Одним из направлений замещения отсутствующих квантовых вычислительных элементов является их имитационное моделирование на обычных компьютерах. Если усложнять задачу, увеличивая число электронов и протонов, то уже при 32 электронах потребуется использование супер-ЭВМ. В этом отношении уравнение Шредингера является крайне неудобным для эмулирования эффектов квантовой суперпозиции.

Обзор литературы

Гораздо более удобными оказываются другие уравнения, например, соответствующие хи-квадрат математической молекуле [1–3], корреляционной математической молекуле [4] или математической молекуле асимметрии распределения данных малой выборки [5]. Данные конструкции принципиально отличаются от молекулы водорода тем, что их уравнения просты для моделирования. Для достаточно точного моделирования молекулы водорода (уравнения Шредингера) на обычном компьютере необходимо программное обеспечение, состоящее из нескольких тысяч строк кода; для молекулы хи-квадрат с любым числом степеней свободы достаточно 5 строк кода на языке MathCAD³. Переход от приближенных вычислений пакетом из нескольких тысяч строк программного кода к точным вычислениям простыми программами кардинально меняет ситуацию. Моделирование даже малого

числа кубит при их описании квантовой механикой уравнений Шредингера на обычном компьютере технически нецелесообразно из-за высокой сложности вычислений. При моделировании уравнения Шредингера наблюдается экспоненциальный рост вычислительной сложности с увеличением числа степеней свободы. Напротив, моделирование достаточно большого числа кубит простейших математических молекул оказывается рациональным, поскольку для этих конструкций рост вычислительной сложности прямо пропорционален росту числа степеней свободы (электронов или опытов).

Молекулу водорода H_2 можно рассматривать как некоторый не наблюдаемый внутренний генератор континуума возможных состояний электрона с не наблюдаемым внутренним квантователем его энергии. Например, квантователь может быть выполнен в виде планетарной модели атома с разрешенными орбитами, кратными некоторому целому числу фотонов [2–5]. В этом случае наблюдается не сама молекула, а ее выходной спектр излучения. При этом, наблюдая положение спектральных линий на оси частот, можно очень точно оценить, присутствуют ли в той или иной пробе вещества молекулы водорода. На этом принципе строился спектральный анализ.

Материалы и методы

Конструкцию, аналогичную ранее созданным математическим молекулам, возможно создать для нейросетевого преобразователя биометрия-код, обученного по ГОСТ 52633.5⁴. Нейросетевой преобразователь следует рассматривать как некоторую нейросете-

³ **Иванов А. И.** Многомерная нейросетевая обработка биометрических данных с программным воспроизведением эффектов квантовой суперпозиции. Пенза : АО «ПНИЭИ», 2016. 133 с. URL: <http://пниэи.рф/activity/science/BOOK16.pdf>

⁴ ГОСТ Р 52633.5-2011 «Защита информации. Техника защиты информации. Автоматическое обучение нейросетевых преобразователей биометрия-код доступа». URL: <http://www.gostrf.com/normadata/1/4293797/4293797154.pdf>

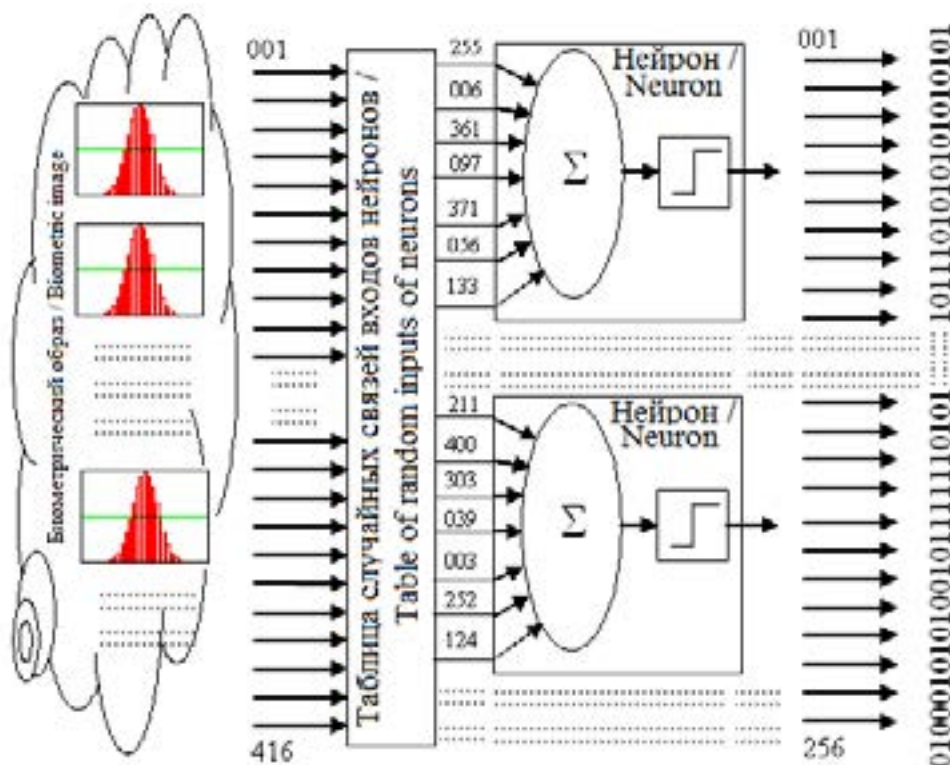


вую молекулу. Структура модели такой молекулы изображена на рис. 1.

Модель молекулы имеет 416 разных нормальных континуумов контролируемых биометрических параметров (при использовании среды моделирования «БиоНейроАвтограф»⁵) и 256 дискретных выходов (каждый из выходов может иметь состояние «0» или «1»⁴). Молекула состоит из 256 нейронов, каждый из которых отвечает за состояние одного выходного разряда. Всего выходной код может иметь 2^{256} состояний. Статистика

этих состояний зависит от того, какой биометрический образ использован: если 416-мерный континуум примера образа «Свой», то на выходах нейронной сети с высокой вероятностью появляется стабильный (практически детерминированный) код образа "с". Другими словами, обученная на образе «Свой» нейросеть устраняет естественную энтропию данных биометрического образа практически до нуля:

$$H("c") \approx 0,03 \text{ бит.} \quad (1)$$



Р и с. 1. Модель нейросетевой молекулы, откликающейся спектром выходных состояний на предъявленный ей биометрический образ

Fig. 1. Model of a neural network molecule responding with spectrum of output states to the biometric image presented

Совершенно иная ситуация возникает при использовании примеров образа «Чужой». В этом случае исходная энтропия биометрических приме-

ров усиливается, а на выходах нейронной сети появляются случайные выходные коды. Каждый пример образа «Чужой» будет давать свой выходной

⁵ Иванов А. И., Захаров О. С. Среда моделирования «БиоНейроАвтограф»: программный продукт. URL: <http://пниэи.рф/activity/science/noc.htm>

код, а энтропия этих кодов оказывается намного больше нуля:

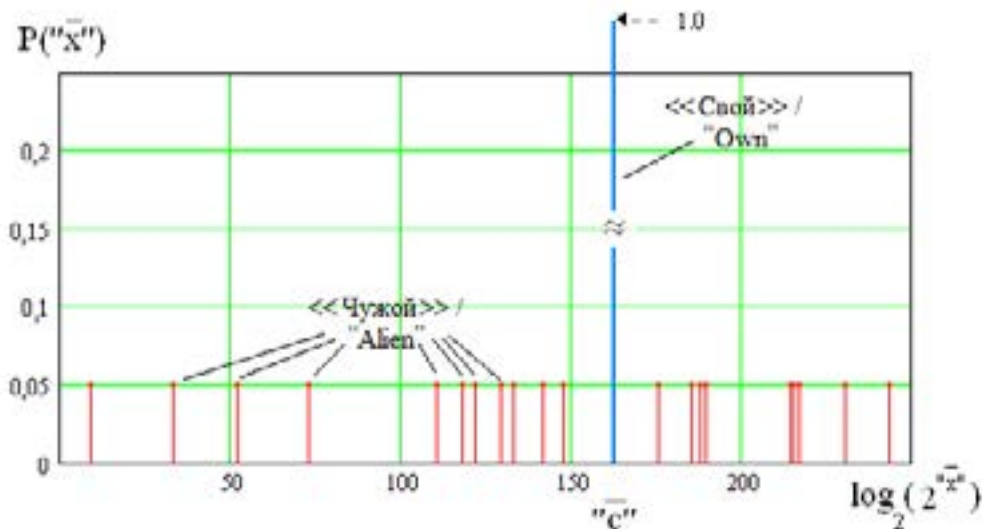
$$H(\bar{x}) \approx 27 \gg 0,0 \text{ бит.} \quad (2)$$

Это происходит несмотря на то, что собственная энтропия континуумов примеров образа «Свой» и «Чужой» сопоставимы:

$$H(\bar{v}) \approx H(\bar{\xi}) \text{ бит.} \quad (3)$$

Выполнение свойств (1–3) обеспечивается процедурами автоматического обучения нейронной сети по ГОСТ Р 52633.5⁶.

Если перейти к спектральному представлению выходных состояний нейросетевой молекулы, то для 21 примера образов «Свой» и «Чужой» мы получим вероятности появления спектральных линий, отображенные на рис. 2.



Р и с. 2. Вероятности появления спектральных линий нейросетевой молекулы при воздействии на нее 21 примером образа «Свой» и образа «Чужой»

Fig. 2. Probability of appearance of spectral lines of a neural network molecule upon exposure by 21 examples of the image of "Own" and the image of "Alien"

Из-за того что выходной код откликов образа «Чужой» случаен, на рис. 2 его спектральные линии имеют случайное положение и низкую интенсивность $P(\bar{x}) = 0,048$. Для образа «Свой» ситуация иная: все примеры дают один и тот же код, спектральная линия которого в 21 раз ярче спектральных линий кодов «Чужой».

Таким образом, достаточно просто отличить образ «Свой» от образа «Чу-

жой» по спектру выходных состояний нейронной сети. Если спектр случаен и интенсивность линий примерно одинакова, то предъявлен образ «Чужой»; если спектр выходных состояний детерминирован – «Свой». Для принятия решения достаточно всего одного примера образа «Свой» или образа «Чужой», который при необходимости можно размножить до 20 или до 200 примеров путем введения в его дан-

⁶ ГОСТ Р 52633.5-2011 «Защита информации. Техника защиты информации. Автоматическое обучение нейросетевых преобразователей биометрия-код доступа». URL: <http://vsegost.com/Catalog/51/51407.shtml>



ные «мутаций» и получения близких синтетических образов алгоритмами ГОСТ Р 52633.2⁷.

Следует подчеркнуть, что подавая на вход нейронной сети размытые биометрические данные образа «Чужой», мы будем наблюдать нестабильность состояний каждого из 256 разрядов выходного кода. Исследуя коды, возможно вычислить для каждого i -го разряда вероятность появления состояния «0» и вероятность появления состояния «1», а также коэффициент корреляции между состояниями любой пары разрядов. Другими словами, каждый из «дрожащих» выходных разрядов выходного кода формально можно рассматривать как кубит, сцепленный с другими 256 кубитами. Следовательно, для 256-мерной цепки кубит справедлива следующая формальная запись их квантовой суперпозиции³:

$$|\Psi(\bar{\xi})\rangle = \sum_{i=1}^N \beta_i \cdot |x_1, x_2, \dots, x_{256}\rangle, \quad (4)$$

где $N = 2^{256}$.

Очевидно, что вычислить коэффициенты квантовой суперпозиции (4) технически невозможно из-за очень большого числа возможных состояний – N . Однако в рамках данной задачи нас мало волнуют все коэффициенты квантовой суперпозиции, кроме одного – β_c , который соответствует коду «Свой» – c_p, c_2, \dots, c_{256} . Только в случае совпадения кода «Чужой» и кода «Свой» запустится криптоалгоритм проверки и приведет к положительной биометрической аутентификации.

Если пользоваться традиционными алгоритмами перебора для оценки квадрата весового коэффициента β_c или вероятности ошибки второго рода P_2

ошибочного пропуска «Чужого», неизбежно столкновение со значительными техническими проблемами. Обойти эти трудности ГОСТ Р 52633.3⁸ рекомендует через переход от обычных кодов в пространство расстояний Хэмминга между кодом «Свой» и кодами «Чужой»:

$$h = 256 - \sum_{i=1}^{256} ("c_i") \oplus ("x_i"). \quad (5)$$

Операция вычисления расстояний Хэмминга фактически является сверткой очень большого числа спектральных линий $N = 2^{256}$ до гораздо меньшего числа $n = \log_2(N) = 256$. Применение свертки Хэмминга – вынужденная мера, превращающая задачу огромной вычислительной сложности в обычную задачу.

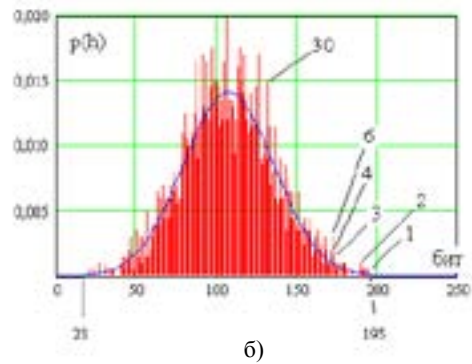
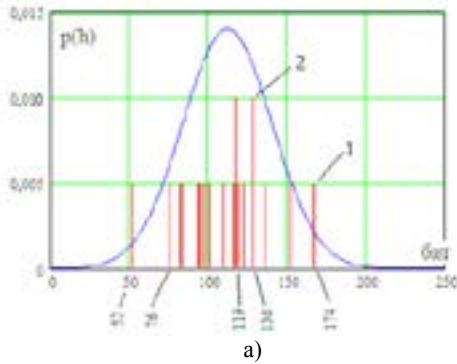
Одним из важных свойств свертки Хэмминга является нормализация распределений значений (рис. 3).

В численном эксперименте (Там же) всего наблюдаются 19 линий спектра, две из которых в 2 раза интенсивнее остальных 17 линий. Минимальное положение линии спектра – 52 бита, максимальное – 174 бита. По сути, это сильно прореженная гистограмма положения спектральных линий расстояний Хэмминга. У данной гистограммы 19 столбцов заполнены, а оставшиеся $174 - 50 - 19 = 105$ столбцов – пусты.

Если из каждого из 21 примера образа «Чужой» вывести 99 близких примеров, то получится гистограмма распределения расстояний Хэмминга с гораздо более плотным заполнением столбцов. Как видно из рис. 3, б, гистограмма распределения значений расстояний Хэмминга уже не содержит пустых столбцов. В среднем каждый из столбцов гистограммы содержит порядка 15 опытов.

⁷ ГОСТ Р 52633.2-2010 «Защита информации. Техника защиты информации. Требования к формированию синтетических биометрических образов, предназначенных для тестирования средств высоконадежной биометрической аутентификации» URL: <http://vse gost.com/Catalog/50/50123.shtml>

⁸ ГОСТ Р 52633.3-2011 «Защита информации. Техника защиты информации. Тестирование стойкости средств высоконадежной биометрической защиты к атакам подбора» URL: <http://vse gost.com/Catalog/51/51416.shtml>



Р и с. 3. Пример распределения значений спектральных линий расстояний Хэмминга для 21 (а) и 2 100 (б) примеров образа «Чужой»

F i g. 3. Example of the distribution of Hamming distance spectral values for 21 examples of the image “Alien” (a) and 2 100 examples of the same image (b)

Тот факт, что распределение расстояний Хэмминга для большого числа опытов является нормальным, позволяет достаточно просто вычислять вероятность ошибок второго рода через математическое ожидание – $E(h)$ и стандартное отклонение – $\sigma(h)$:

$$P_2(h=0) \approx \frac{1}{\sigma(h)\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \exp\left\{-\frac{(E(h)-u)^2}{2(\sigma(h))^2}\right\} \cdot du \approx \beta_c^2. \quad (6)$$

Очевидно, что по аналогии с (6) возможно вычислить вероятности появления 256 кодов «Чужой», отличающихся одним битом от кода «Свой»:

$$P(h=1) \approx \frac{1}{256 \cdot \sigma(h)\sqrt{2\pi}} \int_1^2 \exp\left\{-\frac{(E(h)-u)^2}{2(\sigma(h))^2}\right\} \cdot du \approx \beta_{C(h=1)}^2. \quad (7)$$

В пространстве расстояний Хэмминга наблюдается значительное упрощение вычислений. То, что технически невозможно сделать в обычном кодовом пространстве, легко вычисляется в логарифмически свернутом пространстве.

Известно, что один нейрон описывается статической нелинейной сверткой входных биометрических параметров:

$$\begin{cases} y = b + \sum_{i=1}^k a_i \cdot \xi_i, \\ z(y) = "0" \quad \text{при } y \leq 0, \\ z(y) = "1" \quad \text{при } y > 0, \end{cases} \quad (8)$$

где k – число входов у нейрона; $z(y)$ – квантователь с настройкой порога срабатывания b ; ξ_i – один из обрабатываемых (свертываемых) биометрических параметров; a_i – весовой коэффициент нейрона, полученный в результате его обучения.

Формально уравнения (8) можно рассматривать как имитационную динамическую модель одного кубита, если входные биометрические параметры ξ_i постоянно изменяются и непрерывно подаются на входы нейрона.

Один кубит мало интересен для биометрии: ГОСТ Р 52633.5⁶ ориентирован на обучение нейронной сети, обеспечивающей 256 кубит. Все эти биометрические кубиты оказываются сильно коррелированными (хорошо сце-



пленными)³. Именно это обстоятельство делает их эффективными при решении задач биометрической аутентификации. Переход от одного кубита к большому числу в 256 кубит принципиален.

Как показано на рис. 1, нейросеть преобразователя биометрия-код вме-

сто одного нейрона будет иметь 256 нейронов, выход каждого из которых квантуется своим пороговым элементом. Нейросеть в целом может быть описана в матричной форме системой связанных между собой нелинейных сверток:

$$Z\{\bar{y}\} = Z \left\{ \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \dots & \dots & \dots & a_{1,416} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \dots & \dots & \dots & a_{2,416} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{256,1} & a_{256,2} & a_{256,3} & \dots & \dots & \dots & a_{256,416} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \xi_{415} \\ \xi_{416} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_{256} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} "x_1" \\ "x_2" \\ \dots \\ "x_{256}" \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Поскольку нейросетевые преобразователи биометрия-код намного эффективнее «нечетких экстракторов» [6–9], ожидается их массовое использование в ближайшем будущем. Для полноты технологии нужно уметь не только обучать нейронные сети, но и уметь решать обратную задачу по извлечению знаний из параметров обученной нейронной сети.

Результаты исследования

Одним из важных теоретических аспектов нейросетевой биометрии является наличие технической возможности обращения матриц нейросетевых функционалов очень большой размерности в ситуации, когда известен код «Свой». Если пользоваться линейной алгеброй и пытаться обращать корреляционные матрицы биометрических параметров, то для выборки из 21 примера задача оказывается плохо обусловленной. Для биометрии линейная алгебра позволяет обращать матрицы не выше 3–5-го порядка, в то время как реальные биометрические системы учитывают сотни и тысячи биометрических параметров.

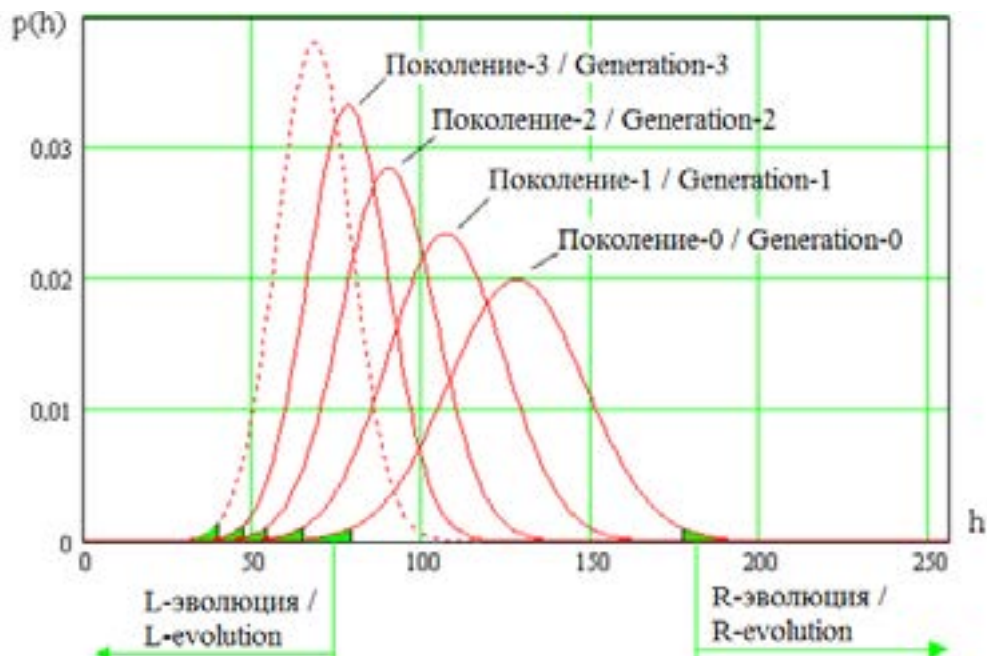
При отказе от классических методов и использовании больших нейронных сетей, обученные по ГОСТ Р 52633.5⁶ удастся решить обратную за-

дачу нейросетевой биометрии размерности 416 входов на 256 выходов.

Обращение матриц выполняется в пространстве расстояний Хэмминга с привлечением базы, состоящей из ~ 1 250 образов «Чужой», каждый из которых представлен 20 примерами. В данном случае база образов «Чужой» рассматривается как нулевое поколение. Подав эти образы на вход нейронной сети, получим распределение расстояний Хэмминга, отображенное в центральной части рис. 4.

Очевидно, что образы «Чужой», наиболее похожие на образ «Свой», будут расположены в левой части распределения расстояний Хэмминга. Выберем 25 наиболее похожих образов «Чужой», что составит 2 % от исходной тестовой базы, исключив 98 % менее похожих образов.

Для того чтобы продолжить алгоритм, следует восстановить исходное количество биометрических образов. Для этой цели необходимо воспользоваться скрещиванием биометрических образов-родителей и получить от них образы-потомки путем морфинга. Примеры получения 1, 2, 3 образов-потомков от пар образов-родителей приведены на рис. 5.



Р и с. 4. Дрейф распределений расстояний Хэмминга в сторону образа «Свой» при использовании генетического алгоритма подбора биометрических параметров в пяти поколениях

Fig. 4. The Hamming distance distributions drift toward the image of “Own” when using a genetic algorithm selection biometrics five generations



Р и с. 5. Скрещивание образов-родителей для получения 1, 2, 3 образов-потомков

Fig. 5. Crossing the parent images to obtain 1, 2, 3 descendant images



После того, как численность биометрических образов в поколении-1 восстановлена, можно снова найти 2 % наиболее похожих образов «Чужой» поколения-1. Как следует из рис. 4, эти образы будут иметь меньшее расстояние Хэмминга, чем образы предыдущего поколения.

Практика показывает, что после 50–60 поколений рассмотренный выше генетический алгоритм позволяет извлекать из параметров обученной нейронной сети до 97 % биометрических параметров образа «Свой». Обычно эта процедура занимает порядка 10 мин машинного времени для обычного настольного компьютера. Итогом решения задачи является получение распределения параметров образа, очень близкого к образу «Свой».

Обсуждение и заключения

Корректное решение даже 16-мерной обратной задачи биометрии в рамках линейной алгебры не представляется возможным. Переход к использованию 416-мерных искусственных нейронных сетей позволяет решать обратную задачу биометрии в случае рассмотрения статистики расстояний Хэмминга 256 выходных кубит. При этом поддержка 256-кубитной квантовой суперпозиции (4) выполняется за счет подключения шума «мутаций» к биометрическим данным и направленного синтеза по ГОСТ Р 52633.2 образов-потомков из образов-родителей. Тестируемая нейронная сеть должна находиться в динамическом режиме для того, чтобы состояния рядов выходного кода менялись.

Очевидны преимущества использования 256-кубитной квантовой суперпозиции. В каждом поколении в 50 раз снижается размер просматриваемого поля состояний, т. е. отличие в сокращении просматриваемого поля состояний составляет 50^{50} раз. Это эквивалентно огромному росту вычислительных возможностей компьютера, на котором осуществляется численный эксперимент.

Следует подчеркнуть, что описанный выше результат достижим только в рамках нейродинамики нейросетевых молекул. Применение квантовой механики обычных молекул повлекло бы использование жидкого гелия или моделирование уравнения Шредингера при 416 степенях свободы. Отметим, что современные вычислительные машины не способны решать 416-мерные задачи экспоненциальной вычислительной сложности.

ГОСТ Р 52633.3 является первым в мировой практике стандартом, который построен на поддержке эффектов квантовой суперпозиции при тестировании искусственных нейронных сетей в динамическом режиме. Это стало возможным только потому, что моделирование многомерных уравнений, соответствующих уравнению (9) нейросетевой молекулы, имеет линейную вычислительную сложность. Операции, технически невозможные для реальных молекул и уравнений Шредингера, легко реализуются для простых виртуальных математических молекул³ [2–5].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Дискретный характер закона распределения хи-квадрат критерия для малых тестовых выборок / Б. Б. Ахметов [и др.] // Вестник Национальной академии наук Республики Казахстан. 2015. № 1. С. 17–25. URL: http://nblib.library.kz/elib/library.kz/jurnal/%D0%92%D0%B5%D1%81%D1%2%D0%BD%D0%B8%D0%BA%2001_2015/Akhmetova0115.pdf
2. Циклические континуально-квантовые вычисления: усиление мощности хи-квадрат критерия на малых выборках / В. П. Кулагин [и др.] // Аналитика. 2016. Т. 30, № 5. С. 22–29. URL: <http://www.j-analytics.ru/journal/article/5679>

3. Перспективы создания циклической непрерывно-квантовой хи-квадрат машины для проверки статистических гипотез на малых выборках биометрических данных и данных иной природы / В. И. Волчихин [и др.] // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2017. № 1. С. 3–7. URL: http://izvuz_tn.pnzgu.ru/files/izvuz_tn.pnzgu.ru/1117.pdf

4. Квантовая суперпозиция дискретного спектра состояний математической молекулы корреляции для малых выборок биометрических данных / В. И. Волчихин [и др.] // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 2. С. 230–243. URL: <http://vestnik.mrsu.ru/content/pdf/17-2/07.pdf>

5. Использование эффектов квантовой суперпозиции при регуляризации вычислений стандартного отклонения на малых выборках биометрических данных / В. И. Волчихин [и др.] // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. 2017. № 1. С. 57–63. URL: <http://imuk.pnzgu.ru/files/imuk.pnzgu.ru/08117.pdf>

6. Juels A., Wattenberg M. A fuzzy commitment scheme // Proc. ACM Conf. Computer and Communications Security. 2013. Sep. P. 28–36 URL: <http://www.arijuels.com/wp-content/uploads/2013/09/JW99.pdf>

7. Dodis Y., Reyzin L., Smith A. Fuzzy extractors: how to generate strong keys from biometrics and other noisy // Eurocrypt. 2004. P. 523–540. URL: <https://eprint.iacr.org/2003/235.pdf>

8. Hao F., Anderson R., Daugman J. Crypto with biometrics effectively // IEEE Transactions on Computers. 2006. Vol. 55, no. 9. DOI: 10.1.1.727.4334

9. Ушмаев О. В., Кузнецов В. В. Алгоритмы защищенной верификации на основе бинарного представления топологии отпечатка пальцев // Информатика и ее применения. 2012. № 6 (1). С. 132–140. URL: http://www.ipiran.ru/journal/issues/2012_06_01

10. Чморра А. Л. Маскировка ключа с помощью биометрии // Проблемы передачи информации. 2011. № 2 (47). С. 128–143. <http://www.mathnet.ru/links/82a00f759a28c473971e712adecd76c4/ppi2049.pdf>

Поступила 06.09.2017; принята к публикации 16.10.2017; опубликована онлайн 19.12.2017

Об авторах:

Волчихин Владимир Иванович, президент ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет» (440000, Россия, г. Пенза, ул. Красная, д. 40), доктор технических наук, профессор, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9986-531X>, vvi@pnzgu.ru

Иванов Александр Иванович, начальник лаборатории биометрических и нейросетевых технологий, АО «Пензенский научно-исследовательский электротехнический институт» (440026, Россия, г. Пенза, ул. Советская, д. 9), доктор технических наук, доцент, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3854-2660>, ivan@pniei.penza.ru

Вклад соавторов:

В. И. Волчихин: научное руководство модернизацией квантово-механической вычислительной парадигмы; А. И. Иванов: нейросетевые преобразования биометрия-код, тестирования больших искусственных нейронных сетей.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

REFERENCES

1. Akhmetov B. B., et al. [The discrete nature of the chi-square distribution of the criterion for small test samples]. *Vestnik Natsionalnoy akademii nauk Respubliki Kazakhstan* = Bulletin of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. 2015; 1:17–25. Available at: http://nblib.library.kz/elib/library.kz/jurnal/%D0%92%D0%B5%D1%81%D1%2%D0%BD%D0%B8%D0%BA%2001_2015/Akhmetova0115.pdf (In Russ.)



2. Kulagin V., Ivanov A., Gazin A., Akhmetov B. [Cyclic continuum-quantum computing: strengthening the chi-square power of a criterion on small samples]. *Analitika = Analytics*. 2016; 30(5):22–29. Available at: <http://www.j-analytics.ru/journal/article/5679> (In Russ.)
3. Volchikhin V. I., Ivanov A. I., Pashchenko D. V., Akhmetov B. B., Vyatchanin S. Ye. The prospect of creation of a cyclic continual-quantum chi-squared machine for checking statistical hypotheses on small test samples of biometric and other types of data. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskiye nauki = Proceedings of Higher Educational Institutions. Volga region. Engineering*. 2017; 1:3–7. Available at: http://izvuz_tn.pnzgu.ru/files/izvuz_tn.pnzgu.ru/1117.pdf (In Russ.)
4. Volchikhin V. I., Ivanov A. I., Serikov A. V., Serikova Yu. I. Quantum superposition of the discrete spectrum of states of a mathematical correlation molecule status for small samples of biometric data. *Vestnik Mordovskogo universiteta = Mordovia University Bulletin*. 2017; 27(2):230–243. Available at: <http://vestnik.mrsu.ru/content/pdf/17-2/07.pdf> (In Russ.)
5. Volchikhin V. I., Ivanov A. I., Serikov A. V., Serikov Y. I. Using the effects of quantum superposition of the regularization of the standard deviation calculation on small samples of biometric data. *Izmereniye. Monitoring. Upravleniye. Kontrol = Measurement. Monitoring. Management. Control*. 2017; 1:57–63. Available at: <http://imuk.pnzgu.ru/files/imuk.pnzgu.ru/08117.pdf> (In Russ.)
6. Juels A., Wattenberg M. A fuzzy commitment scheme. *Proc. ACM Conf. Computer and Communications Security*. 2013; 9:28–36. Available at: <http://www.arjuels.com/wp-content/uploads/2013/09/JW99.pdf>
7. Dodis Y., Reyzin L., Smith A. Fuzzy extractors: how to generate strong keys from biometrics and other noisy. *Eurocrypt*. 2004; 523–540. Available at: <https://eprint.iacr.org/2003/235.pdf>
8. Hao F., Anderson R., Daugman J. Crypto with biometrics effectively. *IEEE Transactions on Computers*. 2006; 55(9). DOI: 10.1.1.727.4334
9. Ushmayev O. V., Kuznetsov V. V. Protected verification algorithms based on binary representation of fingerprint topology. *Informatika i ee primeneniya = Informatics and its applications*. 2012; 6(1):132–140. Available at: http://www.ipiran.ru/journal/issues/2012_06_01 (In Russ.)
10. Chmorra A. L. Masking a key using biometrics. *Problemy peredachi informatsii = Problems of Information Transfer*. 2011; 2(47):128–143. Available at: <http://www.mathnet.ru/links/82a00f759a28c473971e712adecd76c4/ppi2049.pdf> (In Russ.)

Submitted 06.09.2017; revised 16.10.2017; published online 19.12.2017

About the authors:

Vladimir I. Volchikhin, President of Penza State University (40 Krasnaya St., Penza 444000, Russia), Dr.Sci. (Engineering), Professor, **ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9986-531X>**, vvi@pnzgu.ru

Alexander I. Ivanov, Head of Biometric and Neuronal Nets Technology Laboratory, Penza Scientific Research Electrotechnical Institute (9 Sovetskaya St., Penza 440026, Russia) Dr.Sci. (Engineering), Associate Professor, **ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3854-2660>**, ivan@pniei.penza.ru

Contribution of the co-authors:

V. I. Volchikhin: scientific management of modernization of the quantum mechanical computational paradigm; A. I. Ivanov: neural network biometry-code conversion, testing of large artificial neural networks.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.



Математическая модель нестационарного процесса компрессионного формования пластин из гранулята термопластичных композитов

В. Н. Водяков, А. М. Кузьмин*, В. В. Кузнецов
ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Россия)

*kuzmin.a.m@yandex.ru

Введение. Математическое моделирование позволяет, минуя дорогостоящие и длительные эксперименты, назначить оптимальные параметры процесса компрессионного формования пластин и рассчитать размеры пресс-формы, обеспечивающие требуемую точность отпрессовки. Недостатками известных моделей являются допущения об изотермичности процесса, независимости теплофизических коэффициентов от температуры. В моделях не учтена зависимость давления в полости пресс-формы от истечения избытка расплава, не поставлена задача расчета размеров формующей полости при заданных размерах пластины. Известные модели не дают полного описания всех стадий процесса. Целью настоящего исследования является разработка математической модели компрессионного формования пластин из гранулята высоконаполненных термопластичных композитов, не содержащей указанных недостатков.

Материалы и методы. В статье на основе анализа особенностей процесса компрессионного формования пластин из гранулята термопластичных полимерных композитов предлагается нестационарная математическая модель, учитывающая изменение физических состояний и зависимость теплофизических характеристик композитов от температуры. Данная модель базируется на известных уравнениях теплофизики и механики сплошной среды.

Результаты исследования. Для трех стадий процесса определены начальные и граничные условия, реологические уравнения, системы уравнений материального, теплового и силового баланса, определены задачи расчета. В связи с тем, что полученная система уравнений не имеет аналитического решения, была разработана программа итерационного численного расчета. Сходимость с коэффициентом корреляции 0,976 экспериментальных и теоретических результатов подтверждает адекватность разработанной математической модели и программы расчета.

Обсуждение и заключения. Разработанная математическая модель и программа расчета позволяют исходя из конструкции пресс-формы, требуемых геометрических размеров пластины, температурных функций реологических и теплофизических характеристик композиции рассчитать размеры формующей полости, массу исходного гранулята, технологические потери, а также временные функции давления и температуры, усилие прессования и длительность процесса по стадиям. Это позволяет снизить финансовые и временные затраты при производстве новых изделий и при анализе причин брака на существующем производстве.

Ключевые слова: компрессионное формование, пластина, термопластичный композит, математическая модель, теплофизические характеристики, реологические характеристики

Для цитирования: Водяков В. Н., Кузьмин А. М., Кузнецов В. В. Математическая модель нестационарного процесса компрессионного формования пластин из гранулята термопластичных композитов // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 4. С. 530–545. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.530-545



A Mathematical Model for the Non-Stationary Process of Compression Molding of Plates from Granulate of Thermoplastic Composites

V. N. Vodyakov, A. M. Kuzmin*, V. V. Kuznetsov

National Research Mordovia State University (Saransk, Russia)

*kuzmin.a.m@yandex.ru

Introduction. Mathematical modeling allows assigning optimal parameters for the process of compression molding of plates and calculating the dimensions of the mold without costly and long-term experiments. The options ensure the required precision of pressing. The disadvantages of the known models are the assumptions about the process isothermicity and independence of the thermal-physical coefficients from temperature. The models do not take into account the dependence of the pressure in the cavity of the mold on the excess of the melt; the problem of calculating the dimensions of the mold cavity for given plate dimensions is not posed. The known models do not give a complete description of all stages of the process. The aim of this paper is to develop a perfect mathematical model without limitations for the compression molding of plates from a granulate of highly filled thermoplastic composites.

Materials and Methods. The paper proposes a non-stationary mathematical model. The model takes into account the presence of physical states transitions and dependence of the thermophysical characteristics of composites on temperature. The model is based on the known equations of thermal physics and continuum mechanics.

Results. Initial and boundary conditions, rheological equations, systems of equations for the material, thermal, and power balance are determined for three stages of the process. The calculation problems are determined too. A program of iterative numerical calculation has been developed because of the resulting system of equations has no analytical solution. A convergence of experimental and theoretical results with the correlation coefficient confirms the adequacy of the developed mathematical model and the calculation program.

Discussion and Conclusions. The results of the study allow calculating the dimensions of the mold cavity, the initial granulate required mass, technological losses, the time functions of pressure and temperature, the pressing force and the duration of the process. It promotes to reduce financial and time costs in manufacturing new products. The findings of this study have an important implication for analyzing the defect causes in production.

Keywords: compression molding, plate, thermoplastic composite, mathematical model, thermophysical characteristics, rheological characteristics

For citation: Vodyakov V. N., Kuzmin A. M., Kuznetsov V. V. Mathematical Model for the Non-Stationary Process of Compression Molding Plates from Granulate of Thermoplastic Composites. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2017: 27(4):530–545. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.530-545

Введение

Одним из традиционных методов переработки высоконаполненных полимерных композиций является компрессионное формование^{1,2}, заключающееся в пластической деформации материала при действии на него температуры и давления и последующей фиксации

формы изделия. Метод широко применяется также при переработке композиционных материалов с металлической и керамической матрицей.

С точки зрения технологии компрессионного формования, надежность полимерного изделия в эксплуатации определяется прежде всего

¹ Производство изделий из полимерных материалов : учеб. пособие / В. К. Крыжановский [и др.]. СПб. : Профессия, 2008. 464 с.

² Современные технологии получения и переработки полимерных и композиционных материалов : учеб. пособие / В. Е. Галыгин [и др.]. Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ГПТУ», 2012. 180 с.

однородностью его структуры и значениями физико-механических характеристик, а также точностью размеров, которые, в свою очередь, зависят от величины усадки полимера, конструкции пресс-формы, соотношения масс детали и заготовки, геометрии последней и технологических параметров ведения процесса (температуры и длительности нагрева заготовки и охлаждения сформованного изделия, давления формования и др.). Это определяет необходимость развития теории процессов компрессионного формования, в частности, из гранулята термопластичных композитов.

Целью исследования является разработка математической модели компрессионного формования плит из гранулята высоконаполненных термопластичных композитов, позволяющей на стадии проектирования технологического процесса и формующей оснастки рассчитывать комплекс оптимальных параметров, обеспечивающих получение высококачественных изделий.

Обзор литературы

Ранее в научных работах [1–2] были предложены неизотермические и нестационарные математические модели компрессионного формования эластомерных композиций с реологическими свойствами, описываемыми степенной зависимостью. При разработке данных моделей были приняты допущения о соответствии размеров сплошной заготовки размерам формующей полости и независимости теплофизических характеристик композиции от температуры. Модель позволяет рассчитать методом конечных элементов изменение температуры композиции и давления в полости пресс-формы в течение времени формования, учитывает истечение избытка расплава в облой вследствие температурного расширения.

В работе [3] приводится более совершенная модель компрессионного формования, позволяющая рассчитывать методом конечных элементов параметры процесса при произвольной конфигурации упруговязкой сплошной заготовки с реологическим поведением, описываемым моделью А. И. Леонова [4]. Недостатком модели является допущение о независимости теплофизических характеристик композиции от температуры.

В работах [5–6] предложена математическая модель объемного прессования плит из дисперсной термопластичной заготовки, реологические свойства которой описываются моделью упруго-пластичного тела. Для расчета теплопроводности использована теория обобщенной проводимости Г. Н. Дульнева³. Модель позволяет описать стадии сжатия пористой заготовки, ее нагрева и охлаждения сформованной плиты. Однако в цитируемых работах отсутствуют сведения о методе реализации модели, включающей более 30 уравнений, и проверке ее адекватности.

В ранних работах Б. Д. Руденко [7–8] исследовано влияние содержания полимерного связующего, а также вида и влажности древесного наполнителя на упруго-прочностные характеристики древесно-полимерных плит, получаемых методом компрессионного формования. К недостаткам работы следует отнести отсутствие сведений о влиянии технологических параметров формования (температуры, давления и длительности процесса) на указанные характеристики.

В более поздних работах указанного автора [9–11] поставлена задача построения математической модели процесса компрессионного формования древесно-полимерных плит, которая основывается на уравнениях переноса

³ Дульнев Г. Н., Новиков В. В. Процессы переноса в неоднородных средах. Л.: Энергоатомиздат, 1991. 248 с.



энергии в композиционном материале, отверждения полимерной матрицы и термовязкоупругости. Достоинством работы [12] является то, что в ней сформулирован критерий завершения процесса прессования, в качестве которого выбрана энергия деформирования при прессовании. Недостаток – отсутствие описания методов реализации предлагаемой модели и проверки ее адекватности.

В работе [13] сформулированы общие подходы к решению задачи построения корректной математической модели плоского горячего прессования композиционных материалов на древесных наполнителях. Отмечается, что адекватная математическая модель должна содержать уравнения, описывающие изменение в течение прессования давления, температуры, степени отверждения связующего, влажности, плотности, коэффициентов теплопроводности, теплоемкости и проницаемости наполнителя. Подчеркивается важность установления условий формирования адгезионной и когезионной прочности композита в процессе прессования. При этом в работе отсутствуют данные об используемом в модели реологическом уравнении и методах решения предлагаемой системы уравнений.

Основная задача, которой посвящена работа [14], состоит в методике определения реологического уравнения для описания деформационного поведения древесно-стружечных плит на основе экспериментальных данных и теоретических расчетов. Предполагается, что в любой момент времени общая деформация является суммой четырех составляющих – упругой, вязкой или упруго запаздывающей, остаточной и температурно-влажностной. Приводится система урав-

нений, количественно описывающих реологические свойства древесного композита.

В работе [15] построена изотермическая конечно-элементная модель прессования (твердофазного формования) высоконаполненных полимерных систем при температуре ниже температуры плавления. Авторами показана возможность использования для описания реологического поведения подобных систем степенного уравнения Оствальда. Из анализа кривых формования следует, что твердофазное компрессионное прессование высоконаполненных полимерных композиций представляет собой сложный процесс комбинации течения и уплотнения наполненного материала.

Таким образом, общим недостатком процитированных работ является отсутствие сведений о методах реализации разработанных математических моделей и проверки их адекватности. Кроме того, в моделях не учтена зависимость давления в полости пресс-формы от истечения избытка расплава в облой, не поставлена задача расчета размеров формирующей полости при заданных размерах изделия с учетом компрессионной и термической составляющих его усадки. Перечисленные модели также не содержат полного описания всех стадий процесса.

Материалы и методы

В представленной математической модели для решения задачи построения нестационарного температурного поля в плитах пресс-формы и формируемом полимерном композите, характеризующемся изменением физических состояний и зависимостью коэффициента температуропроводности от температуры, использовано решение А. В. Лыкова⁴ для задачи нагрева (охлаждения) полуограниченной пластины из мате-

⁴ Лыков А. В. Теория теплопроводности. М. : Высшая школа, 1967. 600 с.

риала с постоянными теплофизическими коэффициентами при переносе тепла теплопроводностью. Для учета температурной зависимости теплофизических коэффициентов полимерного композита разработана итерационная процедура, реализованная в программе Simulation Molding Plates⁵. Для расчета температурных функций теплофизических коэффициентов композитов, состоящих из полимерной матрицы, наполнителей и модификаторов с известными коэффициентами, использована теория Г. Н. Дульнева. Для описания изменения давления в полости пресс-формы на стадиях нагрева композиции и охлаждения готового изделия использовано модифицированное уравнение Ван-дер Ваальса⁶.

Результаты исследования

Анализ экспериментальных результатов показывает, что процесс компрессионного формования пластин из гранулята композиционных материалов в пресс-форме закрытого типа (рис. 1) является нестационарным и неизотермическим и может быть разделен на три принципиально различающиеся стадии.

На *первой стадии* (сжатия гранулята длительностью t_1) навеска гранулята с начальной температурой T и массой на 3–5 % большей массы формируемой пластины засыпается в полость раскрытой пресс-формы, предварительно нагретой до температуры формования $T_{\text{ф}} = (1,10\text{--}1,20) T_{\text{вт}}$, где $T_{\text{вт}}$ – температура прехода формируемого материала

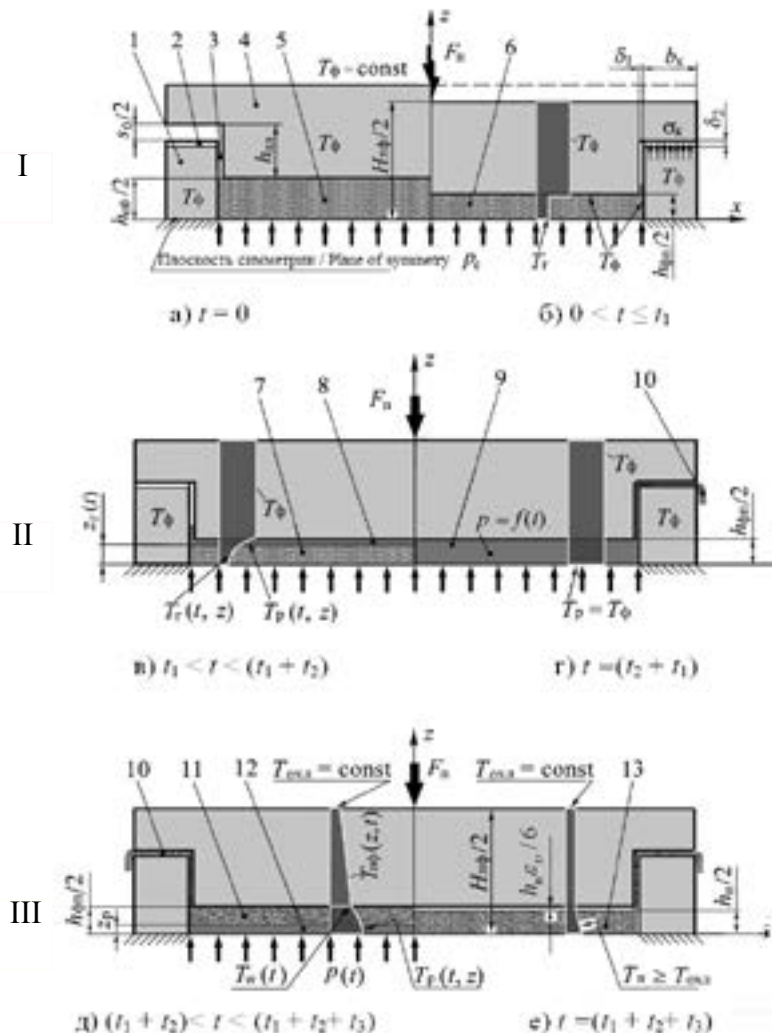
в вязкотекучее состояние. Гранулят из-за порозности занимает в пресс-форме высоту $h_{\text{п0}}$ (рис. 1, а). В момент времени $t = 0$ к плунжеру 4 прикладывается усилие прессования $F_{\text{п}}$, приводящее к замыканию пресс-формы с созданием напряжений σ на контактных площадках и уплотнению гранулята при давлении $p_{\text{с}}$. При этом воздух из пресс-формы отжимается через каналы 2 и зазор 3 в атмосферу, а контактирующая с пресс-формой поверхность гранулята принимает температуру пресс-формы $T_{\text{ф}}$. Стадия заканчивается в момент $t = t_1$, когда значение порозности гранулята ε становится равным 0 (рис. 1, б).

На начальном этапе *второй стадии* (нагрева и формования расплава длительностью t_2) до момента $t < (t_1 + t_2)$ происходит нагрев гранулята со скоростью, определяемой величиной коэффициента теплопроводности сжатого гранулята $a_3(T)$, с образованием переменного температурного поля $T_3(t, z)$.

При достижении температуры $T_{\text{вт}}$ фазового перехода композиции в вязкотекучее состояние в областях, прилегающих к поверхностям плунжера и матрицы, начинается образование расплава 8 (рис. 1, в). С течением времени нагрева происходят перемещение фронта расплава, определяемого координатой $z_{\text{г}}(t)$, и снижение толщины гранулята. В момент времени $t < (t_2 + t_1)$ весь объем гранулята переходит в расплавленное состояние.

⁵ Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2016616976. Программа расчета нестационарного процесса компрессионного формования изделий из гранулята полимерных материалов «Simulation molding plates». / В. Н. Водяков, В. В. Кузнецов, А. М. Кузьмин; заявитель и правообладатель ФГБОУ ВПО «МГУ им. Н.П. Огарева». № 2016612739; заявл. 29.03.2016; опубл. 22.06.2016. Реестр программ для ЭВМ. 1 с.

⁶ Водяков В. Н. Математическое моделирование процессов формирования и нагружения эластомерных уплотнителей автотракторной техники. Саранск : Изд-во Мордов. ун-та, 2005. 216 с.



Р и с. 1. Расчетные схемы и температурные профили по стадиям процесса компрессионного формования пластин из гранулята термопластичных композитов: *I* – начальный (а) и конечный (б) этапы стадии сжатия гранулята; *II* – начальный (в) и конечный (г) этапы стадии формования расплава; *III* – промежуточный (д) и конечный (е) этапы стадии охлаждения расплава; позиции схемы: 1 – матрица; 2 – каналы для отвода воздуха и избытка расплава; 3 – зазор между плунжером и матрицей; 4 – плунжер; 5, 6 – гранулят до и после сжатия; 7 – зона нагретого гранулята; 8 – расплав композита; 9 – сформованный расплав; 10 – облой (грат); 11 – застекловавшаяся часть расплава; 12 – остаточная часть расплава; 13 – сформованное изделие (пластина)

Fig. 1. Calculation outlines and temperature profiles for the stages of the process compression molding of plates from the granulate of thermoplastic composites: *I* – initial (a) and final (b) stages of the compression granulate; *II* – initial (c) and final (d) stages of the melt spinning stage; *III* – intermediate (e) and final (e) stages of the melt cooling phase; position of the outline: 1 – matrix; 2 – ducts for exhausting air and foraging the melt; 3 – backlash between a plunger and a matrix; 4 – plunger; 5, 6 – granulate before and after compression; 7 – zone of heated granulate; 8 – composite melt; 9 – molded melt; 10 – flash (grat); 11 – glazed part of the melt; 12 – residual part of the melt; 13 – a molded plate

Вследствие температурного расширения часть расплава с остатками воздушных включений при давлении $p(t)$ вытекает наружу через зазор 3 и щелевые каналы 2, образуя облой (грат) 10, подлежащий удалению при обработке пластины.

Стадия заканчивается в момент $t = (t_2 + t_1)$, отвечающий достижению в плоскости симметрии расплава температуры $(T_p)_{z=0} \geq 0,97T_{\phi}$. Величина конечного давления p_k в полости пресс-формы определяется величиной гидродинамического сопротивления каналов 2 и 3 истечению избытка расплава.

На *третьей стадии* (охлаждения сформованного расплава длительно-стью t_3) пресс-форма устанавливается между плитами охладителя и сжимается усилием F_n , верхняя плоскость пуансона принимает при этом температуру $T_{\text{охл}}$.

В течение времени охлаждения текущая температура плунжера и матрицы пресс-формы изменяется в диапазоне $T_{\text{охл}} \leq T_{\text{нф}}(z, t) \leq T_{\phi}$. При снижении температуры пресс-формы до температуры стеклования расплава $T_{\text{ст}}$ в момент времени $t > (t_1 + t_2)$ слои, прилегающие к плоскостям матрицы и плунжера, переходят в стеклообразное (рис. 1, д). При этом давление в полости пресс-формы в течение времени охлаждения также непрерывно снижается по некоторому закону $p(t)$.

Стадия заканчивается в момент времени $t = (t_1 + t_2 + t_3)$ (рис. 1, е), отвечающий переходу всего объема расплава в стеклообразное состояние и снижению температуры в плоскости симметрии до температуры $(T_n)_{z=0} \leq 1,5 T_{\text{охл}}$, исключающей температурную деформацию (коробление) сформованного изделия. Толщина h_n и другие размеры изделия определяются значением линейной усадки, зависящей от разности температурных коэффициентов линейного расширения металла пресс-формы и композита, температур

T_{ϕ} и T_n , значений давления формования p_{ϕ} и объемного модуля упругости расплава.

При описании *первой стадии* можно пренебречь нагревом композиции из-за кратковременности процесса. Задачами расчета являются определение: требуемого давления сжатия гранулята p_c ; массы гранулята m_g для формования пластины заданных размеров $A \times h_n$ (A_n – площадь изделия (пластины), h_n – его высота); объема полости пресс-формы V_{n0} под навеску гранулята; размеров формующей полости с учетом усадки пластины после охлаждения; хода плунжера S_0 .

Стадия протекает при усилии (Н):

$$F_n \approx 1,2 p_{2\text{max}} S_{\text{фп}}, \quad (1)$$

где $p_{2\text{max}}$ – максимальное давление в формующей полости на второй стадии процесса, Па; $S_{\text{фп}}$ – площадь формующей полости, м²; 1,2 – коэффициент запаса по усилию пресса.

В соответствии с полученными экспериментальными результатами для древесно-полимерных композитов различного состава давление, при котором достигается нулевое значение порозности в объеме гранулята, может быть описано с коэффициентом корреляции не ниже 0,98 формулой:

$$p_c = p_0 - k_T T_g \text{ [МПа]}, \quad (2)$$

где T_g – начальная температура гранулята, °С; p_0 – значение давления при $T_g = 0$; k_T – коэффициент, отражающий влияние температуры на деформируемость гранулята, МПа/°С.

Масса гранулята при известных размерах формующей полости пресс-формы может быть вычислена по следующей формуле:

$$m_g = (V_{\text{фп}} + V_{\text{об}})[1 - \bar{\varepsilon}_0] \rho(T) = \frac{V_{\text{фп}}}{v_{2K}(p_{2K}, \bar{T}_{2K})} = \frac{S_{\text{фп}} h_{\text{фп}}}{v_{2K}(p_{2K}, \bar{T}_{2K})} \text{ [кг]}, \quad (3)$$



где $V_{\text{фп}}$ – объем формующей полости (сомкнутой пресс-формы, рис 1, б), м^3 ; $V_{\text{об}}$ – объем облоя, м^3 ; ε_0 – начальная порозность гранулята; $\rho(T)$ – плотность гранулята, $\text{кг}/\text{м}^3$; $v_{2\text{К}}(p_{2\text{К}}, \bar{T}_{2\text{К}})$ – удельный объем расплава и облоя в конце второй стадии процесса, $\text{м}^3/\text{кг}$; $p_{2\text{К}}, \bar{T}_{2\text{К}}$ – давление (Па) и среднеинтегральная температура ($^{\circ}\text{C}$) расплава в конце второй стадии; $h_{\text{фп}}$ – высота формующей полости, м.

Удельный объем расплава и облоя, исходя из модифицированного уравнения Ван-дер Ваальса⁶:

$$v_{2\text{К}}(p_{2\text{К}}, \bar{T}_{2\text{К}}) = \rho^{-1} = \frac{1}{\rho_0} + \frac{R}{M} \left(\frac{273 + \bar{T}_{2\text{К}}}{p_{2\text{К}} + \alpha} - \frac{T_0}{\alpha} \right). \quad (4)$$

где $T_0 = 293$ – температура приведения, К; ρ_0 – плотность композита при температуре T_0 , $\text{кг}/\text{м}^3$; $R = 8,314$ – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль К); $M(\text{кг}/\text{моль})$, $\alpha(\text{Па})$ – константы уравнения Ван-дер Ваальса, подлежащие экспериментальному определению.

Среднеинтегральная температура расплава в конце второй стадии ($^{\circ}\text{C}$):

$$\bar{T}_{2\text{К}} = \frac{2}{h_{\text{фп}}} \int_0^{h_{\text{фп}}/2} T(z, t_2) dz. \quad (5)$$

Высота полости пресс-формы под навеску гранулята (рис. 1, а) с учетом его начальной среднеинтегральной порозности $\bar{\varepsilon}_0$ при пренебрежении тепловым расширением металла может быть вычислен по следующей формуле:

$$h_{\text{п0}} = \frac{m_{\text{г}} v_1}{(1 - \bar{\varepsilon}_0) S_{\text{фп}}} = \frac{m_{\text{г}}}{(1 - \bar{\varepsilon}_0) S_{\text{фп}}} \cdot \left[\frac{1}{\rho_0} + \frac{R}{M\alpha} [(273 + T_{\text{г}}) - T_0] \right], \quad (6)$$

где $v_1 = v(p = 0, \bar{T}_{\text{г}})$ – удельный объем композита при температуре $\bar{T}_{\text{г}}$ и отсутствии давления.

Ход плунжера пресс-формы (рис. 1, а–б):

$$S_0 = h_{\text{п0}} - h_{\text{фп}}. \quad (7)$$

При известных размерах формуемой пластины при температуре 20°C (рис. 1, е) – толщине h_u и площади $A_u = l_x \times l_y$ (l_x – длина по оси x , l_y – длина по оси y) размеры формующей полости пресс-формы с учетом усадки пластины могут быть определены исходя из деформации массива.

Объемная деформация формуемого изотропного массива исходя из выражения (4) будет равна

$$\begin{aligned} \varepsilon_v &\cong \frac{v_{2\text{К}} - v_{3\text{К}}}{v_{3\text{К}}} = \\ &= \frac{R\bar{T}_{2\text{К}}}{Mv_{3\text{К}}(\alpha + p_{2\text{К}})} - \\ &- \frac{R\bar{T}_{3\text{К}}}{M\alpha v_{3\text{К}}} \cong \frac{R\rho_0}{M} \left(\frac{273 + \bar{T}_{2\text{К}}}{\alpha + p_{2\text{К}}} - \frac{273 + \bar{T}_u}{\alpha} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

где $v_{3\text{К}} \cong v_0 = 1/\rho_0$ – удельный объем изделия (пластины) в конце третьей стадии, $\text{м}^3/\text{кг}$; $\bar{T}_{3\text{К}} = \bar{T}_u \cong T_0$ – среднеинтегральная температура изделия в конце третьей стадии, К.

На начальном этапе расчета в первом приближении можно принять:

$$\varepsilon_v \approx \frac{R\rho_0}{M} \left(\frac{273 + T_{\text{ф}}}{\alpha + p_c} - \frac{273 + T_0}{\alpha} \right). \quad (9)$$

Малые линейные деформации по координатным осям:

$$\varepsilon_v \approx \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z, \quad \varepsilon_i = \varepsilon_v / 3. \quad (10)$$

Размеры формующей полости пресс-формы в первом приближении:

$$\begin{aligned}h_{\Phi\P} &\cong (1 + \varepsilon_v / 3) h_u; \\l_{\Phi\Px} &\cong (1 + \varepsilon_v / 3) l_x; \\l_{\Phi\Py} &\cong (1 + \varepsilon_v / 3) l_y; \\S_{\Phi\P} &\cong (1 + \varepsilon_v / 3)^2 l_x l_y; \\V_{\Phi\P} &\cong (1 + \varepsilon_v / 3)^3 l_x l_y h_u,\end{aligned}\quad (11)$$

где $l_{\Phi\Px}$, $l_{\Phi\Py}$ – размеры формирующей полости в плоскости xu , y .

Задачами расчета *второй стадии* являются определение функций температурного поля $T_p(z, t)$, давления расплава $p_D(t)$ и длительности стадии t_2 , а также уточнение размеров формирующей полости по формулам (8–11).

Для принятой расчетной схемы формирования пластины, у которой размеры в плоскости xu существенно больше толщины, тепловой поток может быть одномерным. Пренебрегая диссипативными тепловыделениями из-за относительно малых значений скорости нагружения и давления формирования, уравнение теплового баланса можно представить в виде следующего нелинейного уравнения, в котором зависимость теплофизических коэффициентов композиции от времени обусловлена изменением как температуры, так и физического состояния (образованием расплава)⁷:

$$\begin{aligned}\rho(T, t) c_p(T, t) \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = \\= \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(T, t) \frac{\partial T}{\partial z} \right),\end{aligned}\quad (12)$$

где $\rho(T, t)$ – плотность среды, кг/м³; $c_p(T, t)$ – удельная теплоемкость, Дж/(кг·К); $T = f(z, t)$ – температура среды, К; $\lambda(T, t)$ – коэффициенты теплопроводности, Вт/(м·К).

Граничные и начальные условия согласно рис. 1, в–г:

$$\begin{aligned}T(z, t = t_1) &= T_r; \\T_p(z = h_{\Pi} / 2, t) &= T_{\Phi} = \text{const}; \\T_p(z = 0, t = t_1 + t_2) &\geq 0,97 T_{\Phi}.\end{aligned}\quad (13)$$

Уравнение (12) не имеет аналитического решения.

Для плоской пластины с постоянным коэффициентом температуропроводности согласно А. В. Лыкову⁴ при переносе тепла теплопроводностью:

$$\begin{aligned}T_{\text{отн}} = \frac{T_{\Phi} - T(t, z)}{T_{\Phi} - T_r} = \\= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 2 \cdot (-1)^{i+1}}{(2i-1)\pi} \exp \left[- \left((2i-1) \frac{\pi}{2} \right)^2 Fo \right] \cdot \\ \cdot \cos \left[(2i-1) \frac{\pi z}{h_{\Phi\P}} \right],\end{aligned}\quad (14)$$

где $Fo = 4a(T)t / h_{\Phi\P}^2$ – число Фурье; $a(T)$ – коэффициент температуропроводности, м²/с; t – время, с; $h_{\Phi\P} / 2$ – толщина (рис. 1, г) прогреваемого (охлаждаемого) массива гранулята (расплава), м; $T(t, z)$ – текущая температура точки массива с координатой z , °С.

Из анализа, проведенного А. В. Лыковым следует, что выражение (14) представляет собой быстросходящийся ряд, причем кривая распределения температуры с погрешностью не выше 1–2 % может быть описана несколькими слагаемыми ряда.

Для расчета коэффициентов температуропроводности использована теория Г. Н. Дульнева³. Было установлено, что для термопластичных древесно-полимерных композитов на основе полиэтилена коэффициенты температуропроводности $a(T)$ сжатого гранулята (композита) и расплава $a_p(T)$ описываются с коэффициентом корреляции не ниже 0,98 полиномами (15) и (16):

$$a(T) = A_3 T^3 + A_2 T^2 + A_1 T + A_0, \quad (15)$$

$$a_p(T) = A_{p3} T^3 + A_{p2} T^2 + A_{p1} T + A_{p0}. \quad (16)$$

Из-за температурного расширения избыток расплава из сомкнутой пресс-формы будет вытекать по каналам 3 и 2 из формирующей полости наружу,

⁷ Ильюшин А. А. Механика сплошной среды / А. А. Ильюшин. М. : Изд-во МГУ, 1990. 310 с.



снижая давление в последней. Для получения функции давления расплава $p_D(t)$ в формующей полости были приняты следующие допущения:

– гранулят и расплав полностью заполняют формующую полость пресс-формы, в связи с чем воздушные прослойки и градиенты давлений в нем отсутствуют на всем протяжении данной стадии;

– входовыми эффектами при течении расплава в щелевых каналах 3 и 2 можно пренебречь;

– истекают слои расплава, прилегающие к стенке пресс-формы с температурой T_Φ и функцией эффективной вязкости, отвечающей уравнению Оствальда:

$$\eta_s = k_0 (\dot{\gamma} / a_T)^{n-1} = k_0 a_T^{1-n} \dot{\gamma}^{n-1}, \quad (17)$$

где $k_0, \dot{\gamma}, n, T_0, a_T$ – реологические константы и функции для расплава;

– изменение давления описывается модифицированным уравнением Ван-дер Ваальса ⁶:

$$[p_2(t) + \alpha][v_2(T) - b] = R[273 + \bar{T}_2(t)] / M, \quad (18)$$

где b – константа уравнения, м³/кг;

– среднеинтегральная температура массива будет равна:

$$\bar{T}_2(t) = \frac{2}{h_{\Phi\Pi}} \int_0^{h_{\Phi\Pi}/2} T(z, t) dz; \quad (19)$$

– суммарные потери давления (перепад давлений) при истечении избытка расплава через плоскощелевые каналы 2 и 3:

$$p(t) = 2^{n+1} k_0 a_T^{1-n} \left(\frac{1+2n}{n} \right)^n Q^n \cdot \left[\Pi^{-n} \delta_1^{-(2n+1)} h_{\Pi\Lambda} + \Pi_\Sigma^{-n} \delta_2^{-(2n+1)} b_K \right], \quad (20)$$

где $Q = \dot{f}(t)$ – объемная скорость расплава при истечении, м³/с; Π и Π_Σ – соответственно периметр формующей

полости и суммарная ширина (в плоскости xy) каналов 2 (рис. 1, а– б), м; δ_1 и δ_2 – высота каналов 3 и 2, м; $h_{\Pi\Lambda}$ и b_K – длина каналов 3 и 2, м;

– скорость приращения объема расплава из-за роста температуры в полости пресс-формы определяется выражением:

$$Q_T = \frac{dV}{dt} = \frac{m_T dv_2}{dt} = \frac{V_{\Phi\Pi}}{v_1} \frac{dv_2}{dt}; \quad (21)$$

– удельный объем композита (сжатого гранулята) после первой стадии:

$$v_1 = \left[\frac{1}{\rho_0} + \frac{R}{M\alpha} (T_T - T_0) \right] = const; \quad (22)$$

– производная по времени удельного объема, исходя из уравнения (18):

$$\frac{dv_2}{dt} = \frac{R}{M[p_2(t) + \alpha]} \cdot \left[\frac{d\bar{T}_2(t)}{dt} - \frac{273 + \bar{T}_2(t)}{p_2(t) + \alpha} \frac{dp_2(t)}{dt} \right]. \quad (23)$$

Из условия сплошности потоков следует, что $Q = Q_T$. Объединяя выражения (20–23), получаем после преобразований следующее выражение для функции прироста давления к начальному давлению сжатия гранулята p_c :

$$dp(t) = \frac{[p(t) + \alpha]}{273 + \bar{T}_2(t)} \cdot \left[d\bar{T}_2(t) - \frac{[p(t)]^{1/n} [p(t) + \alpha]}{k_{\text{реол}}^{1/n} k_{\text{геом}}^{1/n} k_{\text{сж}}} dt \right], \quad (24)$$

где

$k_{\text{геом}} = (\Pi^{-n} \delta_1^{-(2n+1)} h_{\Pi\Lambda} + \Pi_\Sigma^{-n} \delta_2^{-(2n+1)} b_K)$ – характеристика геометрии пресс-формы; $k_{\text{сж}} = (V_{\Phi\Pi} / v_1)^n R / M$ – характеристика сжимаемости формуемой композиции; $k_{\text{реол}} = 2^{n+1} k_0 a_T^{1-n} [(1+2n)/n]^n$ – характеристика реологического поведения

композиции; $a_T = f(T) = B_4 T^4 + B_3 T^3 + B_2 T^2 + B_1 T + B_0$; – функция приведения эффективной вязкости; B_0, B_1, B_2, B_3, B_4 – коэффициенты полинома.

Длительность t_2 стадии будет равна:

$$t_2 = \sum_{i=1}^n \Delta t_i, \quad (25)$$

где Δt_i – временной шаг решения уравнения (14); n – количество временных шагов, при реализации которых достигается граничное условие $T_p(z=0, t=t_1+t_2) \geq 0,97 T_\Phi$.

Задача расчета третьей стадии – определение ее длительности t_3 .

Для температуры изделия в плоскости симметрии (рис. 1, д–е) при начальном условии $T(t_1+t_2+t_3, z=0) \leq T_{\text{охл}}$ справедливо выражение:

$$T_{\text{отн}} = \frac{T(t, z) - T_w(t)}{\bar{T}_2 - T_w(t)} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 2 \cdot (-1)^{i+1}}{(2i-1)\pi} \exp \left[- \left((2i-1) \frac{\pi}{2} \right)^2 Fo \right] \cdot \cos \left[(2i-1) \frac{\pi z}{h_{\text{ФП}}} \right], \quad (26)$$

где $T_w(t)$ – текущая температура поверхности изделия, равная температуре нижней плоскости плунжера; \bar{T}_2 – среднеинтегральная температура расплава в конце второй стадии.

Температуру $T_w(t) = T_{\text{ПФ}}(t, z = h_{\text{ФП}}/2)$ нижней плоскости плунжера пресс-формы можно определить из уравнения, описывающего распределение температур в пресс-форме на стадии охлаждения:

$$T_{\text{отн}} = \frac{T_w(t) - T_{\text{охла}}}{T_\Phi - T_{\text{охла}}} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 2 \cdot (-1)^{i+1}}{(2i-1)\pi} \exp \left[- \left((2i-1) \frac{\pi}{2} \right)^2 Fo \right] \cdot \cos \left[(2i-1) \frac{\pi h_{\text{ФП}}/2}{H_{\text{ПФ}}} \right] \quad (27)$$

где $Fo = 4at / H_{\text{ПФ}}^2$ – число Фурье; a – среднее значение коэффициента температуропроводности пресс-формы в диапазоне температур 20–160 °С, м²/с; $H_{\text{ПФ}}$ – высота (толщина) пресс-формы, м. Граничные и начальные условия для третьей стадии (рис. 1, д–е):

$$T(z, t_1 + t_2) = T_\Phi;$$

$$T(z = H_{\text{ПФ}}/2, t \geq t_1 + t_2) = T_{\text{охл}} = \text{const}; \quad (28)$$

$$T(z = h_{\text{ФП}}/2, t \geq t_1 + t_2) = T_w(t),$$

где T_Φ – температура пресс-формы до начала охлаждения, равная температуре формования °С; $T_{\text{охл}}$ – температура верхней плоскости пресс-формы на стадии охлаждения, °С.

Длительность стадии t_3 будет равна

$$t_3 = \sum_{i=1}^n \Delta t_i, \quad (29)$$

где Δt_i – временной шаг решения; n – количество временных шагов, при реализации которых достигается выполнение условия $T(t_1+t_2+t_3, z=0) \leq T_{\text{охл}}$.

В связи с тем, что система полученных уравнений не может быть решена аналитически, был разработан численный метод решения, реализованный в программе Simulation Molding Plates⁹.

Проверка адекватности математической модели и программы расчета была проведена применительно к расчету процесса формования пластины из гранулята полиолефинового композита⁸ при следующих значениях параметров и характеристик:

1) *общие параметры*: температура перехода в вязкотекучее состояние $T_{\text{вт}} = 140^\circ\text{C}$; начальная температура гранулята $T_{\text{г}} = 50^\circ\text{C}$; исходная порозность $\varepsilon_0 = 0,464$; число сечений по толщине сжатого гранулята $n_{\text{г}} = 11$;

2) *геометрические параметры пресс-формы и пластины*: $\delta_1 = 10^{-4}$ м;

⁸ Пат. 2569544 РФ МПК C08L23/06 (2006.01). Полимерная композиция / В. Н. Водяков, А. М. Кузьмин, В. В. Кузнецов, Т. В. Ошина; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «МГУ им. Н. П. Огарева». – 2014128742/05; заявл. 11.07.2014, опубл. 27.11.2015.



$\delta_2 = 10^{-4}$ м; $b_k = 0,025$ м; $h_{пл} = 0,05$ м; $H_{пф} = 0,1$ м; $\Pi = 1,030$ м; $\Pi_\Sigma = 0,100$ м; $l_x = 0,3$ м; $l_y = 0,13$ м; $h_n = 0,01$ м;

3) *теплофизические характеристики композита и пресс-формы*⁹: $A_0 = 1,88 \cdot 10^{-7}$; $A_1 = 7,12 \cdot 10^{-10}$; $A_2 = -1,18 \cdot 10^{-11}$; $A_3 = 0$; $A_{p0} = -8,73 \cdot 10^{-7}$; $A_{p1} = 9,37 \cdot 10^{-9}$; $A_{p2} = -1,91 \cdot 10^{-11}$; $A_{p3} = 0$; $a = 1,22 \cdot 10^{-7}$ м²/с⁹;

4) *реологические характеристики*: $B_0 = 412,10$; $B_1 = -8,97$; $B_2 = 7,23 \cdot 10^{-2}$; $B_3 = -2,61 \cdot 10^{-4}$; $B_4 = 3,52 \cdot 10^{-7}$; $k_0 = 312238$ Па·сⁿ; $n = 0,25$; $T_{op} = 150^\circ\text{C}$; $M = 0,0169$ кг/моль; $\alpha = 432 \cdot 10^6$ Па; $\rho_0 = 1163$ кг/м³; $T_0 = 293\text{K}$.

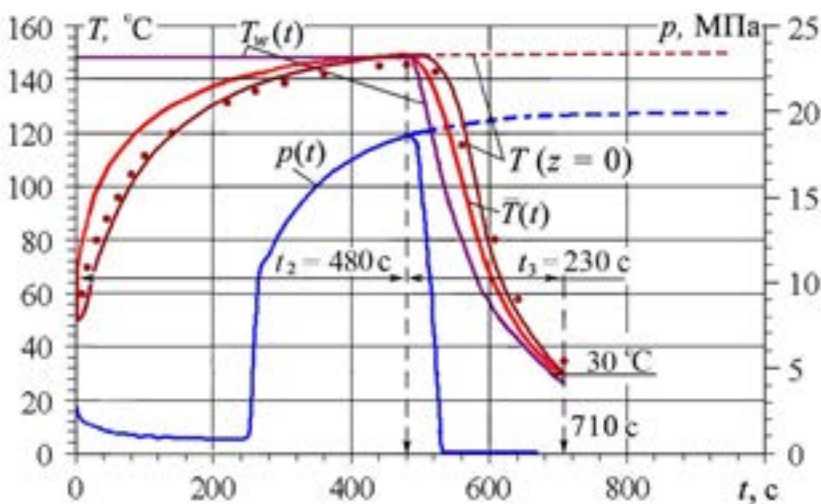
5) *стадии нагрева и охлаждения*: $T_{\text{ф}} = 150^\circ\text{C}$, $T_{\text{охл}} = 20^\circ\text{C}$.

6) *рассчитанные параметры*: масса пластины $m_n = 0,378$ кг; масса гранулята $m_r = 0,382$ кг; $p_{2c} = 3,3$ МПа; $t_2 = 480$ с; $t_3 = 230$ с; $F_n = 845$ кН; $h_{\text{фп}} = 10,56$ мм; $h_{\text{п0}} = 17,7$ мм; $l_{\text{фпх}} = 316,8$ мм; $l_{\text{фпу}} = 137,3$ мм.

В соответствии с методикой эксперимента плиты пресса и пресс-форма были нагреты до температуры 150°C . Далее в пресс-форму была установлена предварительно сформованная пластина из полиолефинового композита.

В горизонтальной плоскости симметрии вдоль ширины пластины было просверлено отверстие диаметром 3 мм, длиной 65 мм. Соосно ему в матрице пресс-формы было выполнено такое же отверстие. В них был размещен датчик электронного термометра ЛТИ-Н (погрешность измерения $\pm(0,3+0,005T)$). В течение времени нагрева и охлаждения пресс-формы секундомером измерялось время и фиксировалась температура в центре пластины.

Полученные экспериментальная и расчетная кривые изменения температур массива и пресс-формы представлены на рис. 2.



Р и с. 2. Изменение значений температур $T(t)$ и давления $p(t)$ в полости пресс-формы в течение второй (t_2) и третьей (t_3) стадий формирования массива: $T(z=0)$ – температура в плоскости симметрии; $\bar{T}(t)$ – среднее интегральное значение температуры; $T_w(t)$ – температура поверхности плунжера; точки – экспериментальные значения температуры в плоскости симметрии; пунктирные линии – изменение температуры $T(z=0)$ и давления $p(t)$ при увеличении длительности первой стадии

Fig. 2. Change of temperature values $T(t)$ and pressure $p(t)$ in the mold cavity during second (t_2) and third (t_3) stages of forming the array: $T(z=0)$ – temperature in the plane of symmetry; – mean integral temperature; $T_w(t)$ – surface temperature of the plunger; the points are the experimental values of the temperature in the plane of symmetry; the dotted lines are the temperature change $T(z=0)$ and pressure $p(t)$ with increasing duration of first stage

⁹ Чиркин В. С. Теплофизические свойства материалов. М. : Физматлитературы, 1959. 356 с.

Из графиков следует, что максимальное расхождение экспериментальной и теоретической кривых (до 15 %) имеет место на начальном и конечном участках кривой, что связано с быстрым изменением температуры и запаздыванием ее регистрации из-за инерционности прибора. В области выхода температур на стационарные значения (200–500 с) разница экспериментальных и расчетных значений не превышает 3 %. Коэффициент корреляции Пирсона R^2 , рассчитанный в программе MS Excel, составляет 0,976, что свидетельствует об адекватности математической модели и программы расчета.

Из кривой $p(t)$ (рис. 2) следует, что скорость изменения давления на стадии нагрева, начиная от момента времени ~ 70 с (отвечающего началу плавления поверхностного слоя композиции), отстает от скорости изменения температуры, а на стадии охлаждения наоборот опережает. Это объясняется уменьшением объема расплава в полости из-за истечения его избытка (4 г) в облой. Общая длительность процесса формования составляет 710 с.

Обсуждение и заключения

Прикладная технико-экономическая значимость разработанной ма-

тематической модели и программы расчета Simulation Molding Plates³ для российского и зарубежного сообщества заключается в том, что она позволяет адекватно моделировать процессы компрессионного формования тонкостенных изделий в виде пластин и фрагментов оболочек, что обеспечивает сокращение финансовых и трудовых затрат предприятий при освоении производства новых и улучшении качества серийных изделий.

Полученные результаты позволяют на стадии проектирования технологического процесса при известных значениях реологических и теплофизических характеристик формуемой композиции рассчитать и оптимизировать основные факторы, определяющие качество изделий: геометрические размеры формующей полости пресс-формы, обеспечивающие требуемые размеры изделия с учетом термической и компрессионной составляющих усадки композиции; общую длительность цикла формования; требуемое усилие пресса на трех стадиях процесса; его производительность при заданных значениях температур формования и охлаждения; величину технологических потерь, обусловленных истечением расплава в облой и др.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Mathematical model of the compression moulding of industrial rubber products in moulds with flash ridges / I. M. Kaler [et al.] // Int. Polym. Sci. and Technology. 1994. Vol. 21, № 7. P. T/71–T/75. URL: <https://www.tib.eu/en/search/id/BLSE%3AEN020828845/Mathematical-model-of-the-compression-moulding>
2. Mathematical model of compression moulding in moulds elastic forming elements / A. V. Vodyakov [et al.] // Int. Polym. Sci. and Technology. 1996. Vol. 23, № 5. P. T/33–T/36.
3. Vodyakov V. N. Finite Element Model of Compression Moulding of Elastomers // Int. Polym. Sci. and Technology. 2000. Vol. 27, № 8. P. T/32–T/37. URL: https://www.tib.eu/en/search/id/BLSE%3ARN014488996/Mathematical-model-of-compression-moulding-in-moulds/?tx_tibsearch_search%5Bsearchspace%5D=tn
4. Leonov A. I., Prokunin A. N. Nonlinear Phenomena in Flows of Viscoelastic Polymer Fluids // Chapman and Hall, New York. 1994. 475 p. URL: <http://www.springer.com/us/book/9780412582004>
5. Прокофьев Н. С. Математическая модель прессования композиционных материалов с заданными теплофизическими свойствами // Научные труды МГУЛ. 1997. Вып. 293. С. 14–23.
6. Прокофьев Н. С., Прокофьев Д. Н. Расчет режимов объемного прессования плит из термопластичных композиций // Лесной вестник. 1999. № 1. С. 143–151. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=9304381>



7. Руденко Б. Д., Микова Е. В. Формирование прочности древесно-полимерного композита // Актуальные проблемы лесного комплекса. 2008. № 2. С. 129–131. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22757994>
8. Руденко Б. Д. Влияние состава на формирование свойств плит из коры и вторичного полиэтилена // Лесной вестник. 2010. № 4. С. 151–155. URL: <https://vivliophica.com/articles/apsciences/446461/1>
9. Руденко Б. Д., Плотников С. М. Статистическое исследование режима плоского прессования плит ДПКТ // Актуальные проблемы лесного комплекса. 2011. № 29. С. 132–135. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22647532>
10. Руденко Б. Д., Плотников С. М. Математическая модель прессования плит на основе измельченной соломы и термопласта // Вестник КрасГАУ. 2012. № 5. С. 71–76. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17734680>
11. Руденко Б. Д., Плотников С. М., Изотов В. Т. Моделирование процесса плоского прессования плит из коры и термопластов // Актуальные проблемы лесного комплекса. 2012. № 32. С. 120–122. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22610993>
12. Абраменко Н. В., Руденко Б. Д. Математическая модель изготовления плит из коры и термопласта методом плоского прессования // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3, № 8-3. С. 156–159. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25726384>
13. Обливин А. Н., Лопатников М. В. Теоретические основы формирования композиционных материалов на древесных наполнителях // Лесной вестник. 2014. № 2. С. 103–108. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/teoreticheskie-osnovy-formovaniya-kompozitsionnyh-materialov-na-drevesnyh-napolnitelyah>
14. Тулузаков Д. В., Спирин Б. Л. Методика определения коэффициентов реологической модели ДСТП на этапе прессования // Лесной вестник. 2015. № 1. С. 31–39. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/metodika-opredeleniya-koeffitsientov-reologicheskoy-modeli-dstp-na-etape-pressovaniya>
15. Анализ процесса твердофазного компрессионного формирования высоконаполненных полимерных систем методом конечных элементов / С. С. Ившин [и др.] // Вестник технологического университета. 2016. Т. 19, № 20. С. 54–56. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=27348676>

Поступила 07.09.2017; принята к публикации 30.10.2017; опубликована онлайн 19.12.2017

Об авторах:

Водяков Владимир Николаевич, профессор кафедры механизации переработки сельскохозяйственной продукции, Институт механики и энергетики, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430904, Россия, г. Саранск, пос. Ялга, ул. Российская, д. 7), доктор технических наук, профессор, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-4687-1798>, vnvod@mail.ru

Кузьмин Антон Михайлович, старший преподаватель кафедры механизации переработки сельскохозяйственной продукции, Институт механики и энергетики, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430904, Россия, г. Саранск, пос. Ялга, ул. Российская, д. 7), кандидат технических наук, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-9371-8702>, kuzmin.a.m@yandex.ru

Кузнецов Вячеслав Викторович, доцент кафедры механизации переработки сельскохозяйственной продукции, Институт механики и энергетики, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430904, Россия, г. Саранск, пос. Ялга, ул. Российская, д. 7), кандидат технических наук, доцент, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-0401-0391>, imesrv@mail.ru

Вклад соавторов:

В. Н. Водяков: научное руководство, постановка задачи исследования, разработка математической модели и редактирование; А. М. Кузьмин: анализ литературных данных, разработка методик и проведение экспериментальных исследований; В. В. Кузнецов: разработка и отладка компьютерной программы решения задачи, коррекция математической модели и проведение вычислений.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

REFERENCES

1. Kaler I. M., Vodyakov V. N., Paramonov V. N., Kasankov Yu. V. Mathematical model of the compression moulding of industrial rubber products in moulds with flash ridges. *Int. Polym. Sci. and Technology*. 1994; 21(7):T/71–T/75. Available at: <http://www.tib.eu/en/search/id/BLSE%3AEN020828845/Mathematical-model-of-the-compression-moulding>
2. Vodyakov A. V., Vodyakov V. N., Paramonov V. N., Kasankov Yu. V. Mathematical model of compression moulding in moulds elastic forming elements. *Int. Polym. Sci. and Technology*. 1996; 23(5):T/33–T/36.
3. Vodyakov V. N. Finite element model of compression moulding of Elastomers. *Int. polym. sci. and technology*. 2000; 27(8):T/32–T/37. Available at: http://www.tib.eu/en/search/id/BLSE%3ARN014488996/Mathematical-model-of-compression-moulding-in-moulds/?tx_tibsearch_search%5Bsearchspace%5D=tn
4. Leonov A. I., Prokunin A. N. *Nonlinear phenomena in flows of viscoelastic polymer fluids*. New York: Chapman and Hall; 1994. Available at: <http://www.springer.com/us/book/9780412582004>
5. Prokofyev N. S. [Mathematical model of the pressing of composite materials with the given thermophysical properties]. *Nauchnyye trudy MGUL = Scientific Works of MGUL*. 1997; 293:14–23. (In Russ.)
6. Prokofyev N. S., Prokofyev D. N. Calculation of the modes of the bulk pressing of plates from thermoplastic compositions. *Lesnoy vestnik = Forestry Bulletin*. 1999; 1:143–151. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=9304381> (In Russ.)
7. Rudenko B. D., Mikova E. V. Formation of strength of wood-polymer composite. *Aktualnyye problemy lesnogo kompleksa = Relevant Problems of Forestry*. 2008; 2:129–131. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22757994> (In Russ.)
8. Rudenko B. D. [Effect of composition on the formation of properties of slabs from bark and secondary polyethylene]. *Lesnoy vestnik = Forestry Bulletin*. 2010; 4:151–155. Available at: <http://vivliophica.com/articles/apsciences/446461/1> (In Russ.)
9. Rudenko B. D., Plotnikov S. M. [The statistical study of the regime of the flat pressing of WPK boards]. *Aktualnyye problemy lesnogo kompleksa = Relevant Problems of Forestry*. 2011; 29:132–135. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22647532> (In Russ.)
10. Rudenko B. D., Plotnikov S. M. [The mathematical model of the pressing of plates on the basis of chopped straw and thermoplastic]. *Vestnik KrasGAU = KrasGAU Bulletin*. 2012; 5:71–76. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=17734680> (In Russ.)
11. Rudenko B. D., Plotnikov S. M., Izotov V. T. The modeling of the process of the flat pressing of plates from bark and thermoplastics. *Aktualnyye problemy lesnogo kompleksa = Relevant Problems of Forestry*. 2012; 32:120–122. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22610993> (In Russ.)
12. Abramenko N. V., Rudenko B. D. The mathematical model for the production of plates from bark and thermoplastic by the method of flat pressing. *Aktualnyye napravleniya nauchnykh issledovaniy XXI veka: teoriya i praktika = Relevant Directions of Scientific Research*. 2015; 3(8-3):156–159. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=25726384> (In Russ.)
13. Oblivin A. N., Lopatnikov M. V. Theoretical foundations of composite materials forming on wood fillers. *Lesnoy vestnik = Forestry Bulletin*. 2014; 2:103–108. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/v/teoreticheskie-osnovy-formovaniya-kompozitsionnyh-materialov-na-drevesnyh-napolnitelyah> (In Russ.)
14. Tuluzakov D. V., Spirin B. L. [The method for determining the coefficients of the rheological model of the DCTA at the stage of pressing]. *Lesnoy vestnik = Forestry Bulletin*. 2015; 1:31–39. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/v/metodika-opredeleniya-koeffitsientov-reologicheskoy-modeli-dstp-na-etape-pressovaniya> (In Russ.)
15. Ivshin S. S., Abdullin I. A., Fedorov Yu. I., Dinislamova A. A., Kravchenko E. F. The analysis of the process of the solid-phase compression molding of highly-filled polymer systems by the finite element method. *Vestnik tehnologicheskogo universiteta = Technology University Bulletin*. 2016; 19(20):54–56. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=27348676> (In Russ.)

Submitted 07.09.2017; revised 30.10.2017; published online 19.12.2017

*About the authors:*

Vladimir N. Vodyakov, Professor of Mechanization of Agricultural Products Chair, Institute of Mechanics and Energy, National Research Mordovia State University (7 Rossiyskaya St., Saransk 430904, Russia), Dr.Sci. (Engineering), **ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4687-1798>**, vnvod@mail.ru

Anton M. Kuzmin, Senior Lecturer of Mechanization of Agricultural Products Chair, Institute of Mechanics and Energetics, National Research Mordovia State University (7 Rossijskaya St., Saransk, Russia), Ph.D. (Engineering), **ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9371-8702>**, kuzmin.a.m@yandex.ru

Vyacheslav V. Kuznetsov, Associate Professor of Mechanization of Agricultural Products Chair, Institute of Mechanics and Energy, National Research Mordovia State University (7 Rossyskaya St., Saransk, Russia), Ph.D. (Engineering), **ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0401-0391>**, imesrv@mail.ru

Contribution of the co-authors:

V. N. Vodyakov: scientific supervision, formulation of the research problem, development of a mathematical model and editing the text; A. M. Kuzmin: reviewing and analyzing the literature, developing methods and conducting experimental studies; V. V. Kuznetsov: developing computer program, correcting the mathematical model and data processing.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.



Асимптотическая устойчивость однородных сингулярных систем

М. В. Козлов*, В. Н. Щенников

ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Россия)

**kozlov.mvl@yandex.ru*

Введение. В статье исследуются сингулярно возмущенные системы обыкновенных дифференциальных уравнений с однородной правой частью рациональной степени. Предметом исследования является асимптотическая устойчивость нулевого решения указанных систем при достаточно малых значениях параметра.

Материалы и методы. В качестве основного приема исследования применяется декомпозиция возмущенной системы на редуцированную и пограничную системы меньшей размерности. Для анализа устойчивости используются теоремы В. И. Зубова об устойчивости однородных систем, относящиеся ко второму методу Ляпунова.

Результаты исследования. В ходе работы получены условия, при выполнении которых асимптотическая устойчивость нулевого решения сингулярно возмущенной системы является следствием аналогичного свойства редуцированной и пограничной систем. Данный вывод справедлив при достаточно малых значениях возмущающего параметра. Для проверки условия теоремы требуется построение однородных функций Ляпунова.

Обсуждение и заключения. В статье приведен числовой пример, показывающий, что класс систем, удовлетворяющих полученной теореме, не является пустым. Получена оценка верхней границы изменения малого параметра, в рамках которой нулевое решение будет гарантированно асимптотически устойчиво.

Ключевые слова: сингулярность, малый параметр, устойчивость, декомпозиция, однородная функция

Для цитирования: Козлов М. В., Щенников В. Н. Асимптотическая устойчивость однородных сингулярных систем // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 4. С. 546–554. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.546-554

Asymptotic Stability of Homogeneous Singular Systems

M. V. Kozlov*, V. N. Shchennikov

National Research Mordovia State University (Saransk, Russia)

**kozlov.mvl@yandex.ru*

Introduction. The paper provides an overview of singularly perturbed systems of ordinary differential equations with a homogeneous right-hand side of rational degree. The subject of the study is the asymptotic stability of the zero solution of these systems for sufficiently small values of the parameter.

Materials and Methods. Decomposition of the perturbed system into a reduced and a boundary system of smaller dimension is used as the main method of investigation.



For the stability analysis, Zubov's theorems on the stability of homogeneous systems are applied to Lyapunov second method.

Results. In the course of research, the authors have obtained the conditions under which the asymptotic stability of the zero solution of a singularly perturbed system is a consequence of the analogous property of the reduced and boundary systems. This conclusion is valid for sufficiently small values of the perturbing parameter. To verify the hypothesis of the theorem, it is required to construct homogeneous Lyapunov functions.

Discussion and Conclusions. The paper gives a numerical example showing the class of systems satisfying the obtained theorem is not empty. An upper bound for the variation of a small parameter has been obtained, within which the zero solution is guaranteed to be asymptotically stable.

Keywords: singularity, small parameter, stability, decomposition, homogeneous function

For citation: Kozlov M. V., Shchennikov V. N. Asymptotic Stability of Homogeneous Singular Systems. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2017; 27(4):546–554. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.546-554

Введение

Сингулярно возмущенные системы обыкновенных дифференциальных уравнений применяются при математическом моделировании систем, содержащих быстрые и медленные переменные. Примером могут служить системы гироскопической стабилизации, рекуррентные нейронные сети, биологические и электрические системы и пр. Достаточно широкий обзор сферы применения сингулярных систем можно найти в работах¹ [1–3].

Базовым результатом в теории сингулярных возмущений считается работа А. Н. Тихонова [4], в которой были получены достаточные условия предельного перехода по малому параметру в задаче Коши. При этом также был предъявлен основной подход к исследованию сингулярных систем – декомпозиция исходной системы на систему быстрых и медленных движений. Данный подход нашел широкое применение в различных задачах исследования сингулярных систем (устойчивость, стабилизация, управление).

Обзор литературы

В рамках приложений важнейшим свойством решений сингулярных систем является устойчивость по Ляпуно-

ву. Данной задаче посвящено немало работ¹ [1–3]. Первой в данном направлении является работа [5], в которой исследовались, соответственно, линейные сингулярные системы вида:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_{11}(t)x + A_{12}(t)y, \\ \varepsilon \dot{y} &= A_{21}(t)x + A_{22}(t)y.\end{aligned}$$

и квазилинейные системы вида

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_{11}(t)x + A_{12}(t)y + f(t), \\ \varepsilon \dot{y} &= A_{21}(t)x + A_{22}(t)y.\end{aligned}$$

Кроме того, в данной работе рассматривались системы, допускающие выделение линейного приближения.

В дальнейшем исследования проводились в направлении нелинейных систем. В данном направлении выделено два ведущих метода, широко применяемые при исследовании нелинейных динамических систем: метод интегральных многообразий [3] и метод функций Ляпунова¹. В работе данного автора представлены условия асимптотической устойчивости нулевого решения нелинейных сингулярных систем общего вида

¹ Халил К. Х. Нелинейные системы. М. ; Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. 832 с. URL: http://mirknig.su/knigi/tehnicheskie_nauki/47471-nelineynye-sistemy.html

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(t, x, y), \\ \varepsilon \dot{y} &= g(t, x, y),\end{aligned}$$

однако данный результат неприменим к однородным системам, которые рассматриваются в настоящей статье. С задачей об устойчивости тесно связана задача стабилизации программного движения, в которой в качестве методов построения стабилизирующих управлений используются результаты решения задачи об устойчивости. В работах [6–8] были исследованы вопросы стабилизации нелинейных сингулярных систем.

Материалы и методы

В данной работе для исследования сингулярных систем с однородной правой частью применяются методы и теоремы из работы². Приведем необходимые определения и теоремы.

Определение 1

Непрерывная функция $f(x_1, \dots, x_n)$ называется однородной порядка $\mu \in \mathbb{Q}$, если для произвольного $c \in \mathbb{R}$ справедливо равенство

$$f(cx_1, \dots, cx_n) = c^\mu f(x_1, \dots, x_n), \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

Однородные функции удовлетворяют следующей двусторонней оценке:

$$\begin{aligned}a_1 x^\mu &\leq f(x) \leq a_2 x^\mu, \\ a_1 &= \max_{x=1} f(x), \\ a_2 &= \max_{x=1} f(x).\end{aligned}\quad (1)$$

Кроме того, если однородная порядка ∞ функция непрерывно дифференцируема, то ее частные производные $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ также являются однородными функциями порядка $\mu - 1$, а следовательно, справедлива оценка

$$\|\nabla f(x)\| \leq a_3 \|x\|^\mu, a_3 = \text{const} > 0. \quad (2)$$

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений вида

$$\dot{x} = X^\mu(x), \quad (3)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, $X^\mu(x)$ – непрерывная вектор-функция, элементы которой являются однородными порядка ∞ функциями.

Теорема 1

Если нулевое решение системы (3) асимптотически устойчиво, то существует однородная порядка M , положительно определенная функция $v(x)$, удовлетворяющая условию

$$\left. \frac{dv}{dt} \right|_{(3)} = \nabla^T v(x) \cdot X^{(\mu)}(x) = -w(x),$$

где $w(x)$ – однородная порядка $(M - 1 + \mu)$ – положительно определенная функция.

Результаты исследования

Рассмотрим сингулярно возмущенную систему

$$\begin{aligned}\dot{x} &= X^\mu(x, y), \\ \varepsilon \dot{y} &= Y^\mu(x, y),\end{aligned}\quad (4)$$

где $x \in \mathbb{R}^{n_1}$, $y \in \mathbb{R}^{n_2}$; X^μ , Y^μ – вектор-функции, однородные порядка $\mu = \frac{p}{q} > 1$; p, q – нечетные числа; $\varepsilon > 0$ – малый параметр. Предположим, что существует единственная вектор-функция $\phi(x)$, удовлетворяющая тождеству

$$Y^\mu(x, \phi(x)) \equiv 0, \forall x \in \mathbb{R}^{n_1}. \quad (5)$$

В силу однородности Y^μ вектор-функция $\phi(x)$ должна быть однородной первого порядка. Теперь для системы (4) можно записать редуцированную систему

$$\dot{x} = X^\mu(x, \phi(x)) \quad (6)$$

²Александров А. Ю. Устойчивость движений неавтономных динамических систем. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 2004. 186 с.



и пограничную систему

$$\dot{z} = Y^\mu(x, z + \phi(x)), \quad (7)$$

где $x \in R^n$ играет роль параметра.

Сформулируем и докажем одно вспомогательное утверждение.

Лемма 1

Функция $f(r_1, r_2) = r_1^\alpha r_2^\beta$, где $\alpha, \beta > 1$, при $r_1, r_2 > 0$ и любом $\delta > 0$ удовлетворяет неравенству

$$r_1^\alpha r_2^\beta \leq H(\delta^\beta r_1^{\alpha+\beta} + \delta^{-\alpha} r_2^{\alpha+\beta}). \quad (8)$$

Доказательство

Функция $f(r_1, r_2)$ является однородной порядка $\alpha + \beta$ и, следовательно, удовлетворяет верхней оценке

$$r_1^\alpha r_2^\beta \leq H(r_1^{\alpha+\beta} + r_2^{\alpha+\beta}),$$

где

$$H = \max_{r_1, r_2 \in S} f(r_1, r_2), S = \{(r_1, r_2) : r_1^{\alpha+\beta} + r_2^{\alpha+\beta} = 1, r_1, r_2 \geq 0\}.$$

После подстановки $r_1 = \delta^2 r_1$, $r_2 = \delta r_2$ и сокращения обеих частей неравенства на множитель $\delta^{2\alpha+\beta}$, получаем неравенство (8). Методами математического анализа нетрудно получить формулу для вычисления величины H :

$$H = \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha + \beta}} \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha + \beta}}. \quad (9)$$

Теорема 2

Пусть выполнены следующие условия:

Для системы (6) найдена однородная четного порядка M положительно определенная функция $v_1(x)$, удовлетворяющая неравенствам

$$\left. \frac{dv_1}{dt} \right|_{(6)} = \nabla^T v_1(x) \cdot X^{(\mu)} \cdot (x, \phi(x)) \leq -\|x\|^{M+\mu-1}; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \left| \nabla^T v_1(x) \cdot (X^{(\mu)}(x, z + \phi(x)) - X^{(\mu)}(x, \phi(x))) \right| \leq \\ & \leq k_1 \sum_{i=1}^s \|x\|^{\alpha_i} \cdot \|z\|^{M+\mu-1-\alpha_i}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $k_1, \alpha_i = \text{const} > 0$, s – некоторое число.

Для системы (7) найдена однородная порядка M функция $v_2(x, z)$, удовлетворяющая оценкам

$$c_1 \|z\|^M \leq v_2(x, z) \leq c_2 (\|x\|^M + \|z\|^M), \quad (12)$$

$$\left. \frac{dv_2}{dt} \right|_{(7)} = \nabla_z^T v_2(x, z) \cdot$$

$$\cdot Y^{(\mu)}(x, z + \phi(x)) \leq -\|z\|^{M+\mu-1},$$

$$\begin{aligned} & \left| \nabla_x^T v_2(x, z) \cdot X^{(\mu)}(x, z + \phi(x)) \right| \leq \\ & \leq k_2 \sum_{i=1}^p \|x\|^{\beta_i} \cdot \|z\|^{M+\mu-1-\beta_i}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \left| \nabla_z^T v_2(x, z) \cdot \frac{D\phi}{Dx} X^{(\mu)}(x, z + \phi(x)) \right| \leq \\ & \leq k_3 \left(\|z\|^{M+\mu-1} \cdot \sum_{i=1}^q \|x\|^{\gamma_i} \|z\|^{M+\mu-1-\gamma_i} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

где $c_{1,2}, k_{1,2}, \beta_i, \gamma_i = \text{const} > 0$.

Тогда существует такое $\varepsilon > 0$, что при $\varepsilon < \varepsilon_0$ нулевое решение системы (4) асимптотически устойчиво.

Доказательство

Сделаем в системе (4) замену $y = z + \phi(x)$, которая сохраняет асимптотическую устойчивость нулевого решения. В результате получим более удобную для исследования систему

$$\begin{aligned} \dot{x} &= X^{(\mu)}(x, z + \phi(x)), \\ \dot{z} &= \frac{1}{\varepsilon} Y^{(\mu)}(x, z + \phi(x)) - \\ & - \frac{D\phi}{Dx} X^{(\mu)}(x, z + \phi(x)). \end{aligned} \quad (16)$$

Доказательство теоремы будем видно, является положительно определенной. Запишем ее полную производную в силу системы (16):

$$\begin{aligned} \left. \frac{dV}{dt} \right|_{(16)} &= \nabla^T v_1(x) \cdot X^{(\mu)}(x, z + \phi(x)) + \\ &+ \nabla_x^T v_2(x, z) \cdot X^{(\mu)}(x, z + \phi(x)) + \frac{1}{\varepsilon} \nabla_z^T v_2(x, z) \cdot \\ &\cdot Y^{(\mu)}(x, z + \phi(x)) - \nabla_z^T v_2(x, z) \cdot \frac{D\phi}{Dx} X^{(\mu)}(x, z + \phi(x)). \end{aligned} \quad (17)$$

Для того чтобы оценить правую неравенствами (8; 10; 11; 13–15), в часть выражения (17), воспользуемся

$$\begin{aligned} \left. \frac{dV}{dt} \right|_{(16)} &\leq -\|x\|^{M+\mu-1} - \frac{1}{\varepsilon} \|z\|^{M+\mu-1} + k_1 \sum_{i=1}^s \|x\|^{\alpha_i} \cdot \|z\|^{M+\mu-1-\alpha_i} + \\ &+ k_{21} \sum_{i=1}^p \|x\|^{\beta_i} \cdot \|z\|^{M+\mu-1-\beta_i} + k_{31} \|z\|^{M+\mu-1} + k_{31} \sum_{i=1}^q \|x\|^{\gamma_i} \cdot \|z\|^{M+\mu-1-\gamma_i}. \end{aligned} \quad (18)$$

Согласно лемме 1, неравенство (18) можно продолжить следующим образом:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dV}{dt} \right|_{(16)} &\leq -\|x\|^{M+\mu-1} - \left(\frac{1}{\varepsilon} - k_3 \right) \|z\|^{M+\mu-1} + k_1 \sum_{i=1}^s h_{1i} \left(\delta_{1i}^{M+\mu-1-\alpha_i} \|x\|^{M+\mu-1} + \delta_{1i}^{-\alpha_i} \|z\|^{M+\mu-1} \right) + \\ &+ k_2 \sum_{i=1}^p h_{2i} \left(\delta_{2i}^{M+\mu-1-\beta_i} \|x\|^{M+\mu-1} + \delta_{2i}^{-\beta_i} \|z\|^{M+\mu-1} \right) + k_3 \sum_{i=1}^q h_{3i} \left(\delta_{3i}^{M+\mu-1-\gamma_i} \|x\|^{M+\mu-1} + \delta_{3i}^{-\gamma_i} \|z\|^{M+\mu-1} \right), \end{aligned} \quad (19)$$

где $\delta_{1i}, \delta_{2i}, \delta_{3i} > 0$ – произвольные с формулой (9) определяются соотношениями

$$\begin{aligned} h_{1i} &= \left(\frac{\alpha_i}{M+\mu-1} \right)^{\frac{\alpha_i}{M+\mu-1}} \left(\frac{M+\mu-1-\alpha_i}{M+\mu-1} \right)^{\frac{M+\mu-1-\alpha_i}{M+\mu-1}}, \\ h_{2i} &= \left(\frac{\beta_i}{M+\mu-1} \right)^{\frac{\beta_i}{M+\mu-1}} \left(\frac{M+\mu-1-\beta_i}{M+\mu-1} \right)^{\frac{M+\mu-1-\beta_i}{M+\mu-1}}, \\ h_{3i} &= \left(\frac{\gamma_i}{M+\mu-1} \right)^{\frac{\gamma_i}{M+\mu-1}} \left(\frac{M+\mu-1-\gamma_i}{M+\mu-1} \right)^{\frac{M+\mu-1-\gamma_i}{M+\mu-1}}. \end{aligned} \quad (20)$$

После перегруппировки слагаемых в правой части неравенства (19) получим:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dV}{dt} \right|_{(16)} &\leq \left(1 - k_1 \sum_{i=1}^s h_{1i} \delta_{1i}^{M+\mu-1-\alpha_i} - k_2 \sum_{i=1}^p h_{2i} \delta_{2i}^{M+\mu-1-\beta_i} - k_3 \sum_{i=1}^q \delta_{3i}^{M+\mu-1-\gamma_i} \right) \|x\|^{M+\mu-1} - \\ &- \left(\frac{1}{\varepsilon} - k_3 - k_1 \sum_{i=1}^s h_{1i} \delta_{1i}^{-\alpha_i} - k_2 \sum_{i=1}^p h_{2i} \delta_{2i}^{-\beta_i} - k_3 \sum_{i=1}^q h_{3i} \delta_{3i}^{-\gamma_i} \right) \|z\|^{M+\mu-1}. \end{aligned} \quad (21)$$



Очевидно, что можно подобрать $\delta_{1i}, \delta_{2i}, \delta_{3i}$, чтобы выполнялось неравенство:

$$1 - k_1 \sum_{i=1}^s h_{1i} \delta_{1i}^{M+\mu-1-\alpha_i} - k_2 \sum_{i=1}^p h_{2i} \delta_{2i}^{M+\mu-1-\beta_i} - k_3 \sum_{i=1}^q h_{3i} \delta_{3i}^{M+\mu-1-\gamma_i} > 0. \quad (22)$$

Тогда правая часть выражения (21) ной при $\varepsilon < \varepsilon_0$, где ε_0 определяется по формуле

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{k_3 + k_1 \sum_{i=1}^s h_{1i} \delta_{1i}^{-\alpha_i} + k_2 \sum_{i=1}^p h_{2i} \delta_{2i}^{-\beta_i} + k_3 \sum_{i=1}^q h_{3i} \delta_{3i}^{-\gamma_i}}. \quad (23)$$

Таким образом, функция $V(x, x)$ при $\varepsilon < \varepsilon_0$ удовлетворяет теореме Ляпунова об асимптотической устойчивости. Следовательно, нулевое решение системы (16), а значит, и (4) при таких значениях ε будет асимптотически устойчивым.

Теорема доказана.

Пример

Рассмотрим систему

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x^3 + y_1^3 + y_2^3, \\ \varepsilon \dot{y}_1 &= a^3 x^3 - y_1^3, \\ \varepsilon \dot{y}_2 &= b^3 x^3 - y_2^3, \end{aligned} \quad (24)$$

где $a, b > 0$. Здесь $\phi_1(x) = ax$, $\phi_2(x) = bx$.

Редуцированная система имеет вид

$$\dot{x} = (a^3 + b^3 - 1)x^3; \quad (25)$$

пограничная система имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -3a^2 x^2 z_1 - 3axz_1^2 - z_1^3, \\ \dot{z}_2 &= -3b^2 x^2 z_2 - 3bxz_2^2 - z_2^3. \end{aligned} \quad (26)$$

Для системы (25) функция Ляпунова имеет вид $v_1(x) = x^4$, а для системы (26) — $v_2(x, z_1, z_2) = z_1^4 + z_2^4 + x^2 z_1^2 + x^2 z_2^2$. Оценки (10–15) будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dv_1}{dt} \right|_{(25)} &\leq -4(1 - a^3 - b^3)|x|^6, \\ \left| \nabla^T v_1(x) \cdot (X^{(\mu)}(x, z + \phi(x)) - X^{(\mu)}(x, \phi(x))) \right| &\leq K_1(|x|^3 z^3 + |x|^4 z^2 + |x|^5 z), \end{aligned} \quad (27)$$

$$z^4 \leq v_2(x, z_1, z_2) \leq |x|^4 + z^4,$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{dv_2}{dt} \right|_{(26)} &\leq -z^6, \\ \left| \nabla_x^T v_2(x, z) \cdot X^{(\mu)}(x, z + \phi(x)) \right| &\leq K_2(|x|^3 z^5 + |x|^2 z^4 + |x|^3 z^3), \end{aligned} \quad (28)$$

$$\left| \nabla_z^T v_2(x, z) \cdot \frac{D\phi}{Dx} X^{(\mu)}(x, z + \phi(x)) \right| \leq K_3(z^6 + |x|z^5 + |x|^2 z^4 + |x|^4 z^2).$$

где $K_{1,2,3}$ определяются по формулам:

$$K_1 = \max \left\{ 4; \max \{a, b\}; 12\sqrt{a^4 + b^4} \right\},$$

$$K_2 = \max \left\{ 2; 6 \max \{a, b\}; 6\sqrt{a^4 + b^4} \right\},$$

$$K_3 = \max \left\{ 4 \max \{a, b\}; 12 \max \{a, b\} + 2\sqrt{a^2 + b^2}; 6 \max \{a, b\} \sqrt{a^2 + b^2}; 6\sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{a^4 + b^4} \right\}.$$

Величины h_{1i}, h_{2i}, h_{3i} вычислим по формулам (20):

$$\begin{aligned} h_{11} = h_{23} = h_{33} &= \frac{1}{2}, \\ h_{12} = h_{22} = h_{32} = h_{34} &= \frac{\sqrt[3]{4}}{3}, \\ h_{13} = h_{21} = h_{31} &= \sqrt[6]{\frac{5^5}{6}}, \end{aligned}$$

Далее требуется подобрать такие значения $\delta_{1i}, \delta_{2i}, \delta_{3i}$, чтобы выполнялось неравенство (22), после чего остается вычислить верхнюю границу допустимого диапазона изменения параметра ε по формуле (23). Поскольку $K_{1,2,3}$ в нашем примере зависят от коэффициентов a, b , то полученное в итоге значение ε_0 будет зависеть от $a, b, \delta_{1i}, \delta_{2i}, \delta_{3i}$. Коэффициенты a, b должны удовлетворять условию $a^3 + b^3 < 1$, чтобы нулевое решение системы (25) было асимптотически устойчивым.

Обсуждение и заключения

Полученная теорема 2 дает достаточные условия асимптотической устойчивости однородных сингулярных систем в общем случае. Достоинством результата является возможность свести исследование исходной системы к исследованию двух систем меньшей размерности, что может оказаться полезным в силу их существенно нелинейной структуры. Соотношения (20; 22–23) позволяют количественно оценить верхнюю границу допустимой вариации малого параметра.

Условия теоремы 2 основываются на существовании однородных функций Ляпунова [9–10]. Функция $v_1(x)$ существует исходя из теоремы 1. Вопрос о критерии существования функции $v_2(x, z)$ для системы (7) является открытым, а следовательно, проверка второго условия теоремы 2 требует чисто конструктивного подхода.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Naidu D. S. Singular perturbations and time scales in control theory and applications : overview // Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems (DCDIS) Journal. 2002. Vol. 9, no. 2. P. 233–278. URL: https://www.researchgate.net/publication/247533767_Singular_Perturbations_and_Time_Scales_in_Control_Theory_and_Applications_An_Overview
2. Singular perturbations and time scales in control theories and applications : an overview 2002–2012 / Y. Zhang [et al.] // International Journal of Information and Systems Sciences. 2014. Vol. 9, no. 2. P. 1–36. URL: <https://pdfs.semanticscholar.org/5d1f/e4a9d368187a654198c0a71d5ad9b8fff520.pdf>
3. Дмитриев М. Г., Курина Г. А. Сингулярные возмущения в задачах управления // Автоматика и телемеханика. 2006. № 1. С. 3–51. URL: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=1125&option_lang=rus
4. Тихонов А. Н. О зависимости решений дифференциальных уравнений от малого параметра // Математический сборник. 1948. № 22 (64). С. 193–204. URL: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=sm&paperid=6075&option_lang=rus



5. Климусев А. И., Красовский Н. Н. Равномерная асимптотическая устойчивость систем дифференциальных уравнений с малым параметром при производных // Прикладная математика и механика. 1961. Т. 25, вып. 4. С. 680–690.

6. Lohry C., Sari T. Singular perturbation methods in control theory // Controle non Lineaire et Applications. 2005. No. 15. P. 151–177. URL: <http://archive.schools.cimpa.info/archivesecoles/20131129112411/lscimpa2.pdf>

7. Косов А. А., Козлов М. В. Стабилизация одного класса сингулярных систем методом декомпозиции // Информационные технологии и проблемы математического моделирования сложных систем. 2016. № 15. С. 77–84. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_26738739_45442941.pdf

8. Козлов М. В. Стабилизация сингулярно возмущенных систем с полиномиальной правой частью // Журнал СВМО. 2017. Т. 19, № 1. С. 51–59. URL: <http://svmo.mrsu.ru/journal/archive/article?id=1535>

9. Зубов В. И. Исследование задачи об устойчивости для систем уравнений с однородными правыми частями // Доклады АН СССР. 1957. Т. 114, № 5. С. 942–944.

10. Rosier L. Homogeneous Lyapunov function for homogeneous continuous vector field // Systems & Control Letters. 1992. No 19. P. 467–473. URL: <http://www.iecl.univ-lorraine.fr/~Lionel.Rosier/publi/SCL92.pdf>

Поступила 27.06.2017; принята к публикации 12.10.2017; опубликована онлайн 19.12.2017

Об авторах:

Козлов Михаил Владимирович, преподаватель кафедры прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, факультет математики и информационных технологий, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68), **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0001-7681-8931>, kozlov.mvl@yandex.ru

Щенников Владимир Николаевич, профессор кафедры прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, факультет математики и информационных технологий, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68), доктор физико-математических наук, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0001-5230-3482>, du@math.mrsu.ru

Вклад соавторов:

М. В. Козлов: доказательство утверждений статьи, подготовка примера; В. Н. Щенников: постановка задачи, определение методов исследования, обзор литературы.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

REFERENCES

1. Naidu D. S. Singular perturbations and time scales in control theory and applications: Overview. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems (DCDIS) Journal. 2002; 9(2):233–278. Available at: https://www.researchgate.net/publication/247533767_Singular_Perturbations_and_Time_Scales_in_Control_Theory_and_Applications_An_Overview

2. Zhang Y., Subbaram D., Chenxiao N., Zou C. Y. Singular perturbations and time scales in control theories and applications: An overview 2002–2012. International Journal of Information and Systems Sciences. 2014; 9(2):1–36. Available at: <https://pdfs.semanticscholar.org/5d1f/e4a9d368187a654198c0a-71d5ad9b8ff520.pdf>

3. Dmitriyev M. G., Kurina G. A. Singular perturbations in control problems. *Avtomatika i telemekhanika* = Automation and Telemechanics. 2006; 1:3–51. Available at: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=1125&option_lang=rus (In Russ.)

4. Tikhonov A. N. [On dependence of solutions of differential equations on a small parameter]. *Matematicheskii sbornik* = Mathematical Collection. 1948; 22(64):193–204. Available at: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=sm&paperid=6075&option_lang=rus (In Russ.)

Computer science, computer engineering and management



5. Klimushev A. I., Krasovsky N. N. [Uniform asymptotic stability of systems of differential equations with a small parameter for derivatives]. *Prikladnaya matematika i mekhanika* = Applied Mathematics and Mechanics. 1961; 25(4):680–690. (In Russ.)
6. Lobry C., Sari T. Singular perturbation methods in control theory. *Controle non Lineaire et Applications*. 2005; 15:151–177. Available at: <http://archive.schools.cimpa.info/archivesecoles/20131129112411/lscimpa2.pdf>
7. Kosov A. A., Kozlov M. V. [Stabilizing a class of singular systems by the decomposition method]. *Informatsionnyye tekhnologii i problemy matematicheskogo modelirovaniya slozhnykh system* = Information technologies and problems of mathematical modeling of complex systems. 2016; 15:77–84. Available at: https://elibrary.ru/download/elibrary_26738739_45442941.pdf (In Russ.)
8. Kozlov M. V. [Stabilization of singularly perturbed systems with a polynomial right-hand side]. *Zhurnal SVMO* = MVMS Journal. 2017; 19(1):51–59. Available at: <http://svmo.mrsu.ru/journal/archive/article?id=1535> (In Russ.)
9. Zubov V. I. Investigation of the stability problem for systems of equations with homogeneous right-hand sides. *Doklady AN SSSR* = Reports of the Academy of Sciences of the USSR. 1957; 114(5):942–944. (In Russ.)
10. Rosier L. Homogeneous Lyapunov function for homogeneous continuous vector field. *Systems & Control Letters*. 1992; 19:467–473. Available at: <http://www.iecl.univ-lorraine.fr/~Lionel.Rosier/publi/SCL92.pdf>

Submitted 27.06.2017; revised 12.10.2017; published online 19.12.2017

About the authors:

Mikhail V. Kozlov, Lecturer of Chair of Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, National Research Mordovia State University (68 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0001-7681-8931>, kozlov.mvl@yandex.ru

Vladimir N. Shchennikov, Professor of Chair of Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, National Research Mordovia State University (68 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), Dr.Sci. (Physics and Mathematics), **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0001-5230-3482>, du@math.mrsu.ru

Contribution of the co-authors:

M. V. Kozlov: proof of the research provisions; presentation of example; V. N. Shchennikov: formulation of the problem, definition of research methods, reviewing the literature.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.



Динамика целевых индикаторов результативности научной деятельности членов диссертационных советов

**С. И. Пахомов¹, О. В. Кулямин¹, В. А. Гуртов^{2*},
И. В. Пенние²**

*¹Министерство образования и науки Российской Федерации
(г. Москва, Россия)*

*²ФГБОУ ВО «Петрозаводский государственный
университет» (г. Петрозаводск, Россия)*

**vgurt@psu.karelia.ru*

Введение. Сеть диссертационных советов, представляя собой социальную систему в сфере развития науки и образования, требует разработки и совершенствования методов получения, обработки и анализа информации. В статье представлен анализ поэтапного достижения целевых индикаторов результативности научной деятельности членов диссертационных советов и организаций, на базе которых действуют диссертационные советы.

Материалы и методы. Повышение качества работы системы государственной аттестации потребовало привлечения математического аппарата и программных средств для автоматизации обработки данных и формирования управленческих решений по оптимизации сети диссертационных советов. Показатели для анализа результативности были получены в ходе мониторинга деятельности сети диссертационных советов в 2015–2016 гг. Целевые индикаторы результативности государственной системы научной аттестации были определены на основании решения Высшей аттестационной комиссии при Минобрнауки России от 03.06.2015 г.

Результаты исследования. Для выработки управленческих решений по оптимизации сети диссертационных советов было проведено сравнение фактически достигнутых результатов и плановых целевых индикаторов. При этом массив обрабатываемых данных составил > 60 тыс. членов диссертационных советов, а число показателей для каждого из них, включая перечень публикаций за 5 лет, достигло 100 единиц. Анализ показал рост степени соответствия результативности научной деятельности критериальным значениям: данный показатель возрос в 2016 г. по сравнению с 2015 г. для организаций с 86,7 % до 88,3 %, а для членов диссертационных советов – с 66,2 % до 77,1 % соответственно. Проведенные мониторинги оценки качества деятельности сети диссертационных советов в 2015–2016 гг. позволили сформировать рейтинги диссертационных советов по 52 группам научных специальностей, где в качестве критерия выступала степень соответствия диссертационного совета в целом критериальным требованиям, предъявляемым ВАК к индикаторам результативности научной деятельности организаций, на базе которых действуют диссертационные советы, и членов диссертационных советов.

Обсуждение и заключения. Анализ результативности деятельности диссертационных советов показал положительную динамику в движении данного показателя к значениям целевых индикаторов, представленных в Дорожной карте. Полученная информация послужит научной основой для выработки управленческих решений по оптимизации сети диссертационных советов.

Ключевые слова: диссертационный совет, мониторинг, результативность, научная деятельность, дорожная карта

Для цитирования: Динамика целевых индикаторов результативности научной деятельности членов диссертационных советов / С. И. Пахомов [и др.] // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 4. С. 555–576. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.555-576

Благодарности: авторы выражают благодарность сотрудникам Центра бюджетного мониторинга ФГБОУ ВО «Петрозаводский государственный университет» А. В. Стаевич и В. А. Сидорову за помощь в обработке данных мониторинга; РФНФ – за финансовую поддержку.

Research Performance of Target Indicators' Dynamics of Dissertation Councils' Members

S. I. Pakhomov^a, O. V. Kulyamin^a, V. A. Gurtov^{b*}, I. V. Penniye^b

^a*Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Moscow, Russia)*

^b*Petrozavodsk State University (Petrozavodsk, Russia)*

*vgurt@psu.karelia.ru

Introduction. The network of the dissertational councils represents a social system in the field of science and education development. The network requires obtaining, processing, analyzing and updating information methods. The paper provides the target indicators gradual achievement analysis of the dissertation councils' members and core organizations for the councils.

Materials and Methods. State certification system updating requires both mathematical apparatus and software for data processing and decision-making in renewal of the network of the dissertation councils. Performance analysis indicators were obtained via dissertational councils' network monitoring during 2015 and 2016. Target performance indicators of the state scientific certification system were developed by the Higher Attestation Commission decisions under the Ministry of Education and Science of Russian Federation dated 3 June 2015.

Results. Both achieved and planned target indicators were compared for evaluating the management performance. The data about more than 60 000 members of dissertational councils were processed, including the publications for the last five years. The analysis provided a degree increase in research performance correlated with some criteria values: compliance degree for organizations increased in 2016 as compared to 2015 from 86,7 % to 88,3 % correspondingly, and for dissertational councils' members from 66,2 % до 77,1 % respectively. Dissertation councils' network quality assurance in 2015 and 2016 allowed to perform a dissertation councils' rating consisted of 52 major scientific groups.

Discussion and Conclusions. Dissertation councils' performance analysis was conducted in 2015 and 2016. The study presented the positive dynamics in the values indicators in the roadmap. The findings of this study have a number of important implications in the dissertation councils' network optimization.

Keyword: dissertation council, monitoring, performance, research activity, road-map

For citation: Pakhomov S. I., Kulyamin O. V., Gurtov V. A., Penniye I. V. Research Performance of Target Indicators' Dynamics of Dissertation Councils' Members. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2017; 27(4):555–576. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.555-576

Acknowledgements: The authors are grateful to colleagues at the Budget monitoring center of Petrozavodsk State University (A. V. Stasevich and V. A. Sidorov) for their assistance in data processing and to the Russian Foundation for the Humanities for financial support.



Введение

Ученая степень кандидата и доктора наук во всем мире является показателем высшего уровня квалификации в обладании профессиональными компетенциями в предметной научной области, а также признаком высокого уровня общекультурных компетенций. Решение о присуждении ученой степени принимает диссертационный совет (ДС), как коллегиальный экспертный орган. В связи с этим вопрос о качестве работы ДС, обоснованности и объективности его решений имеет важное значение для всего общества. Система государственной аттестации кадров высшей научной квалификации является многоуровневой иерархической структурой. Ее управление возможно только с опорой на информационные технологии сбора и анализа информации о научной деятельности всех акторов.

К началу 2000-х гг. у российской научной общественности накопилось много претензий к деятельности национальной сети аттестации научных и научно-педагогических работников. В результате на совещании в Правительстве РФ 30 марта 2013 г. о совершенствовании системы подготовки и аттестации научных и научно-педагогических работников было принято решение о необходимости оптимизации сети ДС. В перечне поручений, данных Председателем Правительства РФ Д. А. Медведевым по итогам этого совещания¹, содержалось требование по установлению критериев результативности научной деятельности членов диссертационных советов (ЧДС) и проведении оптимизации сети советов для повышения эффективности работы системы аттестации научных и научно-педагогических работников.

Сеть ДС, представляя собой социальную систему в сфере развития науки и образования, требует разработки и совершенствования методов получения и обработки информации. В рамках реализации поручений для формирования количественных показателей результативности Минобрнауки РФ был проведен ряд мониторингов оценки качества деятельности сети диссертационных советов. Первый мониторинг проводился в период с июня по октябрь 2013 г., второй – с декабря 2015 г. по февраль 2016 г., третий – с января по февраль 2017 г. Показатели результативности деятельности ДС в рамках мониторингов формировались за 5 предыдущих лет. Результаты первого мониторинга впервые позволили сформировать количественные оценки результативности научной деятельности ЧДС² и послужили основой для выработки критериев результативности.

При подготовке второго мониторинга с учетом решения пленума Высшей аттестационной комиссии (ВАК) при Минобрнауки РФ от 1пл/1 от 03.06.2015 г. были утверждены количественные показатели для критериев оценки результативности научной деятельности организаций и ЧДС, разработанные с учетом рекомендаций рабочих групп Минобрнауки РФ по совершенствованию государственной системы аттестации научных и научно-педагогических работников.

Целью написания статьи является анализ динамики показателей результативности научной деятельности ЧДС и организаций, на базе которых действуют ДС, и на этой основе формирование показателей степени соответствия результативности критериальным требованиям ВАК.

¹ Перечень поручений, данных Дмитрием Медведевым по итогам совещания о совершенствовании системы подготовки и аттестации научных и научно-педагогических работников от 30 марта 2013 г. URL: <http://government.ru/orders/selection/401/1090>

² Аттестация кадров высшей научной квалификации. По результатам деятельности сети диссертационных советов за период 2008–2013 годы / под ред. Н. И. Аристера [и др.]. СПб. : Изд-во СПбГЭУ, 2015. 1179 с.

Обзор литературы

Рынок труда кадров высшей научной квалификации (ВНК) с переходом мировой экономики к шестому технологическому укладу развивается и охватывает все больше высокотехнологичных секторов экономики. В связи с этим исследователи в разных странах изучают различные аспекты информационного обеспечения и анализа рынка труда кадров ВНК.

В России генезис информационной системы, обеспечивающей поддержку государственной аттестации кадров ВНК, насчитывает менее 10 лет. Архитектура этой системы была представлена в статье В. А. Гуртова и Л. В. Щеголева [1]; реализованная рабочая версия Единой государственной информационной системы мониторинга (ЕГИСМ) – в статье В. Н. Виноградова, Я. Г. Черновой и О. В. Кубряк [2]. При дальнейшем развитии система получила название Федеральная информационная система государственной научной аттестации (ФИС ГНА)³. Реализация ФИС ГНА позволила формировать информационные ежегодно дополняемые массивы сведений о показателях деятельности общероссийской сети ДС, составляющих ядро системы государственной аттестации.

В статье В. В. Иванова [3] рассматривается перспективный технологический уклад как совокупность технологических направлений, задаваемых приоритетами социально-экономического развития, где роль кадров высшей научной квалификации является ключевой. В статье М. Liik [4] проведен эконометрический анализ вклада НИ-ОКР в эффективность промышленности в странах ОЭСР, результаты которого показали, что удельный вес работников высшей квалификации на национальном уровне демонстрирует сильную положительную корреляцию с эффек-

тивностью экономики. Аналогичные выводы получены в статье L. Gokhberg [5] при анализе инновационных возможностей российской экономики.

В статье D. Cuganoski [6] отмечалось, что при общем росте на 40 % числа подготовленных докторов науки (PhD) динамика численности кадров ВНК в различных странах OECD имеет разнонаправленные векторы. Наибольший прирост численности PhDs наблюдался в Китае (50 тыс. чел.). В Японии и США происходило сокращение подготовки, а в Германии наблюдался стабильный уровень подготовки PhDs. В странах Балтии, как показано в статье J. Masso [7], удельный вес PhDs составил 0,2 % от общей численности населения, в то время как в Германии – 1,5 %, в США – 0,9 %. Объемы подготовки в этих странах невелики, но обеспечивают текущий спрос на кадры ВНК в государственном, частном и академическом секторах. В статье L. Gokhberg [8] сделан акцент на анализ различий наборов компетенций, которые необходимы обладателям степени PhD при работе в академическом секторе и высокотехнологичных секторах экономики.

При этом для трансфера наукоемких технологий и развития инноваций с участием университетских исследователей кадры высшей научной квалификации являются ключевыми факторами.

В статье W. F. Boh [9] представлены результаты анализа сценариев коммерциализации университетских исследований и разработок, сделан вывод об эффективности вовлечения в проектную деятельность исследователей с ученой степенью PhD, а также занимающих позиции Post-Doc на всех стадиях проработки проекта, начиная от идеи и заканчивая поиском источников финансирования. В статье S. A. Zaichenko [10] при анализе пере-

³ Федеральный закон от 23 августа 1996 г. N 127-ФЗ «О науке и государственной научно-технической политике». URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_11507



дачи университетских технологий научным и технологическим организациями отмечен высокий уровень корреляции между научными публикациями исследователей университетов и их деятельностью по передаче технологий до уровня промышленного применения. В статье V. A. Gurtov⁴ показано, что инновационная активность высокотехнологических секторов экономики в субъектах РФ коррелирует с численностью подготовленных кадров высшей научной квалификации. В статье Л. Э. Миндели [11] на основе анализа статистических данных по российскому сектору исследований и разработок сделан вывод о необходимости увеличения объемов финансирования этого сектора до уровня стран OECD.

Подготовка и аттестация кадров ВНК в различных странах опирается на научную деятельность соискателей ученой степени, количественным параметром которой является публикации в реферируемых научных изданиях.

В статье V. A. Gurtov⁵ при анализе публикационной активности российских кандидатов наук в последующие 5 лет после защиты диссертации показано, что только 10 % защитившихся продолжают активно публиковаться в реферируемых журналах, т. е. вести исследовательскую работу. В статье S. Kobayashi [12] отмечается высокий уровень занятости (> 60 %) PhDs в Японии после защиты диссертации, причем 15 % из них занимают позиции Post-Doc, а 11 % – преподавателей университетов. В статье N. A. Shmatko [13] приводятся результаты анализа мотивации научной деятельности российских исследователей.

Наиболее распространенный мотив связан с акцентом на творческий и инновационный характер деятельности, а также независимость исследовательской деятельности.

Диссертация является квалификационной работой, подтверждающей высокий научный уровень соискателя ученой степени. Коллективным экспертом в этом случае выступает ДС, в состав которого входят доктора наук по профилирующим научным специальностям. Количественный состав ДС в России регламентируется федеральными нормативными документами. Мнение о качественном составе формируется в научном сообществе через информацию о публикационной активности ЧДС.

В статьях С. И. Пахомова [14–15] приводятся подходы к выбору критериев оценки результативности ДС. Количественная оценка эффективности работы ДС в России приобрела актуальность в последние годы и представлена в работах Н. Аристера⁶, Т. Абанкиной [16].

Материалы и методы

Повышение качества работы системы государственной аттестации потребовало привлечения математического аппарата и программных средств для автоматизации обработки данных и формирования управленческих решений по оптимизации сети диссертационных советов.

Для автоматизации расчетов использовались компоненты СУБД Microsoft SQL Server.

1. Microsoft SQL Server Analysis Services (SSAS) – служба анализа использовалась для получения из базы

⁴ Gurtov V. A., Shchegoleva L. V. The influence of graduates of PHD programs on the level of innovation in the Russian economy // Proceedings of EDULEARN17 Conference. Barcelona, 2017. P. 666–671.

⁵ Gurtov V. A., Shchegoleva L. V. Comparative analysis of PhDs' publication activity in Russia and other countries // EDULEARN15 Proceedings: 7th International Conference on Education and New Learning Technologies. Barcelona, 2015. P. 985–989. URL: <http://openbudgetrf.ru/doc/1521>

⁶ Кадры высшей научной квалификации : подготовка, аттестация, информационное сопровождение / под ред. Н. И. Аристера. СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2015. 171 с.

данных, предназначенной для сбора показателей деятельности сети ДС. Использование SSAS как промежуточного источника данных для выполнения непосредственных расчетов было обусловлено необходимостью очистки первичных данных от выбросов.

2. Microsoft SQL Server Reporting Services (SSRS) – система создания отчетов, включающих табличное и графическое представление данных. Использование SSRS позволяет реализовать функционал оперативного обновления печатных и электронных аналитических материалов в случае обновления первичных показателей в исходной базе данных.

Данные компоненты SQL Server позволяли сформировать систему показателей, характеризующих результативность научной деятельности ЧДС и организаций в нужных разрезах.

Для выработки управленческих решений по оптимизации сети ДС проводилось сравнение фактически достигнутых результатов и плановых целевых индикаторов. При этом массив обрабатываемых данных составлял > 60 тыс. ЧДС, а число показателей для каждого из них, включая перечень публикаций за 5 лет, достигало 100 единиц.

Сравнение проводилось на основе алгоритма расчета степени соответствия критериальным требованиям как по каждому ЧДС, так и ДС в целом с детализацией по 52 группам научных специальностей.

Показатели для анализа результативности научной деятельности ЧДС и организаций, на базе которых действуют ДС, были сформированы в ходе мониторинга деятельности сети ДС за 2015–2016 г. Целевые индикаторы результативности государственной системы научной аттестации были определены решения ВАК при Минобрнауки РФ от 03.06.2015 г.

Для организаций было определено 10 пороговых показателей, 6 из которых касались результативности научной деятельности организации в целом, а 4 – результативности по группе научных специальностей, представленных в диссертационном совете.

Значения этих критериальных показателей соответствия требованиям ВАК, утвержденные решением Пленума ВАК, представлены в табл. 1–2.

Для ЧДС было выбрано 2 пороговых показателя. Первый показатель отражал число публикаций в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, и был общим для всех групп научных специальностей. Второй показатель отражал число публикаций в журналах, индексируемых в международных системах цитирования (Web of Science, Scopus), и применялся для групп научных специальностей, относящихся к естественным, медицинским, сельскохозяйственным и техническим областям наук; или же число опубликованных монографий – для гуманитарных и общественных, педагогических, экономических наук.

Требования к показателям деятельности организаций и ЧДС, приведенные в табл. 1–2, соответствуют критерию «не менее». Значения «0» означает, что данный показатель представляется справочно.

При расчете степени соответствия организаций и ЧДС критериальным требованиям ВАК для каждого показателя использовалась система критериев «1» и «0». «1» соответствовал значению показателя результативности равного или большего порогового значения, «0» – значению менее порогового.



Таблица 1

Критериальные требования, предъявляемые к организации

Область науки	Исследователи высшей квалификации (доктора наук), всего по ОРГ	Доктора наук по специальности	Кол-во подготовленных в организации докторов наук по специальности	Кол-во подготовленных в организации кандидатов наук по специальности	Кол-во аспирантов по специальности	Количество опубликованных рецензируемых монографий, всего по ОРГ	Кол-во публикаций в журналах из Перечня ВАК, всего по ОРГ	Кол-во созданных результатов интеллектуальной деятельности, всего по ОРГ	Число цитирований в WoS, Scopus и др., всего по ОРГ
Гуманитарные и общественные науки	50	5	1	3	3	1	5	75	5
Естественные науки	50	5	1	3	3	1	10	50	20
Искусствоведение и культурология	50	5	1	3	3	1	0	50	0
Медицинские науки	50	5	1	3	3	1	10	50	10
Педагогические науки	50	5	1	3	3	1	5	50	5
Сельскохозяйственные науки	50	5	1	3	3	1	10	50	10
Технические науки	50	5	1	3	3	1	10	100	20
Экономические науки	50	5	1	3	3	1	10	100	5
Юридические науки	50	5	1	3	3	1	5	50	5

Table 1

Criterial indicators related to organization

Field of science	Researchers of the highest qualification (PhD and DSc), total	Doctors of Science (DSc) in the specialty	Number of DSc trained in organization in the specialty	Number of PhD trained in organization in the specialty	Number of graduates in the specialty	Number of published peer-reviewed monographs, total	Number of publications in WoS, Scopus, etc., total	Number of publications in journals from the List of the Higher Attestation Commission, total	Number of results of intellectual activity, total	Number of citations in WoS, Scopus, etc., total
Humanities and Social Sciences	50	5	1	3	3	1	5	75	0	5
Natural Sciences	50	5	1	3	3	1	10	50	0	20
Art History and Culturology	50	5	1	3	3	1	0	50	0	0
Medical Sciences	50	5	1	3	3	1	10	50	0	10
Pedagogical Sciences	50	5	1	3	3	1	5	50	0	5
Agricultural Sciences	50	5	1	3	3	1	10	50	0	10
Technical Sciences	50	5	1	3	3	1	10	100	30	20
Economic sciences	50	5	1	3	3	1	10	100	0	5
Jurisprudence	50	5	1	3	3	1	5	50	0	5



Таблица 2
Table 2

Критериальные требования, предъявляемые к ЧДС
Criterial indicators of dissertation councils' members

Область науки / Field of science	Кол-во публикаций в WoS, Scopus и др. / Number of publications in WoS, Scopus, etc.	Кол-во публикаций в журналах Перечня ВАК / Number of publications in journals from the List of the Higher Attestation Commission	Кол-во участников с приглашенными докладами на международных конференциях / Number of participations with invited papers at international conferences	Кол-во рецензируемых монографий / Number of peer-reviewed monographs	Кол-во цитирований в WoS, Scopus и др. / Number of citations in WoS, Scopus, etc.	Индекс Хирша (РИНЦ/WoS/Scopus) / The Hirsch index (Russian Science Citation Index/ WoS / Scopus)	Кол-во значимых показателей / Number of significant indicators
Гуманитарные и общественные науки / Humanities and Social Sciences	0	5	0	1	0	0	3
Естественные науки / Natural Sciences	3	5	0	0	0	0	2
Искусствоведение и культурология / Art History and Culturology	0	5	0	0	0	0	1
Медицинские науки / Medical Sciences	3	5	0	0	0	0	2
Педагогические науки / Pedagogical Sciences	0	5	0	1	0	0	3
Сельскохозяйственные науки / Agricultural Sciences	1	5	0	0	0	0	2
Технические науки / Technical Sciences	2	5	0	0	0	0	2
Экономические науки / Economic sciences	0	5	0	1	0	0	3
Юридические науки / Jurisprudence	0	5	0	0	0	0	2

Сумма критериев была разделена на общее количество значимых показателей. В результате получалась значение степени соответствия публикационной активности каждого ЧДС критериальным требованиям. Степень соответствия принимает значения в диапазоне «0–1», или 0–100 %. Например, для ЧДС степень соответствия 100 % будет достигнута только при выполнении двух критериальных требований, 50 % – при выполнении одного, и 0 % – при невыполнении обоих.

Среднее значение степеней соответствия всех ЧДС формирует значение степени соответствия всего ДС критериям, предъявляемым к ЧДС.

Расчет степени соответствия для организаций происходит аналогичным образом; при анализе используется от 7 до 10 критериев в зависимости от области науки. Степень соответствия принимает значения в диапазоне «0–1», или 0–100 %.

Значение интегральной степени соответствия ДС критериальным требованиям ВАК формируется как среднее арифметическое значения степени соответствия всех ЧДС и значения степени соответствия организации.

Результаты мониторинга 2015 г., приведенные в статье [17], показали адекватность выбранных показателей и критериев соответствия для оценки деятельности ДС.

Результаты исследования

Требования к показателям результативности ДС в Дорожной карте

Повышение требовательности ВАК при Минобрнауки РФ к деятельности ДС выразилось в том, что за трехлетний период оптимизации сети число ДС сократилось с 3 386 советов в 2013 г. до 2 426 советов в 2016 г.; число диссертационных работ, снятых с рассмотрения по заявлению соискате-

лей ученой степени доктора наук за этот же период возросло в 1,5 раза, а соискателей ученой степени кандидата наук – в 2 раза.

С учетом этого в августе 2016 г. был утвержден план мероприятий Минобрнауки РФ (Дорожная карта), по оптимизации сети советов по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (далее – Дорожная карта)⁷. Целью Дорожной карты является дальнейшее повышение качества экспертизы результатов диссертационных исследований за счет трансформации сети ДС на основе оценки показателей их научного и кадрового потенциала.

Для реализации мероприятий Дорожной карты был проведен третий мониторинг оценки качества деятельности сети ДС. Показатели оценки результативности научной деятельности организации ЧДС остались аналогичными результатам второго мониторинга.

Это позволило сформировать группы ДС по степени их соответствия критериальным значениям результативности научной деятельности организаций и ЧДС (далее – критерии соответствия) по группам научных специальностей и проследить динамику показателей ДС по критериям соответствия.

Дорожной картой ставится задача поэтапного и вариативного (для различных групп научных специальностей) достижения к 31 декабря 2018 г. соответствия критериям ВАК показателей результативности научной деятельности: для организаций, на базе которых созданы ДС, – на 100 %, а для ЧДС – не менее чем на 90 %. Такие высокие требования обусловлены статусом ДС как высшего экспертного органа при оценке научной деятельности

⁷ План мероприятий (Дорожная карта) по оптимизации сети советов по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук», утвержденный Минобрнауки России 23.08.2016 г. URL: <http://vak.ed.gov.ru/documents/10179/0/%D0%94%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B6%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B0.PDF/8aa4b20e-c0dd-4c6a-a860-921f660017f1>



соискателя ученой степени кандидата или доктора наук [18].

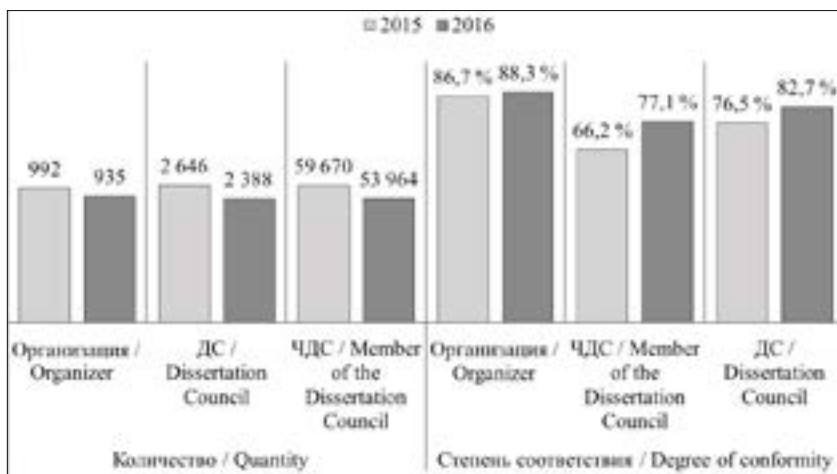
Необходимо отметить, что для ЧДС достижение заданного уровня показателя соответствия в 90 % осуществляется с промежуточным контрольным значением в 70 % по состоянию на декабрь 2017 г. В то же время для 6 групп научных специальностей (01.01.00 математика; 01.04.00 физика; 02.00.00 химические науки; 05.16.00 металлургия и материаловедение; 05.17.00 химические технологии; 05.27.00 электроника) показатель соответствия для ЧДС должен быть не менее 90 %.

Дорожной картой предлагается допустить включение в состав ДС специалистов, показатели результативности научной деятельности которых не соответствуют критериальным значениям, из числа ученых, внесших значительный вклад в развитие соответствующих областей знаний (например, отмеченных государственными наградами, лауреатов государственных и премий и т. п.), а также создание ДС по научным специальностям, соответствующим приоритетным направлениям развития науки, технологий и техники, на базе организаций, расположенных на

территории Дальневосточного федерального округа, Крымского федерального округа и города федерального значения Севастополь при несоответствии целевым индикаторам показателей результативности их научной деятельности.

Динамика показателей: сеть ДС

Сведения об организациях и ЧДС, представленные в отчетах о работе диссертационных советов за 2015–2016 гг., позволяют оценить трансформацию сети ДС. Анализ представленных данных свидетельствует в целом о росте в 2016 г. показателей результативности научной деятельности как организаций, так и ЧДС. Хотя в течение 2016 г. отмечалось сокращение числа действующих ДС и ЧДС, в этот же период наблюдался рост степени соответствия критериальным значениям: степень соответствия для организаций возросла в 2016 г. по сравнению с 2015 г. с 86,7 % до 88,3 %, а для ЧДС – с 66,2 % до 77,1 % соответственно. На рис. 1 представлены абсолютные показатели деятельности сети ДС и степень соответствия критериальным требованиям, иллюстрирующие данную положительную динамику.



Р и с. 1. Динамика абсолютных показателей сети ДС и степени соответствия критериальным требованиям (светло-серый цвет – 2015 г., темно-серый – 2016 г.)

F i g. 1. Dissertational councils network absolute indicators dynamics and compliance degree with criteria requirements (light gray – 2015 year, dark gray – 2016)

Распределение ДС по уровням соответствия организаций, на базе которых они созданы, критериальным значениям за прошедший год, показывает рост числа организаций, 100 % соответствующих критериям, с 604 до 703.

Распределение ДС по уровням соответствия критериальным требованиям к ЧДС также показывает поло-

жительную динамику в достижении целевых индикаторов. Например, число ДС, члены которых соответствуют критериальным значениям более чем на 90 %, возросло на 68 % (с 343 до 695). На рис. 2 приведена сравнительная динамика распределения числа диссертационных советов по уровням соответствия критериальным требованиям для организаций и для ЧДС



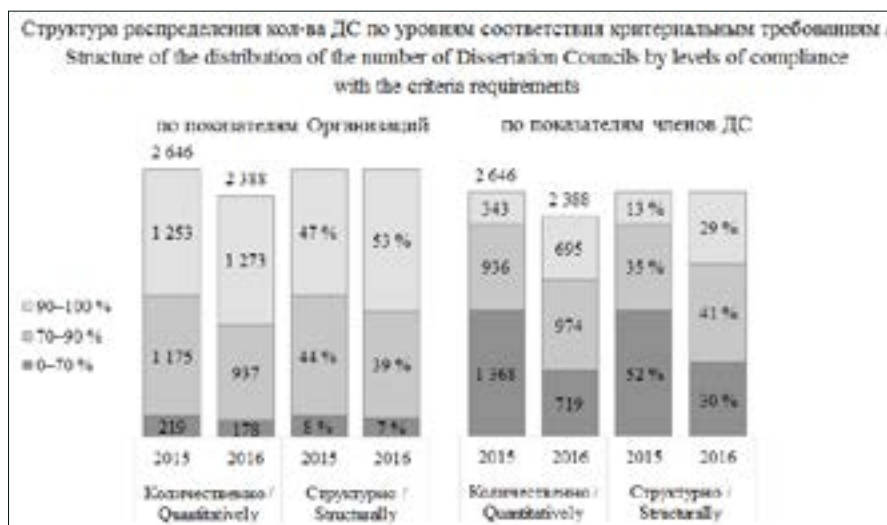
Р и с. 2. Сравнительная динамика распределения числа ДС по уровням соответствия критериальным требованиям: а) для организаций; б) для ЧДС

F i g. 2. Dissertational councils distribution comparative dynamics in compliance with criteria requirements: a) for organizations; b) for dissertational councils members

Анализ темпов роста показателей соответствия с использованием контрольных значений, предъявляемых к уровню соответствия организаций и ЧДС, приведен на рис. 3.

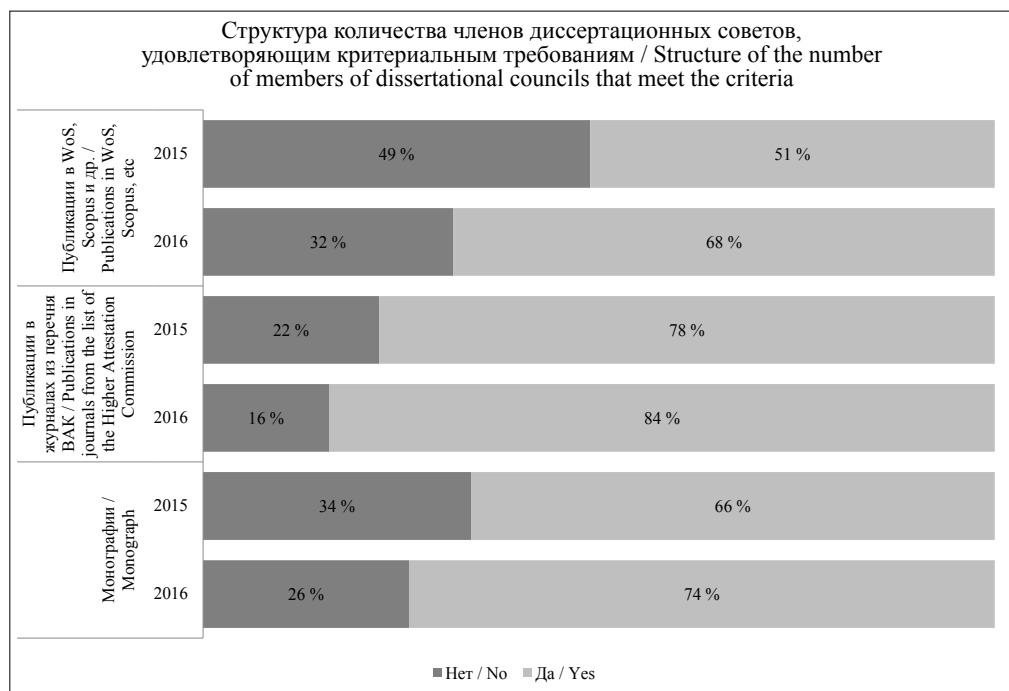
На рис. 3 ДС с показателями соответствия организаций и ЧДС < 70 % – темно-серая зона, 70–90 % серая зона, > 90 % – светло-серая зона. Как видно данного рисунка, динамика положительная, и для ЧДС в 2016 г. отмечается существенное перераспределение ДС в лучшую сторону по вышеуказанным зо-

нам. Одним из факторов, положительно сказавшихся на уменьшении величины темно-серой зоны, стало сокращение на 10 % общего числа диссертационных советов в 2016 г. по сравнению с 2015 г. В то же время необходимо отметить, что количество советов в светло-серой зоне выросло более чем на 70 % (с 343 до 695), что может быть связано только с ростом качественной структуры ЧДС. Для серой зоны в удельном соотношении количество ДС также изменилось (с 35 % до 41 %).



Р и с. 3. Количественная и структурная динамика показателей результативности ДС:
а) по показателям организаций; б) по показателям ЧДС

Fig. 3. Quantitative and structural dynamics for dissertation councils performance indicators:
a) for organizations' indicators; b) for dissertation councils' members indicators



Р и с. 4. Динамика показателей публикационной активности ЧДС

Fig. 4. Publication activity indicators dynamics of dissertational councils' members

Таким образом, наблюдается тенденция к улучшению показателей соответствия сети ДС, и можно ожидать, что результаты 2017 г. приведут к положительным изменениям, позволяющим соответствовать контрольным индикаторам Дорожной карты.

К ЧДС предъявляются количественные требования к показателям публикационной активности за предшествующий пятилетний период: в зарубежных индексируемых изданиях, в изданиях Перечня ВАК; количеству монографий.

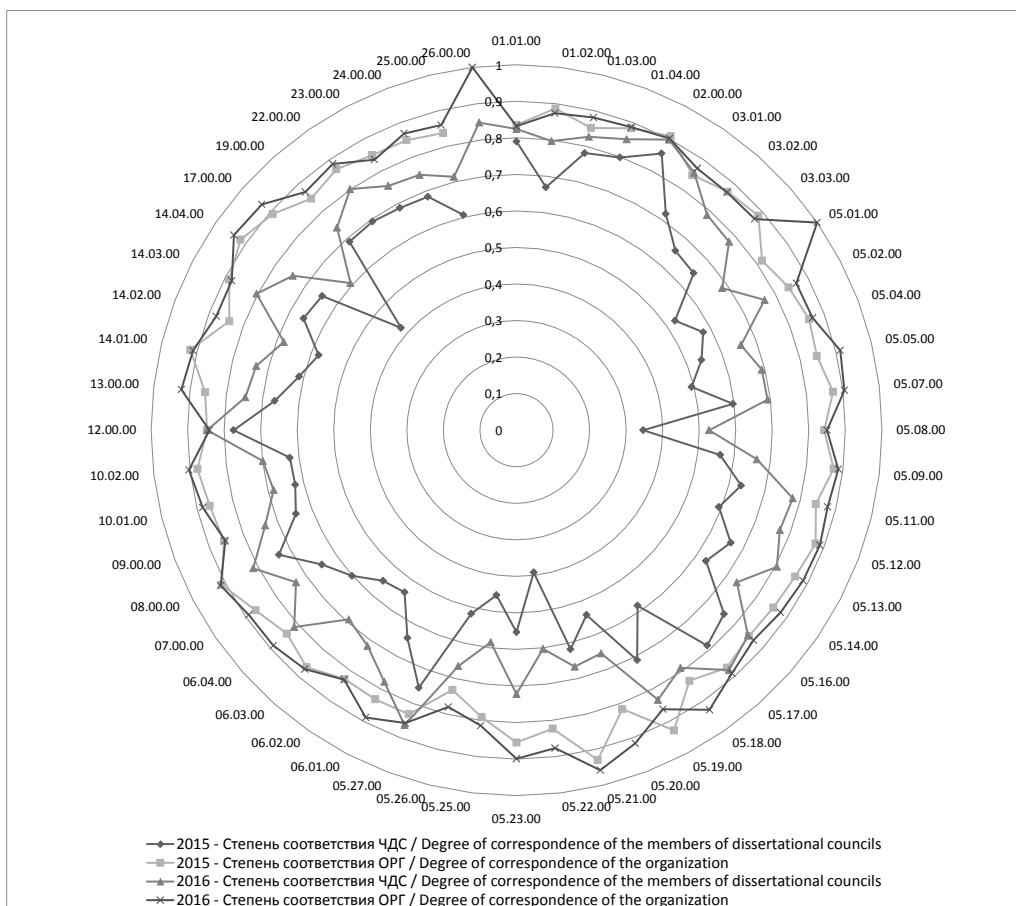
На рис. 4 приведена динамика показателей публикационной активности ЧДС, где светло-серым цветом указан

удельный вес ЧДС, удовлетворяющий критериальным требованиям.

Как следует из рис. 4, в 2016 г. по сравнению с 2015 г. численность ЧДС, соответствующих требованиям по зарубежным публикациям WoS и Scopus, выросла с 51 % до 68 %, по остальным показателям осталось примерно на том же уровне.

Динамика показателей: 52 группы специальностей

Требования к показателям соответствия организаций и членов диссертационных советов критериальным требованиям ВАК в Дорожной карте представлены в разрезе 52 групп научных специальностей.



Р и с. 5. Сравнительная динамика показателей соответствия организаций и членов диссертационных советов критериальным требованиям ВАК в разрезе 52 групп научных специальностей

F i g. 5. Indicators comparative dynamics of both organizations and dissertational councils' members in compliance with the Higher Certification Commission criteria in terms of 52 major scientific groups



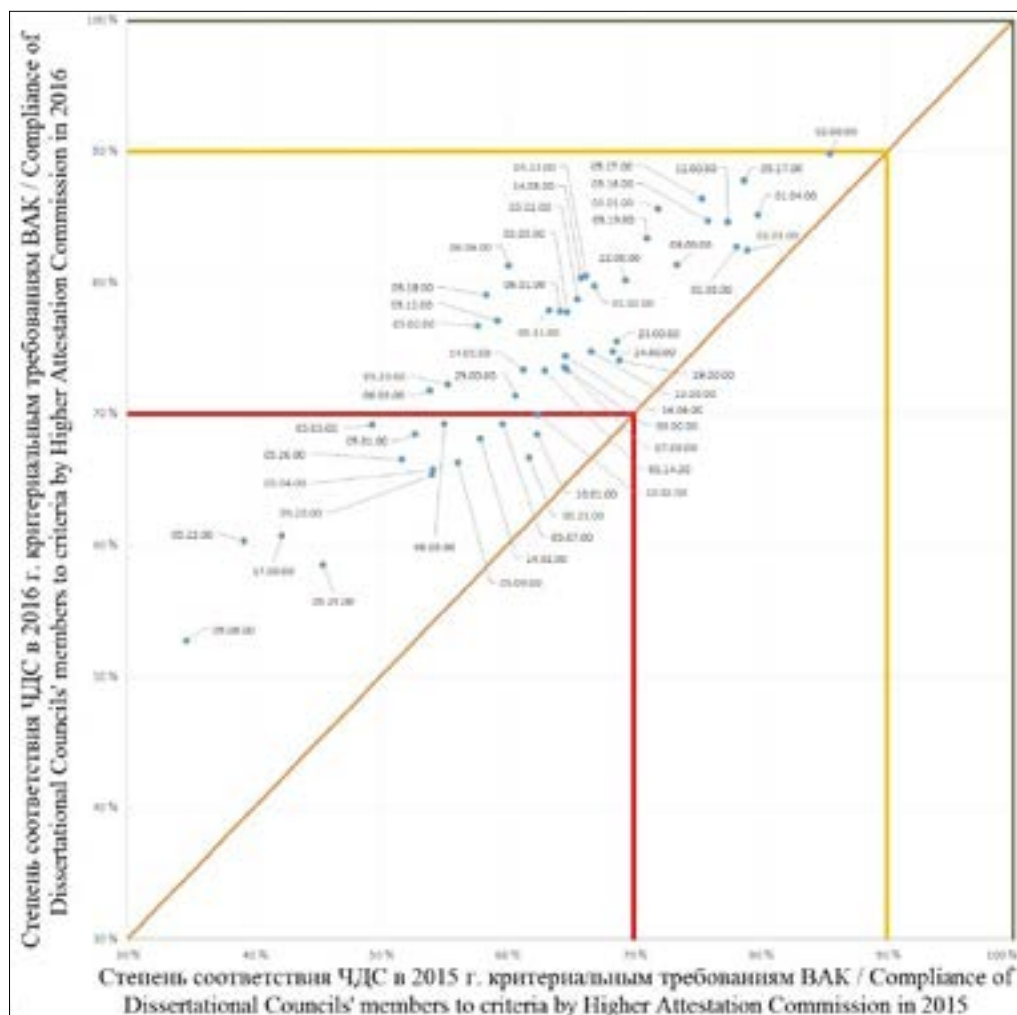
На рис. 5 представлена сравнительная динамика 2016–2015 гг. показателем соответствия организаций и ЧДС.

Из приведенного рисунка следует, что положительная динамика показателей соответствия для организаций и ЧДС наблюдается во всех группах научных специальностей.

Более наглядно изменения показателя публикационной активности ЧДС

для диссертационных советов представлены на рис. 6. Темно-серым цветом указаны граничные линии 70 % и 90 % соответствия.

ДС по всем группам научных специальностей, расположились выше биссектрисы, то есть улучшили в 2016 г. показатели соответствия критериальным требованиям ВАК по сравнению с 2015 г.



Р и с. 6. Динамика показателей публикационной активности ЧДС диссертационных советов по группам научных специальностей

F i g. 6. Dynamics of the dissertational councils' publication indicators in terms of major scientific groups

При этом только для 15-и групп специальностей интегральный показатель соответствия критериальным требованиям для организация и ЧДС находится ниже границы в 70 %. Сводные резуль-

таты, отражающие требования Дорожной карты, и достигнутые показатели деятельности диссертационных советов в 2015–2016 гг. по группам научных специальностей, представлены в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

Table 3

Требования Дорожной карты и достигнутые показатели деятельности диссертационных советов по критериям соответствия для ЧДС в 2015–2016 гг.

Roadmap requirements and Dissertational Councils' performance indicators in 2015–2016

Группа научных специальностей / Group of scientific specialties	Значение показателя по требованиям Дорожной карты / Indicator value according to the requirements of the Roadmap	Показатель соответствия / Conformance metric	
		2015 г.	2016 г.
1	2	3	4
02.00.00 – Химические науки / Chemical Sciences	90 %	85 %	90 %
05.17.00 – Химические технологии / Chemical Technology		81 %	88 %
05.27.00 – Электроника / Electronics		82 %	86 %
01.04.00 – Физика / Physics		81 %	85 %
05.16.00 – Металлургия и материаловедение / Metallurgy and Materials Science		77 %	85 %
01.01.00 – Математика / Mathematics		78 %	82 %
03.01.00 – Физико-математическая биология / Physical and Mathematical Biology	70 %	72 %	86 %
12.00.00 – Юридические науки / Law		77 %	85 %
05.19.00 – Технология материалов и изделий текстильной и легкой промышленности / Technology of Materials and Products of Textile and Light Industry		71 %	83 %
01.03.00 – Астрономия / Astronomy		78 %	83 %
08.00.00 – Экономические науки / Economic Sciences		73 %	81 %
06.04.00 – Рыбное хозяйство / Fisheries		60 %	81 %
05.13.00 – Информатика, вычислительная техника и управление / Informatics, Computer Science and Management		66 %	80 %
14.03.00 – Медико-биологические науки / Medical and Biological Sciences		66 %	80 %
22.00.00 – Социологические науки / Sociological sciences		69 %	80 %
01.02.00 – Механика / Mechanics		67 %	80 %
05.18.00 – Технология продовольственных продуктов / Technology of Food Products		58 %	79 %
03.02.00 – Общая биология / General Biology		66 %	79 %
05.11.00 – Приборостроение, метрология и информационно-измерительные средства / Instrument-Making, Metrology and Information-Measuring Tools		63 %	78 %
06.01.00 – Агрономия / Agronomy		64 %	78 %
03.03.00 – Физиология / Physiology		65 %	78 %



Окончание табл. 3 / End of table 3

1	2	3	4
05.12.00 – Радиотехника и связь / Radio Engineering and Communication	70 %	59 %	77 %
05.02.00 – Машиностроение и машиноведение / Mechanical Engineering and Engineering Science		58 %	77 %
23.00.00 – Политические науки / Political Sciences		69 %	76 %
24.00.00 – Культурология / Culturology		68 %	75 %
13.00.00 – Педагогические науки / Pedagogical Sciences		67 %	75 %
14.04.00 – Фармацевтические науки / Pharmaceutical Sciences		65 %	74 %
19.00.00 – Психологические науки / Psychological Sciences		69 %	74 %
09.00.00 – Философские науки / Philosophical Sciences		65 %	74 %
07.00.00 – Исторические науки и археология / Historical Sciences and Archeology		65 %	73 %
05.14.00 – Энергетика / Power Engineering		63 %	73 %
05.23.00 – Строительство и архитектура / Construction and Architecture		55 %	72 %
06.02.00 – Ветеринария и зоотехния / Veterinary and Livestock Breeding		72 %	72 %
25.00.00 – Науки о Земле / Earth Sciences		61 %	71 %
10.02.00 – Языкознание / Linguistics		62 %	70 %
05.07.00 – Авиационная и ракетно-космическая техника / Aviation and Space Technology		60 %	69 %
06.03.00 – Лесное хозяйство / Forestry		55 %	69 %
05.05.00 – Транспортное, горное и строительное машиностроение / Transport, Mining and Construction Machinery		49 %	69 %
10.01.00 – Литературоведение / Literary criticism		62 %	68 %
05.01.00 – Инженерная геометрия и компьютерная графика / Engineering Geometry and Computer Graphics		53 %	68 %
14.02.00 – Профилактическая медицина / Preventative Medicine		58 %	68 %
05.21.00 – Технология, машины и оборудование лесозаготовок, лесного хозяйства, деревопереработки и химической переработки биомассы дерева / Technology, Machinery and Equipment For Logging, Forestry, Wood Processing and Chemical Processing of Wood Biomass		62 %	67 %
05.26.00 – Безопасность деятельности человека / Safety of Human Activity		52 %	66 %
05.09.00 – Электротехника / Electrical Engineering		56 %	66 %
05.04.00 – Энергетическое, металлургическое и химическое машиностроение / Power, Metallurgical and Chemical Engineering		54 %	66 %
05.20.00 – Процессы и машины агроинженерных систем / Processes and Machines of Agroengineering Systems		54 %	65 %
17.00.00 – Искусствоведение / History of Art		42 %	61 %
05.22.00 – Транспорт / Transportation		39 %	60 %
05.25.00 – Документальная информация / Documentary Information		45 %	58 %
05.08.00 – Кораблестроение / Shipbuilding		35 %	53 %

Из представленных данных следует, что требования 90 % соответствия по показателям показателей результативности научной деятельности ДС по критериям соответствия для ЧДС в 2016 г., выделенных в первый раздел, достигла только одна из шести групп научных специальностей. В то же время 29 групп научных специальностей из второго раздела в среднем превысили 70 % уровень соответствия.

Рейтинги ДС по группам специальностей

Проведенные мониторинги оценки качества деятельности сети ДС в 2015–2016 гг. позволили сформировать рейтинги ДС по группам научных специальностей, где в качестве критерия выступала степень соответствия ДС в целом критериальным требованиям, предъявляемых ВАК к индикаторам результативности научной деятельности организаций, на базе которых действуют ДС, и ЧДС. При этом все ДС, принимающие к рассмотрению диссертации по научным специальностям, входящих в одну из 52-х групп специальностей, были разбиты по шести группам

соответствия. Границы степени соответствия для групп выбиралась согласно граничным условиям Дорожной карты.

В табл. 4 приведено распределение ДС по достигнутой степени соответствия в 2016 г. критериальным требованиям ВАК. Если в ДС представлены научные специальности, относящиеся к разным группам, то данный ДС может находиться одновременно в разных группах соответствия.

Из табл. 4 следует, что 33 % ДС имеют степень соответствия критериальным требованиям ВАК 90 % и выше.

Рейтингование выделило проблемную зону в виде ДС, входящих в 5-ю и 6-ю группы, где уровень соответствия критериальным требованиям был ниже 70 %. В эту группу вошло 437 диссоветов, что составляет около 14 % всех действующих советов. Наибольшее опасение вызывает 6 группа, куда вошло 58 ДС (2 %). Анализ показал, что в числе 58 ДС 52 является уникальными ДС. При этом спектр научных специальностей данных советов соответствует 30 группам научных специальностей (от 1 до 5 ДС на группу).

Таблица 4

Table 4

Распределение диссертационных советов по достигнутой степени соответствия критериальным требованиям ВАК

Dissertational councils' distribution in terms of compliance degree achieved in accordance with the Higher Certification Commission criteria

Группа соответствия / Group of correspondence	Степень соответствия / Degree of correspondence	ДС в группе / Dissertation Councils in the group	
		Количество / Number	%
1	100 %	158	5 %
2	90–100 %	861	28 %
3	80–90 %	972	31 %
4	70–80 %	663	21 %
5	50–70 %	379	12 %
6	0–50 %	58	2 %



Обсуждение и заключения

Четырехлетняя планомерная работа Минобрнауки РФ, Президиума ВАК и Экспертных советов ВАК по оптимизации сети советов по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук позволила выработать объективные показатели и целевые индикато-

ры результативности научной деятельности ЧДС и организаций в целом. Эти индикаторы были утверждены Дорожной картой. Мониторинги результативности деятельности ДС, проведенные в 2015–2016 гг., показали положительную динамику в движении этих показателей к значениям целевых индикаторов, представленных в Дорожной карте.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гуртов В. А., Щеголева Л. В. Информационные технологии для системы аттестации кадров высшей научной квалификации // Информатизация образования и науки. 2013. № 2. С. 3–12. URL: <http://openbudgetrf.ru/doc/370>
2. Виноградов В. Н., Чернова Я. Г., Кубряк О. В. Единая государственная информационная система мониторинга аттестации научных и научно-педагогических кадров высшей квалификации (ЕГИСМ) в диссертационных советах – обсуждение первых впечатлений // Информатизация образования и науки. 2014. № 2 (22). С. 12–22. URL: <https://istina.msu.ru/publications/article/20425692>
3. Иванов В. В. Перспективный технологический уклад: возможности, риски, угрозы // Экономические стратегии. 2013. Т. 15, № 4 (112). С. 6–9. URL: http://www.issras.ru/papers/2013-04-Vladimir_Ivanov.pdf
4. Liik M., Masso J., Ukrainski K. The contribution of R&D to production efficiency in OECD countries: econometric analysis of industry-level panel data // Baltic Journal of Economics. 2014. Vol. 14, no. 1-2. P. 78–100. DOI: 10.1080/1406099X.2014.981105
5. Rethinking the doctoral degrees in the changing labor market context, in: the science and technology labor force: the value of doctorate holders and development of professional careers / Ed. by L. Gokhberg, N. A. Shmatko, L. Auriol // Springer International Publishing Switzerland, 2016. URL: <https://publications.hse.ru/chapters/163067788>
6. The world is producing more PhDs than ever before. is it time to stop? / D. Cyranoski [et al.] // Nature. 2011. Vol. 472. P. 276–279. DOI: 10.1038/472276a
7. Support for evolution in the knowledge-based economy: demand for PhDs in Estonia / J. Masso [et al.] // Baltic Journal of Economics. 2009. Vol. 9, no. 1. P. 5–29. DOI: 10.1080/1406099X.2009.10840450
8. Gokhberg L., Meissner D., Shmatko N. A. Myths and realities of highly qualified labor and what it means for PhDs // Journal of the Knowledge Economy, 2017. Vol. 8, no. 2. P. 758–767. DOI: 10.1007/s13132-016-0403-7
9. Boh W. F., De-Haan U., Strom R. University technology transfer through entrepreneurship: Faculty and students in spinoffs // Journal of Technology Transfer. 2016. Vol. 41, no. 4. P. 661–669. URL: http://www.kauffman.org/-/media/kauffman_org/research-reports-and-covers/2012/08/university-technologytransferthroughentrepreneurshipfacultyandstudentsinspinoffs.pdf
10. Zaichenko S. A. The human resource dimension of science-based technology transfer: lessons from Russian RTOs and innovative enterprises // The Journal of Technology Transfer. 2017. P. 1–21. DOI: 10.1007/s10961-017-9567-y
11. Миндели Л. Э., Клеева Л. П., Воробьев И. В. Наука и инновации в современной России // Современные производительные силы. 2014. № 1. С. 132–147. URL: http://www.issras.ru/papers/energ03_2012_Mindeli.php
12. Kobayashi S. The Ph.D. as a professional: current status and issues concerning the early careers of doctorate holders // Japan Labor Review. 2011. Vol. 8, no. 4. P. 46–66. URL: <http://www.ndsl.kr/ndsl/search/detail/article/articleSearchResultDetail.do?cn=NART58239215>
13. Shmatko N. A., Volkova G. Service or devotion? Motivation patterns of Russian researchers // Foresight and STI Governance. 2017. Vol. 11, no. 2. P. 54–66. URL: <https://foresight-journal.hse.ru/data/2017/07/02/1171239676/4-Shmatko-54-66.pdf>

14. Пахомов С. И., Гуртов В. А., Пенние И. В. Управление количественным и качественным составом сети диссертационных советов на основе рейтинговых систем // Университетское управление: практика и анализ. 2013. № 1 (83). С. 51–59. URL: <http://www.umj.ru/index.php/pub/inside/1431>

15. Пахомов С. И., Гуртов В. А., Щеголева Л. В. Технология формирования количественной оценки деятельности диссертационного совета // Информатизация образования и науки. 2014. № 4 (24). С. 127–136. URL: science-expert.ru/docs/nauchnye-publikacii/Tekhnologiya%20formirovaniya%20koличественной%20oценки%20deятельности%20диссертационного%20совета.pdf

16. Тенденции развития научно-педагогических кадров в России / И. В. Абанкина [и др.] // Экономика образования. 2014. № 1. С. 34–59. URL: <https://publications.hse.ru/chapters/118445238>

17. Критерии оценки деятельности диссертационных советов для трансформации национальной сети аттестации кадров ВНК / И. А. Шишканова [и др.] // Актуальные проблемы российского права. 2017. № 4 (77). С. 208–216. URL: http://aprp-msal.ru/netcat_files/521/703/Stranitsy_iz_APRP_4_2017_2_22.pdf

18. Пахомов С. И., Гуртов В. А., Щеголева Л. В. Диссертационный совет как зеркало российской науки // Вестник Российской академии наук. 2013. Т. 83, № 12. С. 26–33. URL: <http://openbudgetrf.ru/doc/408universitytechnologytransferthroughtentrepreneurshipfacultyandstudentsinspinoffs.pdf>

Поступила 02.10.2017; принята к публикации 07.11.2017; опубликована онлайн 19.12.2017

Об авторах:

Пахомов Сергей Иванович, директор Департамента аттестации научных и научно-педагогических работников, Министерство образования и науки Российской Федерации (117997, Россия, г. Москва, ул. Люсиновская, д. 51), доктор химических наук, профессор, pahomov-si@mon.gov.ru

Кулямин Олег Васильевич, референт отдела Департамента аттестации научных и научно-педагогических работников, Министерство образования и науки Российской Федерации (117997, Россия, г. Москва, ул. Люсиновская, д. 51), kulyamin-ov@mon.gov.ru

Гуртов Валерий Алексеевич, директор Центра бюджетного мониторинга, ФГБОУ ВО «Петрозаводский государственный университет» (185910, Россия, г. Петрозаводск, пр. Ленина, 31), доктор физико-математических наук, профессор, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-2442-7389>, vgurt@petrsu.ru

Пенние Илья Васильевич, ведущий научный сотрудник Центра бюджетного мониторинга, ФГБОУ ВО «Петрозаводский государственный университет» (185910, Россия, г. Петрозаводск, пр. Ленина, 31), кандидат технических наук, ipennie@ptersu.ru

Вклад соавторов:

С. И. Пахомов: научное руководство, постановка задачи, определение методологии исследования, критический анализ и доработка текста; О. В. Кулямин: сбор и анализ аналитических и практических материалов по теме исследования; В. А. Гуртов: анализ научных источников по теме исследования и обзор литературы, критический анализ и доработка текста; И. В. Пенние: компьютерная обработка исходных данных

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

REFERENCES

1. Gurtov V. A., Shchegoleva L. V. [Information technologies for the system of personnel qualification of the highest scientific qualification]. *Informatizatsiya obrazovaniya i nauki* = Informatization of Education and Science. 2013; 2:3–12. Available at: <http://openbudgetrf.ru/doc/370> (In Russ.)

2. Vinogradov V. N., Chernova Ya. G., Kubryak O. V. [Unified state information system for monitoring the attestation of scientific and scientific-pedagogical personnel of the highest qualification in dissertational councils - discussion of the first impressions]. *Informatizatsiya obrazovaniya i nauki* = Infor-



matization of Education and Science. 2014; 2(22):12–22. Available at: <https://istina.msu.ru/publications/article/20425692> (In Russ.)

3. Ivanov V. V. Perspective technological structure: Opportunities, risks, threats. *Ekonomicheskiye strategii* = Economic Strategies. 2013; 15,4(112):6–9. Available at: http://www.issras.ru/papers/2013-04-Vladimir_Ivanov.pdf

4. Liik M., Masso J., Ukrainski K. The contribution of R&D to production efficiency in OECD countries: econometric analysis of industry-level panel data. *Baltic Journal of Economics*. 2014; 14:1-2:78–100. DOI: 10.1080/1406099X.2014.981105

5. Gokhberg L., Shmatko N. A., Auriol L. Rethinking the doctoral degrees in the changing labor market context. In: Gokhberg L., Shmatko N. A., Auriol L., editors. *The Science and Technology Labor Force: The Value of Doctorate Holders and Development of Professional Careers*. Basel: Springer International Publishing; 2016. Available at: <https://publications.hse.ru/chapters/163067788>

6. Cyranoski D., Gilbert N., Ledford H., Nayar A., Yahia M. The world is producing more PhDs than ever before. Is it time to stop? *Nature*. 2011; 472:276–279. DOI:10.1038/472276a.

7. Masso J., Eamets R., Meriküll J., Kanep H. support for evolution in the knowledge-based economy: Demand for PhDs in Estonia. *Baltic Journal of Economics*. 2009; 9(1):5–29. DOI: 10.1080/1406099X.2009.10840450

8. Gokhberg L., Meissner D., Shmatko N. A. Myths and realities of highly qualified labor and what it means for PhDs. *Journal of the Knowledge Economy*. 2017; 8(2):758–767. DOI: 10.1007/s13132-016-0403-7

9. Boh W. F., De-Haan U., Strom R. University technology transfer through entrepreneurship: Faculty and students in spinoffs. *Journal of Technology Transfer*. 2016; 41(4):661–669. Available at: <http://www.ndsl.kr/ndsl/search/detail/article/articleSearchResultDetail.do?cn=NART58239215>

10. Zaichenko S. A. The human resource dimension of science-based technology transfer: lessons from Russian RTOs and innovative enterprises. *The Journal of Technology Transfer*. 2017; 1–21. DOI: 10.1007/s10961-017-9567-y

11. Mindeli L. E. [Science and innovations in modern Russia]. *Sovremennyye proizvoditelnyye sily* = Modern Productive Forces. 2014; 1:132–147. Available at: http://www.issras.ru/papers/energ03_2012_Mindeli.php (In Russ.)

12. Kobayashi S. The Ph.D. as a professional: Current status and issues concerning the early careers of doctorate holders. *Japan Labor Review*. 2011; 8(4):46–66. Available at: <http://www.ndsl.kr/ndsl/search/detail/article/articleSearchResultDetail.do?cn=NART58239215>

13. Shmatko N. A., Volkova G. Service or devotion? Motivation patterns of Russian researchers. *Foresight and STI Governance*. 2017; 11(2):54–66. Available at: <https://foresight-journal.hse.ru/data/2017/07/02/1171239676/4-Shmatko-54-66.pdf>

14. Pakhomov S. I., Gurtov V. A., Pennie I. V. Management of the quantitative and qualitative composition of the network of dissertational councils on the basis of rating systems. *Universitetskoye upravleniye: praktika i analiz* = University Management: Practice and Analysis. 2013; 1(83):51–59. Available at: <http://www.umj.ru/index.php/pub/inside/1431> (In Russ.)

15. Pakhomov S. I., Gurtov V. A., Shchegoleva L. V. Technology for the formation of a quantitative assessment of the dissertational council. *Informatizatsiya obrazovaniya i nauki* = Informatization of Education and Science. 2014; 4(24):127–136. Available at: science-expert.ru/docs/nauchnye-publikacii/Tekhnologiya%20formirovaniya%20kolichestvennoy%20oценки%20deyatelnosti%20диссертационного%20совета.pdf (In Russ.)

16. Abankina I. V., Abankina T. V., Nikolaenko Ye. A., Filatova L. M. Trends in the development of scientific and pedagogical cadres in Russia. *Ekonomika obrazovaniya* = Economics of Education. 2014; 1:34–59. Available at: <https://publications.hse.ru/chapters/118445238> (In Russ.)

17. Shishkanova I. A., Pakhomov S. I., Gurtov V. A., Pennie I. V. Criteria for evaluating the activity of dissertational councils for the transformation of the national VNK personnel certification network. *Aktualnye problemy rossiyskogo prava* = Relevant Problems of Russian Law. 2017; 4(77):208–216. Available at: http://aprp-msal.ru/netcat_files/521/703/Stranitsy_iz_APRP_4_2017_2_22.pdf (In Russ.)

18. Pakhomov S. I., Gurtov V. A., Shchegoleva L. V. The Dissertation Council as a mirror of Russian science. *Vestnik Rossiyskoy akademii nauk* = Bulletin of the Russian Academy of Sciences. 2013;



83(12):26–33. Available at: <http://openbudgetrf.ru/doc/408universitytechnologytransferthroughentrepreneurshipfacultyandstudentsinspinoffs.pdf> (In Russ.)

Submitted 02.10.2017; revised 07.11.2017; published online 19.12.2017

About the authors:

Sergey I. Pakhomov, Professor, Director of Department of Attestation of Scientific and Research and Teaching Staff, the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (51 Lyusinovskaya St., Moscow 117997, Russia), pahomov-si@mon.gov.ru,

Oleg V. Kulyamin, Department Assistant of Department of Attestation of Scientific and Research and Teaching Staff, the Ministry of Education and Science of the Russian Federation, (51 Lyusinovskaya St., Moscow 117997, Russia), kulyamin-ov@mon.gov.ru

Valery A. Gurtov, Professor, Head of Center of the Budget Monitoring, Petrozavodsk State University, (31 Prospekt Lenina, Petrozavodsk 185910, Russia), vgurt@petsu.ru

Ilya V. Penniye, Researcher of Center of Budget Monitoring, Petrozavodsk State University (31 Prospekt Lenina, Petrozavodsk 185910, Russia), ipennie@petsu.ru

Contribution of the co-authors:

S. I. Pakhomov: scientific guidance, statement of the problem, definition of research methodology, critical analysis, and revision of the text; O. V. Kulyamin: collection and analysis of analytical and practical materials on the research topic; V. A. Gurtov: analysis of scientific sources on the research topic and literature review, critical analysis and revision of the text; I. V. Penniye: computer data processing.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.



ПРОЦЕССЫ И МАШИНЫ АГРОИНЖЕНЕРНЫХ СИСТЕМ / AGROENGINEERING SYSTEMS OF PROCESSES AND MACHINES

УДК 621.182.3

DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.577-591

Оценка влияния порядка работы котлоагрегатов на их групповой удельный расход топлива

А. П. Левцев^{1*}, О. А. Кручинкина¹, Ши Юаньюань¹⁻²¹ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Россия)²Университет Дзянсу (г. Чжэньцзян, КНР)

*levtzevap@mail.ru

Введение. Удельный расход топлива (УРТ) для котельной относится к важнейшим показателям эффективности ее работы как в текущем, так и прогнозируемом периодах. С переходом к долгосрочным тарифам значимость данного показателя возрастает. Установка технических узлов учета тепловой энергии от котельных позволила оценивать фактический УРТ за интересующий период с достаточной точностью. Однако задача управления режимами работы котлоагрегатов, позволяющая получить минимальный УРТ, осталась нерешенной. В данной работе предложен алгоритм нахождения оптимального группового УРТ на отпуск тепловой энергии от котельной в зависимости от температуры наружного воздуха, основанный на использовании метода линейного программирования. Составлены режимные карты на примере двух котельных («Центральная» и «Химмаш» АО «МЭК» г. Рузаевка) по режимным картам и по прямым балансам для отдельных котлоагрегатов, позволяющие управлять режимами работы котлоагрегатов с минимальным, средним и максимальным групповым УРТ. Внедрение режимных карт на указанных котельных позволило снизить групповой УРТ до 10 %.

Материалы и методы. Исследование групповых УРТ проводилось с использованием результатов технологического аудита АО «МЭК» (г. Рузаевка, отопительный период 2016–2017 гг.). Для анализа были выбраны две квартальных котельных с нагрузками более 10 Гкал/час. Котельная «Центральная» включает 4 котла, котельная «Химмаш» – 3 котла. В процессе работы использовались общенаучные методы, а также методы линейного программирования.

Результаты исследования. Чтобы выявить зависимость влияния порядка работы котлоагрегатов на их групповой УРТ, были составлены алгоритм и программа. Данная задача решается методом линейного программирования. Алгоритм нахождения оптимального группового УРТ представляет последовательность шагов. Во-первых, составляется комбинация i -х котлоагрегатов в j -х режимах их нагрузки для обеспечения нагрузки котельной, соответствующей k -й температуре наружного воздуха. Во-вторых, записывается целевая функция и проверяется на экстремум (минимум, максимум, среднее значение), из которой вычисляются комбинации i -х котлоагрегатов в j -х режимах их нагрузки для обеспечения нагрузки котельной (при k -й температуре наружного воздуха), соответствующие минимальному потреблению топлива. Для найденных комбинаций находится групповой УРТ. Алгоритм реализован в табличном редакторе на примере двух котельных г. Рузаевка («Цент-

ральная» и «Химмаш»). Рассчитаны минимальный, максимальный и средний УРТ на выработку тепловой энергии от каждой из котельных в зависимости от температуры наружного воздуха.

Обсуждение и заключения. Практика энергетических обследований теплосетевых компаний в системах коммунального теплоснабжения показала, что более половины котлоагрегатов работает в ручном режиме. Групповой фактический УРТ на выработку (отпуск) тепловой энергии в котельной отличается от расчетного, утвержденного в тарифе, на 20 % и более. Одним из эффективных и малозатратных мероприятий по снижению УРТ на отпуск тепловой энергии от котельной является повышение точности соблюдения режимов горения и строгого выполнения порядка работы котлоагрегатов. Последнее достигается за счет разработки режимных карт для котельных, которые составляются по результатам технологического аудита. Задача определения оптимального порядка работы котлоагрегатов с различными индивидуальными УРТ на выработку тепловой энергии от котельных решается методом линейного программирования. В статье предложен алгоритм нахождения оптимального группового УРТ на выработку тепловой энергии от котельной в зависимости от температуры наружного воздуха. Для котельной «Центральная» разница между минимальным и максимальным УРТ составляет 6,8 % по режимным картам и 17,74 % – фактически. Для котельной «Химмаш» разница между минимальным и максимальным УРТ составляет 2,29 % и 13,8 % соответственно. Режимные карты для котельных «Центральная» и «Химмаш» были внедрены на предприятии АО «МЭК», что позволило в режимах малых и средних нагрузок (температура наружного воздуха до -10 °C) снизить потребление газа до 10 %.

Ключевые слова: удельный расход топлива, котлоагрегат, метод линейного программирования, режимная карта, тепловая энергия, теплосетевая компания, нагрузка

Для цитирования: Левцев А. П., Кручинкина О. А., Юаньюань Ши. Оценка влияния порядка работы котлоагрегатов на их групповой удельный расход топлива // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 4. С. 577–591. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.577-591

Evaluation of Efficiency of Boiler Units in Their Group Specific Fuel Consumption

A. P. Levtshev^{a*}, O. A. Kruchinkina^a, Shi Yuan Yuan^{a-b}

^aNational Research Mordovia State University (Saransk, Russia)

^bJiangsu University (Jiangsu, China)

*levtzevap@mail.ru

Introduction. Specific fuel consumption (SFC) for the boiler is the most important performance indicators of the work, both in the current and projected periods. The technical installation of metering stations of thermal energy from the boiler made it possible to evaluate the actual SFC over the period of interest with sufficient accuracy. However, the problem of controlling modes for operation of boiler units, which allows obtaining the minimum SFS remained unresolved. This paper presents the algorithm of finding the optimal group SFC for the boiler depending on the outside temperature. This approach is based on the linear programming method.

Materials and Methods. The study of the group specific fuel consumption was carried out using the results of technological audit in Ruzaevka (Republic of Mordovia) in 2016–2017. For analysis we selected two district boiler with loads more 10 Gcal/hour. We used the general scientific methods and methods of linear programming.

Results. To reveal the dependence of the effect of the order of operation of boiler units in their group SFC we developed an algorithm and a program. This problem can be solved by linear programming methods. The algorithm for finding the optimal group SFC represents a sequence of steps. The algorithm is implemented using a spreadsheet



program in two boilers in Ruzaevka. We presented the calculated minimum, maximum and average SFC for the production of thermal energy from each of the boiler depending on the outdoor temperature.

Discussion and Conclusions. One of the most effective and low-cost measures to reduce SFC for the heat energy from the boiler is to increase the accuracy of the compliance regimes of burning and strict compliance with the order of the boilers. The problem of determining the optimal order of operation of boiler units with a variety of individual SFC for the production of thermal energy from boilers is solved by linear programming. The findings of this study have a number of practical implications in the heating systems.

Keywords: specific fuel consumption, boiler, method of linear programming, regime map, heat energy, heat distribution company, load

For citation: Levtshev A. P., Kruchinkina O. A., Yuan Yuan Shi. Evaluation of Efficiency of Boiler Units in Their Group Specific Fuel Consumption. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2017; 27(4):577–591. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.577-591

Введение

Как показывает практика энергетических обследований теплосетевых компаний за последние 5 лет, в системах коммунального теплоснабжения городских и сельских поселений районного масштаба более половины котлоагрегатов работает в ручном режиме. Для приблизительно одинаковых по мощности котельных их групповой фактический удельный расход топлива (УРТ) может различаться до 20 % и более. Одни специалисты в области эксплуатации теплогенерирующих установок относят это к нарушениям режимов работы конкретных котлоагрегатов. Другие отмечают низкое качество режимно-наладочных испытаний котлоагрегатов и недостаточный опыт работы операторов. В процессе технологического аудита работы котлоагрегатов было выявлено, что главной причиной такого положения является несогласованный групповой порядок работы котлоагрегатов и достоверность отслеживания конкретного режима котлоагрегата.

Обзор литературы

Проблема прогнозирования потребности в топливе для котельных рассматривалась с XX в. Наибольшую известность получили методики, разработанные Академией коммунального хозяйства им К. Д. Памфилова¹. В последние годы широкое распространение при теплотехнических испытаниях котлов получила методика, разработанная профессором М. Б. Равичем². При расчетах по этой методике не требуется выполнять трудоемкие работы по определению состава и теплоты сгорания топлива, вследствие чего облегчается обработка результатов испытаний. Методика основана на использовании некоторых обобщенных характеристик топлива, подвергающихся незначительным колебаниям при изменении его состава и теплоты сгорания.

Определению норм расхода газа в котельной была еще в 1966 г. посвящена методика, разработанная ВНИИ-Промгаз³, а также временная методика

¹ Инструкция по нормированию расхода газа в промышленных котельных малой производительности. Утв. Мин. Газпромом 28.05.1966. ВНИИПромгаз. URL: https://ohranatruda.ru/ot_biblio/normativ/data_normativ/46/46503

² Временная методика нормирования расхода газа в котлах малой и средней мощности. Утв. Мин. Газпрома 27.01.1982. ВНИИПромгаз. М. : ВНИИЭгазпром, 1983.

³ Методические указания по определению расходов топлива, электроэнергии и воды на выработку тепла отопительными котельными коммунальных предприятий. АКХ им. К. Д. Памфилова. М., 1994. URL: http://www.os39.ru/file/oksana/metodicheskie_ukazaniya_po_opredeleniyu_raskhodov_topliva_elektroenergii_i.pdf

1983 г.⁴ На их основе была разработана методика⁵, которая предполагает определение индивидуальных и групповых удельных норм расхода газа в котельных. В данной методике в качестве одной из мер снижения удельного расхода газа предлагается нахождение оптимальных режимов работы котлов [1–2]. Указанные методики имеют ряд достоинств, однако не учитывают порядка работы котлоагрегатов в котельной.

Целью работы является выявление зависимости влияния порядка работы котлоагрегатов на их групповой УРТ.

Материалы и методы

Исследование проводилось на примере двух котельных АО «МЭК». Котельная «Центральная» включает 4 котла, котельная «Химмаш» – 3 котла. В процессе работы использовались общенаучные методы, а также методы линейного программирования.

Результаты исследования

Чтобы выявить зависимость влияния порядка работы котлоагрегатов на их групповой УРТ, были составлены алгоритм и программа. Данная задача решается методом линейного программирования⁶ [3–5]. Алгоритм нахождения оптимального группового УРТ представлен последовательностью шагов, приведенных ниже.

1. Составляется комбинация i -х котлоагрегатов в j -х режимах их нагрузки для обеспечения нагрузки ко-

тельной, соответствующей k -й температуре наружного воздуха:

$$\sum_{i=1}^N Q_i K_i = \bar{Q}_j. \quad (1)$$

2. Записывается целевая функция и проверяются на экстремум (минимум, максимум, среднее значение); на ее основе вычисляются комбинации i -х котлоагрегатов в j -х режимах их нагрузки для обеспечения нагрузки котельной (при k -й температуре наружного воздуха), соответствующие минимальному потреблению топлива:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M Q_{ij} K_{ij} b_{ij} \rightarrow \min. \quad (2)$$

3. Для найденных комбинаций вычисляется групповой УРТ:

$$\bar{b}_j = \frac{\sum_{i=1}^N Q_{ij} b_{ij}}{\sum Q_{ij}}. \quad (3)$$

Данный алгоритм реализован на примере двух котельных г. Рузаевка («Центральная» и «Химмаш»). В табл. 1 приведены результаты расчета УРТ по режимным картам. В отдельных колонках приведены минимальный, максимальный и средний УРТ на выработку тепловой энергии от котельной «Центральная» в зависимости от температуры наружного воздуха.

⁴ Равич М. Б. Топливо и эффективность его использования. М. : Наука, 1971. 358 с. URL: <http://www.teplota.org.ua/2010-03-06-ravich-m-b-toplivo-i-effektivnost-ego-ispolzovaniya.html>

⁵ РД 1.19-126-2004 «Методика расчета удельных норм расхода газа на выработку тепловой энергии и расчета потерь в системах теплоснабжения (котельные и тепловые сети)» предполагает определение индивидуальных и групповых норм. URL: http://www.infosait.ru/norma_doc/46/46503

⁶ Палий И. А. Линейное программирование : учеб. пособие. М. : Эксмо, 2008. 256 с.



Таблица 1

Table 1

**Результаты расчета удельного расхода топлива по режимным картам
(котельная «Центральная»)**

Results of calculation of specific fuel consumption on regime maps (Tsentrlnaya boiler compartment)

Температура наружного воздуха, °C / Outside air tempera- ture, °C	Нагрузка по ко- тельной, Гкал/ч / Load of the boiler, Gcal/h	Режимы работы котлов / Boiler operation modes				Минималь- ный УРТ, кг.у.т./Гкал / Minimal SFC, kg of standard fuel/Gcal	Максималь- ный УРТ, кг.у.т./Гкал / Maximal SFC, kg of standard fuel/Gcal	Средний УРТ, кг.у.т./Гкал / Средний Average SFC, kg of standard fuel/Gcal
1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	4,45175	1.3	2.4	0	0	167,6798	179,1290	172,9011
7	4,89693	1.3	2.4	0	0	167,6798	179,1290	172,9045
6	5,34211	1.3	2.4	0	0	167,6798	179,1290	172,9005
5	5,78728	1.3	2.4	0	0	167,6798	179,1290	172,9027
4	6,23246	1.3	2.4	0	0	167,6798	179,1290	172,8811
3	6,67763	1.3	2.4	0	0	167,6798	178,4129	172,8799
2	7,12281	1.3	2.3	0	0	167,8657	177,8422	172,8701
1	7,56798	1.3	2.1	0	0	168,0879	177,8422	172,8716
0	8,01316	1.4	2.1	0	0	168,4317	177,8422	172,8799
-1	8,45833	1.3	2.4	3.1	0	169,2553	175,7872	172,8799
-2	8,90351	1.3	2.4	3.1	0	169,2553	175,7872	172,8740
-3	9,34868	1.3	2.4	3.1	0	169,2553	175,6838	172,8588
-4	9,79386	1.3	2.4	3.3	0	169,2981	175,6838	172,8447
-5	10,23903	1.3	2.4	3.3	0	169,2981	175,3842	172,8371
-6	10,68421	1.3	2.3	3.3	0	169,3456	175,2618	172,8495
-7	11,12939	1.3	2.1	3.3	0	169,4446	175,2618	172,8492
-8	11,57456	1.3	2.2	3.3	0	169,5969	174,9900	172,8843
-9	12,01974	1.4	2.2	3.3	0	169,7756	174,9543	172,9057
-10	12,46491	1.4	2.2	3.4	0	170,1730	174,5182	172,9062
-11	12,91009	1.3	2.3	3.3	4.1	171,8593	174,5182	172,9152
-12	13,35526	1.3	2.3	3.3	4.1	171,8593	173,7816	172,9222
-13	13,80044	1.3	2.1	3.3	4.1	171,8708	173,7816	172,9345
-14	14,24561	1.4	2.1	3.3	4.1	171,9590	173,6591	172,9485

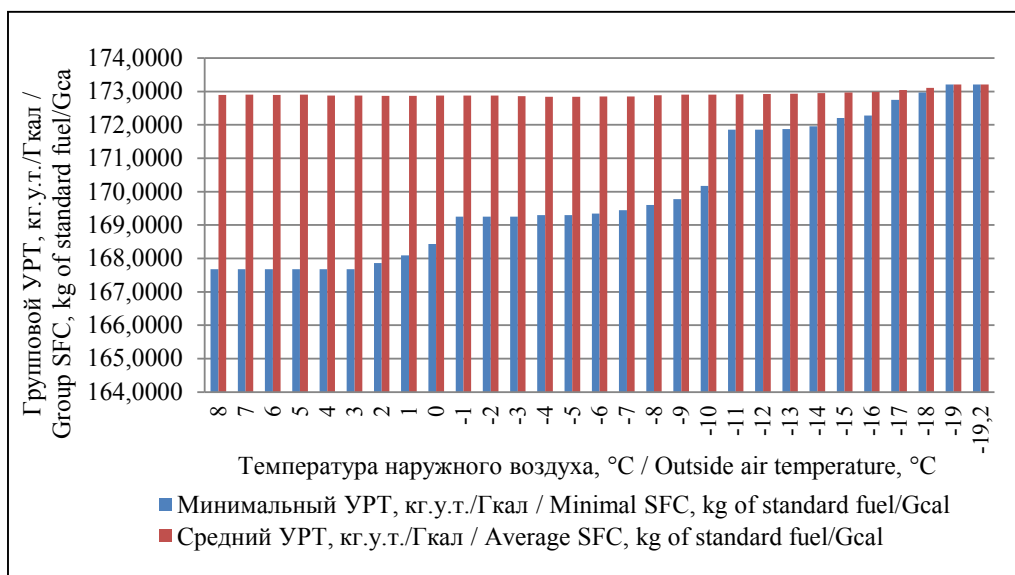
Окончание табл. 1 / End of table 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-15	14,69079	1.3	2.2	3.4	4.1	172,2089	173,6532	172,9694
-16	15,13596	1.4	2.2	3.4	4.1	172,2833	173,6532	172,9920
-17	15,58114	1.4	2.2	3.3	4.3	172,7535	173,4764	173,0449
-18	16,02632	1.4	2.2	3.4	4.3	172,9711	173,2111	173,1060
-19	16,47149	1.4	2.2	3.4	4.4	173,2111	173,2111	173,2111
-19,2	16,56053	1.4	2.2	3.4	4.4	173,2111	173,2111	173,2111

Для наглядности изменение значений УРТ приведено на рис. 1. Как видно из данного рисунка, минимальное значение УРТ на выработку тепловой энергии от котельной «Центральная» по режимным картам в зависимости от режимов работы котлоагрегатов и нагрузки меняется от 167,68 до 173,21 кг.у.т./Гкал. Максимальное значение УРТ на малых режимах может достигать 179,13 кг.у.т./Гкал. Разница между минимальным и максимальным УРТ составляет 6,8 %. Фактический

УРТ на выработку тепловой энергии от котельной «Центральная» существенно отличается от результатов режимной наладки из-за объективных причин, главной из которых является грубая настройка режимов горения при ручном управлении.

В табл. 2 приведены результаты расчета оптимизированных фактических значений УРТ на выработку тепловой энергии от котельной «Центральная» (минимальный, максимальный и средний УРТ).



Р и с. 1. Изменение минимального и среднего УРТ по режимным картам от котельной «Центральная» в зависимости от температуры наружного воздуха

Fig. 1. Change the minimum and the average of SFC on regime maps from the Tsentralnaya boiler depending on the outside temperature



Таблица 2

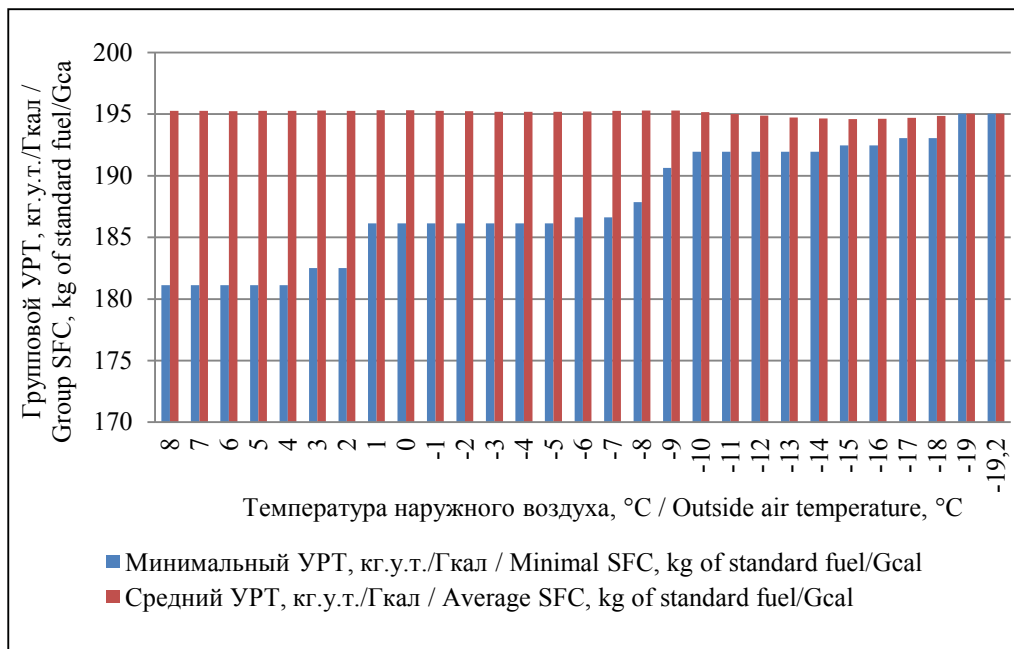
Table 2

Результаты расчета фактического удельного расхода топлива (котельная «Центральная»)**Results of the calculation of actual specific fuel consumption (Tsentrlnaya boiler compartment)**

Температура наружного воздуха, °C / Outside air tempera- ture, °C	Нагрузка по котельной, Гкал/ч / Load of the boiler, Gcal/h	Режимы работы котлов / Boiler operation modes				Минималь- ный УРТ, кг.у.т./Гкал / Minimal SFC, kg of standard fuel/Gcal	Максималь- ный УРТ, кг.у.т./Гкал / Maximal SFC, kg of standard fuel/Gcal	Средний УРТ, кг.у.т./Гкал / Average SFC, kg of standard fuel/Gcal
8	4,45175	0	2.4	0	4.4	181,1323	214,8735	195,2716
7	4,89693	0	2.4	0	4.4	181,1323	214,8735	195,2778
6	5,34211	0	2.4	0	4.4	181,1323	211,3360	195,2475
5	5,78728	0	2.4	0	4.4	181,1323	211,1693	195,2696
4	6,23246	0	2.4	0	4.4	181,1323	211,1693	195,2655
3	6,67763	0	2.1	0	4.4	182,5036	209,3977	195,2946
2	7,12281	0	2.1	0	4.4	182,5036	208,4015	195,2791
1	7,56798	1.2	2.4	0	4.4	186,1435	208,4015	195,3301
0	8,01316	1.2	2.4	0	4.4	186,1435	208,4015	195,3301
-1	8,45833	1.2	2.4	0	4.4	186,1435	206,7927	195,2672
-2	8,90351	1.2	2.4	0	4.4	186,1435	206,7927	195,2337
-3	9,34868	1.2	2.4	0	4.4	186,1435	206,7927	195,1996
-4	9,79386	1.2	2.4	0	4.4	186,1435	205,7910	195,1880
-5	10,23903	1.2	2.4	0	4.4	186,1435	205,4820	195,1918
-6	10,68421	1.2	2.1	0	4.4	186,6292	204,6638	195,2097
-7	11,12939	1.2	2.1	0	4.4	186,6292	203,8489	195,2794
-8	11,57456	1.4	2.1	0	4.4	187,8553	201,5441	195,2847
-9	12,01974	1.4	2.2	0	4.4	190,6369	201,5441	195,2856
-10	12,46491	1.2	2.4	3.2	4.4	191,9474	200,9447	195,1592
-11	12,91009	1.2	2.4	3.2	4.4	191,9474	200,9447	194,9979
-12	13,35526	1.2	2.4	3.2	4.4	191,9474	200,4480	194,8782
-13	13,80044	1.2	2.1	3.2	4.4	191,9614	200,4165	194,7183
-14	14,24561	1.2	2.1	3.2	4.4	191,9614	199,9728	194,6416
-15	14,69079	1.2	2.1	3.4	4.4	192,4670	199,9728	194,6014
-16	15,13596	1.2	2.1	3.4	4.4	192,4670	199,4763	194,6274
-17	15,58114	1.4	2.1	3.4	4.4	193,0668	195,9493	194,7025
-18	16,02632	1.4	2.1	3.4	4.4	193,0668	195,5840	194,8659
-19	16,47149	1.4	2.2	3.4	4.4	195,0326	195,0326	195,0326
-19,2	16,56053	1.4	2.2	3.4	4.4	195,0326	195,0326	195,0326

Как видно из данной таблицы, минимальный УРТ на выработку тепловой энергии от котельной «Центральная» изменяется от 181,13 до 195,03 кг.у.т./Гкал. Максимальное значение УРТ на малых режимах составляет 214,87 кг.у.т./Гкал,

что на 18,74 % превышает минимальный УРТ. По отношению к среднему режиму в оптимальном режиме УРТ меньше на 7,8 %. Для наглядности применение минимального и среднего УРТ приведено на рис. 2.



Р и с. 2. Изменение фактического минимального и среднего УРТ на выработку тепловой энергии от котельной «Центральная» в зависимости от температуры наружного воздуха

F i g. 2. Change the actual minimum and average SFC for the production of thermal energy from boiler-house "Central" depending on the outside temperature

Аналогично в табл. 3 и 4 приведены результаты расчетов УРТ на выработку тепловой энергии в котельной «Хим-маш» по режимным картам и фак-

тическим замерам соответственно (расход теплоносителя через котлы, перепады температур при изменении нагрузки).



Результаты расчета удельного расхода топлива по режимным картам (котельная «Химмаш»)

Results of calculation of specific fuel consumption on regime maps (Khim mash boiler compartment)

Температура наружного воздуха, °C / Outside air tempera- ture, °C	Нагрузка по котельной, Гкал/ч / Load of the boiler, Gcal/h	Режимы рабо- ты котлов / Boiler operation modes			Минималь- ный УРТ, кг.у.т./Гкал / Minimal SFC, kg of standard fuel/Gcal	Максималь- ный УРТ, кг.у.т./Гкал / Maximal SFC, kg of standard fuel/Gcal	Средний УРТ, кг.у.т./Гкал / Average SFC, kg of standard fuel/Gcal
1	2	3	4	5	6	7	8
8	3,09042	1.2	0	0	160,6600	164,3445	162,7689
7	3,39946	1.3	0	0	160,9200	164,3445	162,7868
6	3,7085	1.3	0	0	160,9200	164,3445	162,7868
5	4,01754	1.1	0	3.4	160,9584	164,3445	162,8157
4	4,32658	1.1	0	3.4	160,9584	164,3445	162,8157
3	4,63563	1.1	0	3.4	160,9584	164,3445	162,8301
2	4,94467	1.1	0	3.4	160,9584	164,3445	162,8297
1	5,25371	1.1	0	3.4	160,9584	164,3445	162,8308
0	5,56275	1.1	0	3.4	160,9584	164,3445	162,8255
-1	5,87179	1.1	0	3.4	160,9584	164,3445	162,8170
-2	6,18083	1.1	0	3.4	160,9584	164,3445	162,8160
-3	6,48988	1.1	0	3.4	160,9584	164,3445	162,8159
-4	6,79892	1.2	0	3.4	161,0076	164,3445	162,8274
-5	7,10796	1.3	0	3.4	161,1076	164,3445	162,8229
-6	7,41700	1.3	0	3.4	161,1076	164,3325	162,8062
-7	7,72604	1.4	0	3.4	161,2240	164,2672	162,7928
-8	8,03508	1.4	0	3.4	161,2240	164,2672	162,7719
-9	8,34413	1.3	0	3.1	161,9501	164,1576	162,7947
-10	8,65317	1.3	0	3.1	161,9501	164,1576	162,7937
-11	8,96221	1.4	0	3.1	161,9978	163,3338	162,7994
-12	9,27125	1.4	0	3.1	161,9978	163,3338	162,8257
-13	9,580291667	1.4	2.1	3.4	162,140109	163,3338366	162,857077
-14	9,889333333	1.4	2.1	3.4	162,140109	163,3338366	162,90194
-15	10,198375	1.4	2.2	3.4	162,2089271	163,3338366	162,926405
-16	10,50741667	1.3	2.4	3.4	162,2253403	163,327707	162,953634
-17	10,81645833	1.4	2.4	3.4	162,249776	163,327707	162,974024
-18	11,1255	1.4	2.4	3.4	162,249776	163,2824555	162,978648
-19	11,43454167	1.4	2.4	3.1	162,741858	163,2168815	163,011797



Окончание табл. 3 / End of table 3

1	2	3	4	5	6	7	8
-20	11,74358333	1.4	2.4	3.1	162,741858	163,2168815	163,021171
-21	12,052625	1.4	2.4	3.1	162,741858	163,1908746	163,052606
-22	12,36166667	1.4	2.4	3.1	162,741858	163,1660617	163,023887
-23	12,67070833	1.4	2.4	3.2	162,9600311	163,1660617	163,086253
-24	12,97975	1.4	2.4	3.3	163,132666	163,132666	163,132666
-24,5	13,13427083	1.4	2.4	3.3	163,132666	163,132666	163,13267

Таблица 4

Table 4

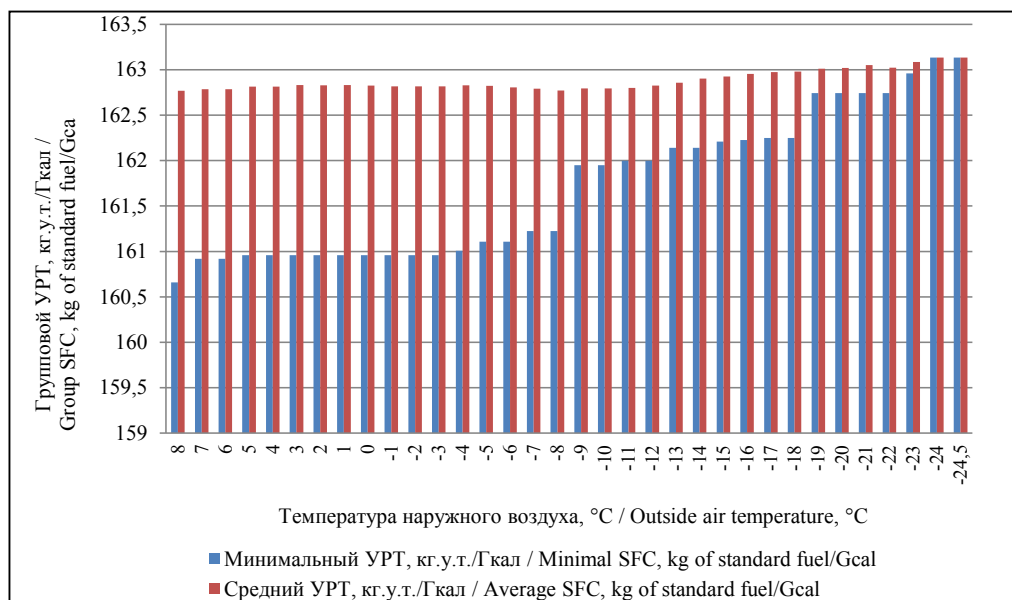
Результаты расчета фактического удельного расхода топлива (котельная «Химмаш»)
Results of the calculation of actual specific fuel consumption (Khim mash boiler compartment)

Температура наружного воздуха, °C / Outside air temperature, °C	Нагрузка по котельной, Гкал/ч / Load of the boiler, Gcal/h	Режимы рабо- ты котлов / Boiler operation modes			Минималь- ный УРТ, кг.у.т./Гкал / Minimal SFC, kg of standard fuel/Gcal	Максималь- ный УРТ, кг.у.т./Гкал / Maximal SFC, kg of standard fuel/Gcal	Средний УРТ, кг.у.т./Гкал / Average SFC, kg of standard
1	2	3	4	5	6	7	8
8	3,09042	1.4	0	0	176,0466	200,3769	187,0022
7	3,39946	1.4	0	0	176,0466	200,3769	187,0298
6	3,7085	1.4	0	0	176,0466	200,3769	187,0298
5	4,01754	1.4	0	0	176,0466	200,3769	187,1223
4	4,32658	1.4	0	0	176,0466	200,3769	187,1223
3	4,63563	1.4	0	3.1	178,4682	194,3930	187,1032
2	4,94467	1.4	0	3.1	178,4682	194,3006	187,0953
1	5,25371	1.4	0	3.1	178,4682	194,3006	187,0349
0	5,56275	1.4	0	3.1	178,4682	194,3006	186,9552
-1	5,87179	1.4	0	3.1	178,4682	194,3006	186,7895
-2	6,18083	1.4	0	3.1	178,4682	194,3006	186,7870
-3	6,48988	1.4	0	3.1	178,4682	194,3006	186,7641
-4	6,79892	1.4	0	3.1	178,4682	194,3006	186,7988
-5	7,10796	1.4	0	3.1	178,4682	193,9438	186,7491
-6	7,41700	1.4	0	3.1	178,4682	193,9121	186,7214
-7	7,72604	1.4	0	3.1	178,4682	193,9121	186,7744
-8	8,03508	1.4	0	3.1	178,4682	193,9121	186,7075
-9	8,34413	1.4	0	3.1	178,4682	193,9121	186,7021



Окончание табл. 4 / End of table 4

1	2	3	4	5	6	7	8
-10	8,65317	1.4	0	3.1	178,4682	193,9121	186,6009
-11	8,96221	1.4	0	3.1	178,4682	193,9121	186,5967
-12	9,27125	1.4	0	3.1	178,4682	193,9121	186,5865
-13	9,58029	1.4	2.3	3.1	181,4506	193,9121	186,6873
-14	9,88933	1.4	2.3	3.1	181,4506	193,6625	186,5783
-15	10,19838	1.4	2.3	3.1	181,4506	191,1591	186,4192
-16	10,50742	1.4	2.3	3.1	181,4506	191,1591	186,3483
-17	10,81646	1.4	2.3	3.1	181,4506	191,1591	186,1046
-18	11,12550	1.4	2.3	3.1	181,4506	191,0092	185,7314
-19	11,43454	1.4	2.3	3.1	181,4506	188,7087	185,5094
-20	11,74358	1.4	2.3	3.1	181,4506	188,6257	185,3532
-21	12,05263	1.4	2.4	3.1	182,4023	186,9499	185,3346
-22	12,36167	1.4	2.4	3.1	182,4023	186,9127	184,9584
-23	12,67071	1.4	2.3	3.3	184,7183	185,5086	185,2441
-24	12,97975	1.4	2.4	3.3	185,5053	185,5053	185,5053
-24,5	13,13427	1.4	2.4	3.3	185,5053	185,5053	185,5053

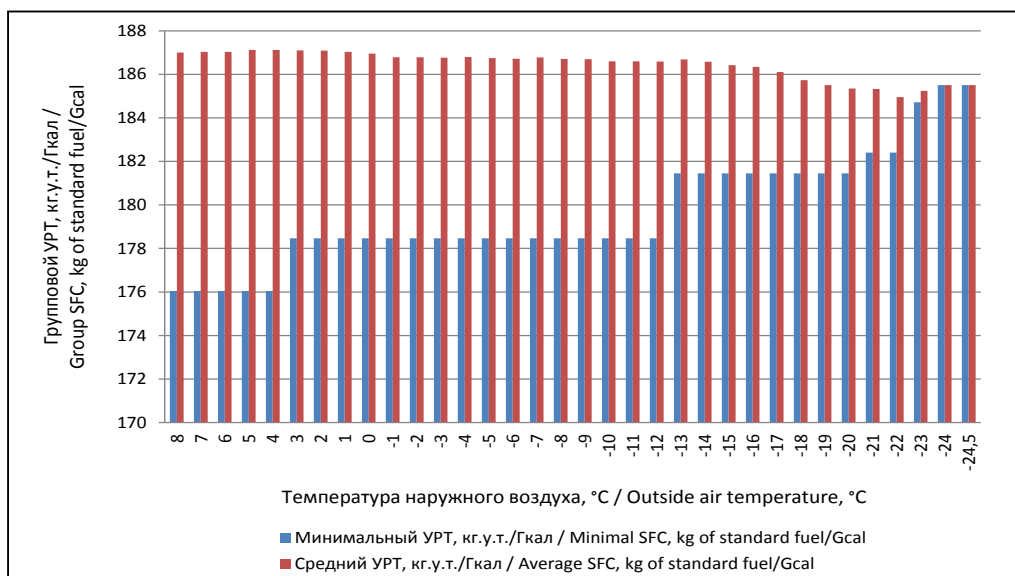


Р и с. 3. Изменение минимального и среднего УРТ по режимным картам от котельной «Химмаш» в зависимости от температуры наружного воздуха

F i g. 3. Change of the minimum and the average SFC on regime maps of Khimmash boiler compartment depending on the outside temperature

Как видно из табл. 3 минимальное (оптимальное) значение УРТ на выработку тепловой энергии от котельной «Химмаш» составляет 160,66 кг.у.т./Гкал, максимальное – 164,34 кг.у.т./Гкал на малых режимах. Разница между УРТ составляет 2,29 %. Для наглядности изменение минимального и среднего УРТ на выработку тепловой энергии от котельной «Химмаш» приведены на рис. 3 в зависимости от температуры наружного воздуха.

Изменение фактического УРТ на выработку тепловой энергии от котельной «Химмаш» в результате ее испытаний по прямому балансу между минимальным и максимальным значениями в режиме малых нагрузок составило 13,8 %. Срезка температурного графика происходит на $-24,5^{\circ}\text{C}$, что также не достигает -30°C . Для наглядности на рис. 4 приведено изменение минимального и среднего значений УРТ на выработку тепловой энергии от котельной «Химмаш».



Р и с. 4. Изменение фактического минимального и среднего УРТ на выработку тепловой энергии от котельной «Химмаш» в зависимости от температуры наружного воздуха

F i g. 4. Change of the actual minimum and average SFC for thermal energy from Khimmash boiler compartment depending on the outside temperature

Из данного рисунка видно, что существенное отклонение между ними наблюдается до температуры наружного воздуха, равного -12°C .

Обсуждение и заключения

1. Практика энергетических обследований теплосетевых компаний в системах коммунального теплоснабжения показала, что более половины котлоагрегатов работает в ручном режиме [6–8]. Групповой фактический УРТ на выработку (отпуск) тепловой энергии

от котельной отличается от расчетного, утвержденного в тарифе, на 20 % и более [9–11]. Одним из эффективных и малозатратных мероприятий по снижению УРТ на отпуск тепловой энергии от котельной является повышение точности соблюдения режимов горения и порядка работы котлоагрегатов. Последнее достигается за счет разработки режимных карт для котельных, которые можно составить по результатам технологического аудита котельных.



2. Задача определения оптимального порядка работы котлоагрегатов с различными индивидуальными УРТ на выработку тепловой энергии от котельных решается методом линейного программирования. В статье предложен алгоритм нахождения оптимального группового УРТ на выработку тепловой энергии от котельной в зависимости от температуры наружного воздуха.

3. Для котельной «Центральная» разница между минимальным и мак-

симальным УРТ составляет 6,8 % по режимным картам, а по факту 17,74 %. Для котельной «Химмаш» разница между минимальным и максимальным УРТ составляет 2,29 %, а по факту – 13,8%.

4. Режимные карты для котельных «Центральная» и «Химмаш» были внедрены на предприятии АО «МЭК», что позволило в режимах малых и средних нагрузок (до -10 °С) снизить потребление газа до 10 %.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Левцев А. П., Кручинкина О. А., Ениватов А. В. Экспресс-оценка эффективности функционирования систем централизованного теплоснабжения // Вестник НИИ гуманитарных наук при Правительстве Республики Мордовия. 2015. Т. 33, № 1. С. 79–88. URL: <https://www.google.ru/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0ahUKewjpppKqyfTWAhUHQZoKHaXQCKsQFggpMAE&url=https%3A%2F%2Fcyberleninka.ru%2Farticle%2Fn%2Fproblemy-energoberezheniya-regiona-i-puti-ih-resheniya.pdf&usq=AOvVaw2-ij9dKxnwhwCih1F3LAVE>

2. Кручинкина О. А., Мельникова М. Б. Методика определения фактических удельных расходов топлива котлоагрегатов // Энергоэффективные и ресурсосберегающие технологии и системы : межвуз. сб. науч. тр. Саранск, 2013. С. 267–269.

3. Левцев А. П., Макеев А. Н., Макеев С. Н. Анализ причин снижения эффективности теплопередачи в системе традиционного теплоснабжения // Актуальные проблемы современной науки: свежий взгляд и новые подходы : сб. мат-лов I Междунар. науч.-практ. конф. Йошкар-Ола : Приволжский научно-исследовательский центр, 2012. С. 36–39.

4. Опыт регулирования теплопотребления путем модернизации индивидуального теплового пункта / Т. И. Королева [и др.] // Региональная архитектура и строительство. 2013. № 2. С. 109–114.

5. Макеев А. Н., Левцев А. П. Импульсные системы теплоснабжения общественных зданий // Региональная архитектура и строительство. 2010. № 2. С. 108–114. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=15322273>

6. Энергосберегающие мероприятия в системах отопления общественных зданий / Т. И. Королева [и др.] // Региональная архитектура и строительство. 2012. № 2. С. 154–158.

7. Левцев А. П., Макеев А. Н., Лазарев А. А. Моделирование теплопередачи в импульсной системе теплоснабжения // Омский научный вестник. 2012. Т. 107, № 1. С. 216–217. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-teploperedachi-v-impulsnoy-sisteme-teplosnabzheniya>

8. Левцев А. П., Кручинкина О. А. Проблемы энергосбережения региона и пути их решения // Регионология. 2014. Т. 86, № 1. С. 66–72. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/problemy-energoberezheniya-regiona-i-puti-ih-resheniya>

9. Автоматизированная система регистрации показателей теплопотребления и регулирования подачи теплоносителя в учебном заведении / А. П. Левцев [и др.] // Энергоресурсосберегающие технологии и системы в АПК : межвуз. сб. науч. тр. Саранск, 2003. С. 32–36.

10. Левцев А. П., Кручинкина О. А. Методика определения фактических теплопотерь и термических сопротивлений на отдельных участках теплосети // Энергоэффективные и ресурсосберегающие технологии и системы : межвуз. сб. науч. тр. Саранск, 2013. С. 263–267.

11. Левцев А. П., Макеев А. Н., Макеев С. Н. К вопросу повышения энергетической эффективности теплоиспользующих установок // Энергоэффективные и ресурсосберегающие технологии и системы : мат-лы Междунар. науч.-практ. конф., посвященной 55-летию Института механики и энергетики. Саранск, 2012. С. 269–271.

Поступила 27.07.2017; принята к публикации 18.10.2017; опубликована онлайн 19.12.2017

Об авторах:

Левцев Алексей Павлович, заведующий кафедрой теплоэнергетических систем, Институт механики и энергетики, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевицкая, д. 68), доктор технических наук, профессор, levtzevap@mail.ru

Кручинкина Ольга Алексеевна, магистрантка кафедры теплоэнергетических систем, Институт механики и энергетики ФГБОУ ВПО «МГУ им. Н.П. Огарева» (Россия, г. Саранск, ул. Большевицкая, д. 68), levkuol@gmail.com

Юаньюань Ши, магистрантка по направлению «Теплоэнергетика и теплотехника», Институт механики и энергетики, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевицкая, д. 68), Университет Дзянсу, (г. Чжэньцзян, КНР), shiyuanyuan0908@163.com

Вклад соавторов:

А. П. Левцев: научное руководство, анализ и доработка текста; О. А. Кручинкина: подготовка начального текста с последующей доработкой, анализ литературных данных; Ши Юаньюань: подготовка и первичный анализ литературных данных.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

REFERENCES

1. Levtshev A. P., Kruchinkina O. A., Enivatov A. V. Rapid evaluation of the efficiency of district heating systems. *Vestnik NII humanitarnykh nauk pri Pravительstve Respubliki Mordoviya* = Bulletin of Research Institute of Humanities at Government of Republic of Mordovia. 2015; 1(33): 79–88. Available at: <https://www.google.ru/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0ahUKewjpppKqyfTWAhUhQZoKHaxQCKsQFggpMAE&url=https%3A%2F%2Fcyberleninka.ru%2Farticle%2Fn%2Fproblemy-energobezrezheniya-regiona-i-puti-ih-resheniya.pdf&usg=AOvVaw2-ij9dKxnwhwCih1F3LAVE> (In Russ.)
2. Kruchinkina O. A., Melnikova M. B. Method of determining the actual specific fuel consumption of the boilers. In: Energy and resource saving technologies and systems: Proceedings. Saransk: Mordovia University Publ.; 2013; 267–269. (In Russ.)
3. Levtshev A. P., Makeev, A. N., Makeev S. N. Analysis of the causes of reduced efficiency of heat transfer in the system of traditional heat supply. In: Actual problems of modern science: A fresh look and new approaches: Proceedings. Yoshkar-Ola: Volga Research Center, 2012; 36–39. (In Russ.)
4. Koroleva T. I., Salmin V. V., Ezhov E. G., Ivashchenko N. Yu. Experience of regulation of heat consumption by modernization of individual heat point. *Regionalnaya arkhitektura i stroitelstvo* = Regional Architecture and Construction. 2013; 2:109–114. (In Russ.)
5. Makeyev A. N., Levtshev A. P., Pulse systems of a heat supply of public buildings. *Regionalnaya arkhitektura i stroitelstvo* = Regional Architecture and Construction. 2010; 2:108–114. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=15322273>
6. Koroleva T. I., Kuzmicky A. A., Vasin M. E., Ezhov E. G., Levtshev A. P. Energy saving measures in heating systems of public buildings. *Regionalnaya arkhitektura i stroitelstvo* = Regional Architecture and Construction. 2012; 2:154–158.
7. Levtshev A. P., Makeyev, A. N., Lazarev, A. A., Heat transfer modeling in pulse system of heat supply. *Omskiy nauchnyy vestnik* = Omsk Scientific Bulletin. 2012; 1(107):216–217. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-teploperedachi-v-impulsnoy-sisteme-teplosnabzheniya>
8. Levtshev A. P., Kruchinkina O. A. Problems of energy saving and ways of their solution. *Regionologiya* = Regional Studies. 2014; 1(86):66–72. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/problemy-energobezrezheniya-regiona-i-puti-ih-resheniya>
9. Levtshev A. P., Keleynikova S. A., Meandrov K. A. The automated system of registration of indicators of heat consumption and regulation of the heat supply in school. In: Levtshev A. P., editors. Energy resource



saving technologies and systems in agriculture interuniversity collection of scientific works. Saransk; 2003; 32–36. (In Russ.)

10. Levitsev A. P., Kruchinkina O. A. Methods of determining the actual heat losses and thermal resistances of separate sites of a heating system. In: Energy and resource saving technologies and systems: Proceedings. Saransk: Mordovia University Publ.; 2013; 263–267.

11. Levitsev A. P., Makeyev A. N., Makeyev S. N. On issue of energy efficiency installations. In: Energy-saving technologies and systems: Proceedings. Saransk: Mordovia University Publ.; 2012; 269–271.

Submitted 27.07.2017; revised 18.10.2017; published online 19.12.2017

About the authors:

Aleksey P. Levitsev, Head of Heat and Power Systems Chair, Institute of Mechanics and Power Engineering, National Research Mordovia State University (68 Bolshevitskaya St., Saransk 640005, Russia), Dr.Sci. (Engineering), Professor, levzevap@mail.ru

Olga A. Kruchinkina, Master's Degree Student, Institute of Mechanics and Power Engineering, National Research Mordovia State University (68 Bolshevitskaya St., Saransk 640005, Russia), levkruol@gmail.com

Shi Yuan Yuan, Master's Degree Student, Institute of Mechanics and Power Engineering, National Research Mordovia State University (68 Bolshevitskaya St., Saransk 640005, Russia), Jiangsu University (Road Zhenjiang, Jiangsu, China), shiyuanyuan0908@163.com

Contribution of the co-authors:

A. P. Levitsev: scientific supervision, analysis and revision of the draft; O. A. Kruchinkina: writing the draft, reviewing and analyzing the literature; Shi Yuan Yuan: analyzing the literature.

All authors have read and approved the final version of the manuscript.



Прочностной расчет вала насоса с изношенным рабочим колесом

Н. П. Овчинников

ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова» (г. Якутск, Россия)

ovchinnlar1986@mail.ru

Введение. В настоящее время центробежные насосы используются практически во всех отраслях народного хозяйства. В агропромышленной отрасли они применяются главным образом для полива различных сельскохозяйственных культур, обеспечения сельского населения питьевой водой и различных нужд животноводческих ферм. Вследствие важности роли водоснабжения в сельском хозяйстве повышение эффективности функционирования насосного оборудования является важной научно-практической задачей. Практика показывает, что рабочее колесо центробежного насоса в процессе откачки воды подвержено различным необратимым физико-механическим и физико-химическим процессам, что впоследствии может привести к определенному снижению его массы. Данная статья посвящена исследованию влияния износа рабочего колеса на напряженно-деформированное состояние вала центробежного насоса.

Материалы и методы. Для достижения поставленной цели использовался комплексный подход, включающий анализ достаточного количества отечественных и зарубежных публикаций по тематике исследования; параметрические исследования, проводимые на лабораторной насосной установке с использованием современного вибродиагностического оборудования; известные математические модели нагружения вала центробежного насоса и конечно-элементное моделирование в программной среде «APM Win Machine», модуль «APM Beam».

Результаты исследования. В результате сравнения максимальных эквивалентных динамических напряжений, полученных по предлагаемой и существующей методике проведения проверочного прочностного расчета вала центробежного насоса, было установлено, что учет изношенности рабочего колеса достаточно сильно меняет картину его напряженно-деформированного состояния.

Обсуждение и заключения. Предложенные поправки в проверочный прочностной расчет вала центробежного насоса позволят производить более достоверную оценку его напряженно-деформированного состояния в определенных производственных ситуациях.

Ключевые слова: центробежный насос, вал, расчет прочности, рабочее колесо, износ

Для цитирования: Овчинников Н. П. Прочностной расчет вала насоса с изношенным рабочим колесом // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 4. С. 592–606. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.592-606



The Strength Calculation of the Pump Shaft with a Worn Impeller

N. P. Ovchinnikov

Ammosov North-Eastern Federal University (Yakutsk, Russia)

ovchinnlar1986@mail.ru

Introduction. This paper presents the study of the impeller wear influence on stress-strain state of a centrifugal pump shaft. In agro-industrial sector, centrifugal pumps are used for watering various agricultural crops. During pumping water, a centrifugal pump impeller is usually a subject to influence of various irreversible physical-and-mechanical and physical-and-chemical processes that can result in a certain reduction in its mass.

Materials and Methods. We used a comprehensive approach including the analysis of a sufficient number domestic and foreign publications on the research topic and parametric studies conducted on a laboratory-pumping unit. We had modern vibration-based diagnostic equipment, the mathematical models of loading a pump shaft and a finite-element modeling in APM Win Machine software (Beam module).

Results. The comparison of the maximum equivalent dynamic stresses obtained according to the proposed method with existing methods for carrying out the checking strength calculation of a centrifugal pump shaft showed that account of the impeller wear significantly changes picture of stress-strain state shaft.

Discussion and Conclusions. The amendments proposed by the author in checking strength calculation of a centrifugal pump shaft will allow estimating its stress-strain state in certain production situations.

Keywords: centrifugal pump, shaft, strength calculation, impeller, wear

For citation: Ovchinnikov N. P. Strength Calculation of the Pump Shaft with a Worn Impeller. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2017; 27(4):592–606. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.592-606

Введение

Центробежные насосы (далее – насосы) играют огромную роль во многих отраслях промышленности, в том числе агропромышленной [1–3].

С точки зрения конструкции насос представляет собой помещенный в корпус вал с посаженным на него рабочим колесом и другими деталями.

В процессе эксплуатации насоса вал воспринимает значительные систематические знакопеременные нагрузки механической и гидравлической природы, в связи с чем подвержен усталостным разрушениям в зонах концентрации напряжений: шпоночных канавках, галтелях и др.¹ [4–6].

Во избежание вышеуказанного вида разрушений вал насоса должен обладать достаточными прочностными характеристиками.

Одним из простых способов обеспечения прочности вала является увеличение его массы. Однако постоянное подорожание минерального сырья не позволяет часто использовать данный метод при конструировании деталей. Следовательно, к материалу, из которого изготавливаются валы, в настоящее время предъявляются самые высокие требования.

Используемый материал должен гарантировать достаточную прочность детали, а также снизить опасность возникновения усталостных разрушений в ее конструкции до минимума [7]. Для подтверждения этого необходимо выполнить различные проверочные прочностные расчеты.

Поскольку вал является наиболее значимой деталью насоса, то при его проектировании особенно важно иметь

¹ Михайлов А. К., Малюшенко В. В. Конструкции и расчет центробежных насосов высокого давления. М. : Машиностроение, 1971. 304 с. URL: <http://www.agrovodcom.ru/biblio/biblio38.php>
Agroengineering systems of processes and machines

данные о величине и характере всех воздействующих на него нагрузок.

Благодаря учету всех нагрузок, в настоящее время с помощью CAD/CAM/CAE-технологий можно оперативно смоделировать работу насоса в условиях, близких к реальным², и тем самым оценить напряженно-деформированное состояние (далее – НДС), а следовательно, надежность его ключевых деталей, включая вал, в любой производственной ситуации, что позволит сократить сроки конструкторско-технологической подготовки производства.

Опыт эксплуатации насосов в различных сферах жизнедеятельности человека свидетельствует, что рабочим колесам насосов свойственно с течением времени терять свою первоначальную массу [8–12].

Основной причиной снижения массы рабочих колес является наличие в откачиваемой воде абразивных механических примесей, приводящих к истиранию металла [11–12]. Кроме этого, снижению массы сопутствуют кавитационные явления и коррозия металла [13–14]. А. Adam и соавт. отмечают, что потеря массы рабочего колеса насоса от первоначального состояния может достигать до 20 % [10]. Такое снижение его металлоемкости сказывается на динамической картине, а следовательно, на прочностных свойствах вала насоса.

Целью работы является усовершенствование методики проведения

проверочного прочностного расчета вала насоса, что в перспективе позволит более объективно оценивать его НДС при работе в нештатном режиме, т. е. с изношенным рабочим колесом.

Обзор литературы

По сравнению с базовыми прочностными расчетами валов насосов, разработанными советскими учеными А. К. Михайловым и В. В. Малюшенко¹, современные расчеты имеют ряд поправок, обеспечивающих более объективную оценку НДС детали (вала).

Анализ научных работ^{3–4} [15–23] свидетельствует, что для получения более достоверной картины нагружения вала насоса его следует рассматривать как многосегментную балку, закрепленную в шарнирно-жестких или упругоподатливых опорах с двумя приложенными сосредоточенными массами (массами рабочего колеса с учетом присоединенной массы жидкости и полумуфты) и работающую как на изгиб, так и на кручение под воздействием сил различной природы.

Явным недостатком современных проверочных прочностных расчетов вала насоса является тот факт, что они не учитывают последствия износа рабочего колеса, под которыми в первую очередь следует понимать повышение эксцентриситета и снижение металлоемкости рабочего органа.

Согласно некоторым исследованиям, эти изменения могут существен-

² **Соколов Е. В.** Моделирование и исследование динамических и гидродинамических процессов в центробежных насосах массоподводящих систем бумагоделательных машин : автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб. : Санкт-Петербургский государственный технологический университет растительных полимеров, 2008. URL: <https://refdb.ru/look/2722004-pall.html>

³ **Ницкий А. Ю.** Численное моделирование динамики ротора мощных питательных насосов ТЭС с учетом гидродинамических сил, возникающих в радиальном уплотнении // сб. тр. междунар. науч. конф. «Параллельные вычислительные технологии». Челябинск : Южно-Уральский государственный университет, 2009. С. 614–623. URL: <http://www.ict.edu.ru/vconf/files/11929.pdf>

⁴ **Maki M. O., Victor G. Arzani. P. E.** Repetitive shaft crack failure analysis on a multistage centrifugal pump in reactor charge service in a nuclear power plant-based on ODS and FEA // Failure analysis of water pump shaft // 43rd Turbomachinery & 30th Pump Users Symposia (Pump & Turbo 2014) September 23–25. Houston, 2014. URL: <https://www.911metallurgist.com/blog/wp-content/uploads/2016/01/Repetitive-Shaft-Crack-Failure-Analysis-on-a-Multistage-Centrifugal-Pump-in-Reactor-Charge-Service-in-a-Nuclear-Power-Plant-Based-on-ODS-and-FEA.pdf>



ным образом повлиять на НДС вала насоса [24–28].

Таким образом, учет последствий износа рабочего колеса при проведении проверочного прочностного расчета вала насоса обеспечит возможность выяснить реальные характеристики его нагружения. Внесение данных поправок в проверочный прочностной расчет может значительно повысить надежность спроектированного изделия (вала) в процессе его эксплуатации.

Материалы и методы

Для установления степени влияния последствий износа рабочего колеса на НДС вала насоса были проведены параметрические испытания на базе лаборатории горных машин Горного института ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова».

Испытания проводились в 2 этапа на насосе марки К8/18 (далее – исследованном насосе), входящем в состав лабораторной установки (рис. 1).

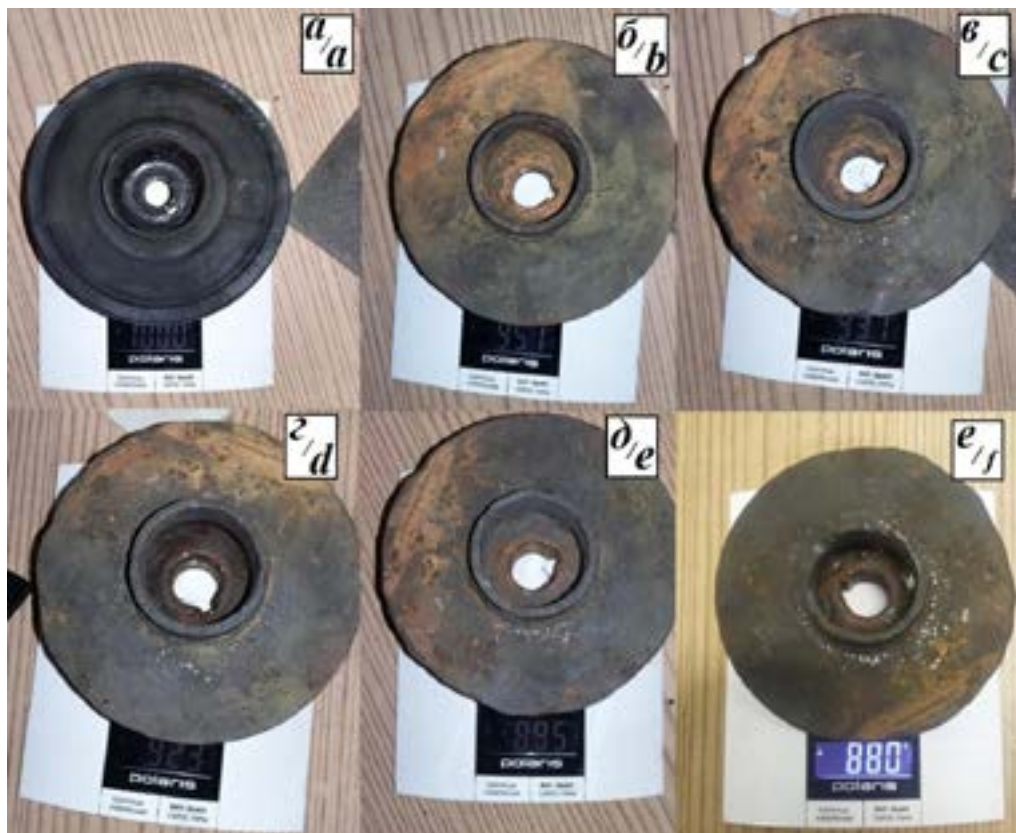


Р и с. 1. Элементы лабораторной насосной установки: 1 – насос марки К8/18; 2 – электродвигатель АИР80В2; 3 – шаровый кран ДУ-40; 4 – мановаккуметр ОБМВ1-100; 5 – манометр ТМ5; 6 – манометр АМ1001У2; 7 – шаровый кран ДУ-32; 8 – расходомер Unimag TU4; 9 – измерительный комплект типа К50; 10 – механический тахометр; 11 – накопительная емкость; 12 – виброметр АТТ-9002

F i g. 1. The elements of the laboratory pumping unit: 1 – K8/18pump; 2 – AIR80V2electromotor; 3 – DN-40ball valve; 4 – OBMV1-100 manovacuummeter; 5 – TM5 manometer; 6 – AM1001U2 manometer; 7 – DN-32 ball valve; 8 – TU4 flowmeter Unimag; 9 – K50 measuring kit type; 10 – mechanical tachometer; 11 – tank; 12 – ATT-9002 vibrometer

Этап № 1 – замер рабочих параметров и СКЗ виброскорости в контрольных точках при работе центробеж-

ного насоса с новым рабочим колесом. Масса данного колеса составляет 1 кг (рис. 2).



Р и с. 2. Рабочее колесо насоса: а) новое рабочее колесо, 1 кг; б–е) рабочее колесо с различной степенью износа, 0,951–0,880 кг

F i g. 2. Pump impeller: a – new impeller, 1 kg; b, c, d, e, f – an impeller with different degrees of wear, 0,951–0,88 kg

Этап № 2 – замер вышеуказанных величин при работе насоса с изношенным рабочим колесом массой 0,951 кг (рис. 2 б), 0,931 кг (рис. 2 в), 0,923 кг (рис. 2 г), 0,895 кг (рис. 2 д) и 0,88 кг (рис. 2 е).

Методика проведения параметрических испытаний достаточно подробно описана в работе [29].

Благодаря вычисленным значениям рабочих параметров были определены нагрузки, воздействующие на

вал исследованного насоса (табл. 1) в процессе его работы. Данные нагрузки послужили основой для проведения исследований влияния последствий износа рабочего колеса на НДС вала исследованного насоса¹⁻².

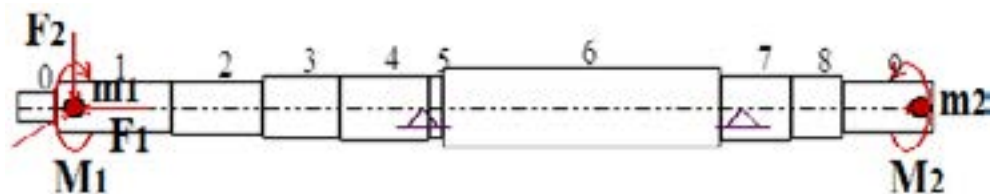
Для установления степени влияния последствий износа рабочего колеса на НДС вала насоса различной конструкции обязательно необходимо выполнить его расчет на статическую прочность.



Вычисленные значения нагрузок
Calculated load values

Осевая сила F_1 , Н / Axial force F_1 , N	Гидравлическая радиальная сила F_2 , Н / Hydraulic radial force F_2 , N	Гидравлический момент M_1 , Н·м / Hydraulic moment M_1 , N·m	Крутящий момент M_2 , Н·м / Torque moment M_2 , N·m	Масса рабочего колеса m_1 , кг / Impeller mass m_1 , kg	Масса полу-муфты m_2 , кг / Half-coupling mass m_2 , kg
-1938,9	0	2,87	-2,87	1,000	1
-1895,9	4,05	2,81	-2,81	0,951	1
-1879,8	6,58	2,77	-2,77	0,931	1
-1836,8	9,37	2,66	-2,66	0,923	1
-1795,6	14,61	2,58	-2,58	0,895	1
-1736,46	47,85	2,46	-2,46	0,880	1

Расчетная схема нагружения вала расчета на статическую прочность насоса марки К8/18 для проведения приведена на рис. 3.



Р и с. 3. Схема нагружения вала консольного насоса

F i g. 3. Load diagram of the console pump shaft

Изображенный на рис. 3 вал насоса был построен и нагружен в модуле «APM Beam» («APM Win Machine»), где затем были реализованы его прочностные расчеты (расчет на статиче-

скую прочность и динамический анализ). Расхождение массы разработанной модели (рис. 4, а) и массы натурального вала (рис. 4, б) составила порядка 1 %, что допустимо.



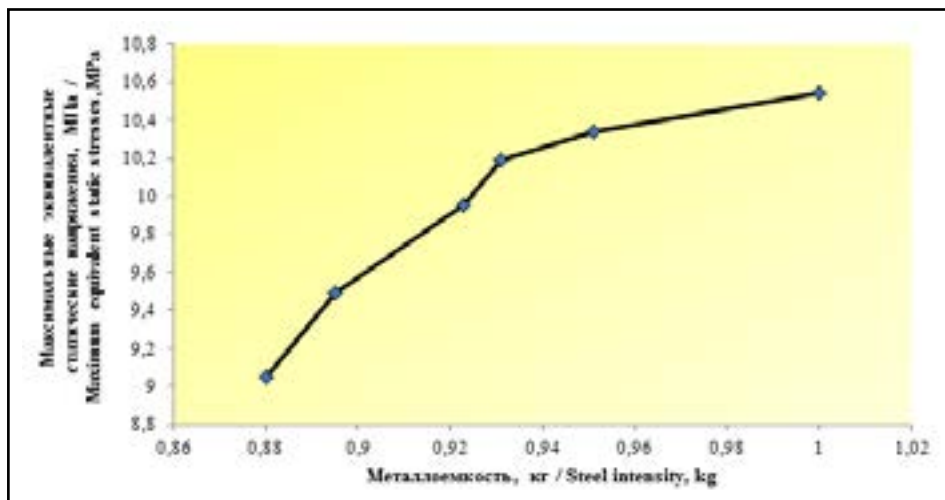
Р и с. 4. Конечно-элементная модель вала (а) и вал в натурном виде (б)

F i g. 4. The finite element model of the shaft (a) and a natural shaft (b)

Результаты исследования

На рис. 5 представлена кривая зависимости максимальных эквивалентных статических напряжений, возникающих в произвольно выбранном автором сегменте (сегмент № 1) вала

исследованного насоса (см. рис. 3), от металлоемкости рабочего колеса. Как видно из данного рисунка, уменьшение значений напряжений прямо пропорционально потерям металлоемкости рабочего колеса.



Р и с. 5. Зависимость максимальных эквивалентных статических напряжений от металлоемкости рабочего колеса

F i g. 5. The dependence of maximum equivalent static stresses on steel intensity

Согласно работам [18; 28], получение близкой к реальности картины нагружения вала насоса любой конструкции возможно только после выполнения его динамического анализа, основой которого являются результаты расчета на статическую прочность.

Необходимость динамического анализа объясняется тем, что расчет на статическую прочность не отражает реальную картину нагружения валов, поскольку в большинстве случаев динамические напряжения, сконцентрированные в сечениях этих деталей, в несколько раз превышают статические [18]. Это объясняется тем, что работа насоса в нештатном режиме (имеется в виду работа с изношенным колесом) сопряжена с возникновением дополнительных возмущающих сил, что приводит к усиленному нагружению вала² [18].

Стоит отметить, что на практике повышение уровня вибрации является диагностическим признаком потери работоспособности ротационной машины [30–38].

Дополнительные возмущающие силы в проверочных прочностных расчетах учитываются с помощью специального коэффициента динамичности [28; 39]:

$$\sigma_d = k_d \cdot \sigma_{st}, \quad (1)$$

где σ_d , σ_{st} – динамические и статические напряжения; k_d – коэффициент динамичности.

Коэффициент динамичности выражается следующим равенством [32]:

$$k_d = 1 + \frac{F}{P} \cdot \beta, \quad (2)$$



где F – центробежная сила рабочего колеса; P – вес ротора; β – коэффициент нарастания колебаний.

Как видно из формулы (2), коэффициент динамичности во многом зависит от величины центробежной силы.

Центробежная сила рабочего колеса определяется следующим образом¹⁻²:

$$F = m \cdot e \cdot \omega^2, \quad (3)$$

где m – масса ротора; e – эксцентриситет рабочего колеса; ω – угловая скорость вращения ротора.

В настоящее время при расчете упомянутой силы за величину эксцентриситета принимается число, приближенно равное половине биения рабочего колеса по наружному диаметру (табл. 2), которое не учитывает степень его изношенности и, следовательно, является определенным упушением¹⁻² [15].

В статьях [26–27] отмечается, что вибрация ротора увеличивается с повышением эксцентриситета его рабочего органа. Таким образом, зная текущее значение параметра вибрации (виброскорости, виброускорения или вибросмещения) рабочего колеса, можно установить текущее значение его эксцентриситета:

$$\frac{v_{>}}{v_i} = \frac{e_{>}}{e_i}, \quad (4)$$

где v_o , v_i – начальное и текущее значения вибрации; e_o , e_i – начальное и текущее значения эксцентриситета рабочего колеса.

В рассматриваемом случае величина e_o составляет 0,075 мм, поскольку наружный диаметр рабочего колеса исследованного насоса равен приблизительно 140 мм (см. табл. 2), а величина v_o (СКЗ виброскорости), определенная в ходе параметрических испытаний, – 4,2 мм/с.

Точка замера СКЗ виброскорости приведена на рис. 6

Таблица 2

Table 2

Эксцентриситет при различных диаметрах рабочего колеса

Eccentricity under different diameters of the impeller

Наружный диаметр рабочего колеса, мм / Impeller outer diameter, mm	< 300	300–500	500–1 000	1 000–2 000
Эксцентриситет, мм / Eccentricity, mm	0,075	0,100	0,150	0,200



Р и с. 6. Контрольная точка измерения вибрации

F i g. 6. Vibration measurement in control point

В табл. 3 сведены данные о зафиксированных СКЗ виброскорости при различной металлоемкости рабочего колеса насоса К8/18.

Таблица 3

Table 3

СКЗ виброскорости при различной металлоемкости рабочего колеса
RMS of vibration velocity under different steel intensity of the impeller

Металлоемкость, кг / Steel intensity, kg	СКЗ виброскорости, мм/с / RMS of vibration velocity, mm/s
1,000	4,2
0,951	4,5
0,931	4,8
0,923	5,0
0,895	5,3
0,880	7,4

Благодаря полученным данным были рассчитаны фактические эксцентриситеты рабочего колеса исследованного насоса при его различной металлоемкости (4), а затем – величины F , k_d и σ_d (1–3).

Судить о степени влияния последствий износа рабочего колеса на НДС вала исследованного насоса можно исходя из сравнительного анализа двух зависимостей максимальных эквивалентных динамических напряжений, возникающих в сегменте № 1 вала, от металлоемкости посаженного на него рабочего колеса (рис. 7).

Кривая № 1 была построена по предлагаемой методике (эксцентриситет изменяется в зависимости от степени износа рабочего колеса), а кривая № 2 – по существующей методике (эксцентриситет постоянен)¹.

Как видно из рис. 7, разница между кривыми по эквивалентным динамическим напряжениям может быть значительной. Например, при металлоемкости рабочего колеса, составляющей 0,895 кг, разница между напряжениями принимает значение ~21 % (27,52 МПа и 22,68 МПа соответственно).

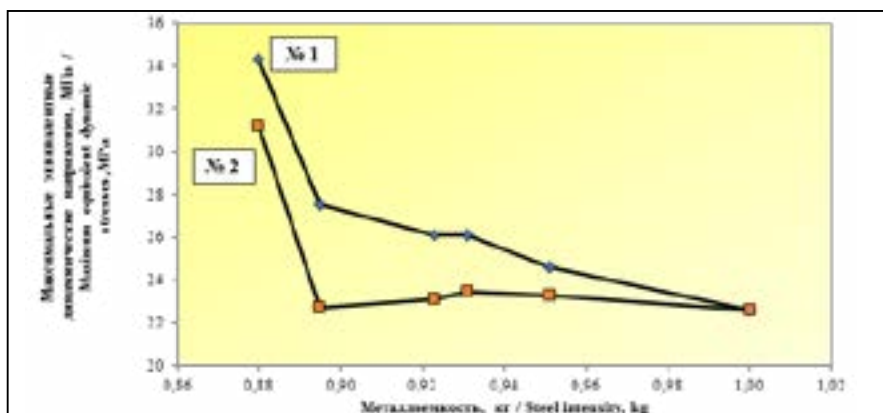


Fig. 7. Зависимость максимальных эквивалентных динамических напряжений от металлоемкости рабочего колеса

Fig. 7. Dependence of maximum equivalent dynamic stresses on steel intensity



Таким образом, экспериментально установлено, что учет фактической величины металлоемкости, а следовательно, и эксцентриситета рабочего колеса при проведении проверочного прочностного расчета вала исследованного насоса в значительной степени меняет картину его НДС.

Обсуждение и заключения

1. В результате выполненных научных исследований было доказано существенное влияние последствий износа рабочего колеса (повышенного эксцентриситета и пониженной металлоемкости рабочего колеса) на НДС вала исследованного насоса.

2. Предложена усовершенствованная методика проведения проверочного прочностного расчета вала насоса, позволяющая более объективно оценивать его НДС при работе в нештатном режиме (с изношенным рабочим колесом).

3. На основании результатов исследований можно говорить о том, что при проектировании вала насоса, предназначенного для работы в условиях интенсивного механического и коррозионного изнашивания, необходимо закладывать более высокий запас прочности, т. е. использовать в качестве материала вала легированные стали с повышенным пределом текучести.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Корнеев А. А., Любимова А. С. Анализ причин выхода из строя центробежных насосов сферы ЖКХ и технологические методы их восстановления // Сервис в России и за рубежом. 2012. № 8 (35). С. 172–179. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-prichin-vyhoda-iz-stroya-tsentrobeznyh-nasosov-sfery-zhkh-i-tehnologicheskie-metody-ih-vosstanovleniya>
2. Модернизация насосных станций водоснабжения, используемых в сельском хозяйстве г. Добруджа / А. Константин [и др.] // Вестник Нижегородского государственного инженерно-экономического университета. 2011. Т. 2, № 4 (5). С. 56–72. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modernizatsiya-nasosnyh-stantsiy-vodosnabzheniya-ispolzuemyh-v-selskom-hozyaystve-g-dobrudzha>
3. Shaikh A. A. M. H., Wang L. Solar power pumping in agriculture: a review of recent research // Agri Res & Tech: Open Access J. 2017. Vol. 4, no. 3. P. 1–2. URL: https://www.researchgate.net/publication/316862924_Solar_Power_Pumping_in_Agriculture_a_Review_of_Recent_Research
4. Muhammad W., Deen Majraj K. M. Failure analysis of water pump shaft // Journal of Failure Analysis and Prevention. 2010. Vol. 10, no. 2. P. 161–166. URL: https://www.researchgate.net/publication/225630126_Failure_Analysis_of_Water_Pump_Shaft
5. Федько А. А., Сорокин А. А. Защита насосных агрегатов от «сухого хода» // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2014. № 1. С. 48–50. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/zaschita-nasosnyh-agregatov-ot-suhogo-hoda>
6. Васильев В. А., Ницкий А. Ю. Анализ поломок валов питательных насосов мощных энергоблоков // Вестник Южно-Уральского государственного университета. 2005. № 1 (41). С. 78–93. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-polomok-valov-pitatelnyh-nasosov-moschnyh-energoblokov>
7. Lonkar A. D., Karande A. V. Optimization and FEA of centrifugal pump shaft // International Journal for Scientific Research & Development. 2016. Vol. 4, no. 5. P. 18–19. URL: <http://ijsrd.com/articles/IJSRDV4I50039.pdf>
8. Dauletbikuly O., Bayjumanov K. D. Methods of increase of wear resistance and resource of operation of soil pumps // International Journal of Mathematics and Physics. 2015. Vol. 1. P. 4–7. URL: <http://www.kazntu.kz/en/publication/view/391/7562>
9. Patsera S., Protsiv V., Kosmin V. Feasible ways to improve the durability of the pumps' parts operating with hydroabrasive mixtures // Mechanics, Materials Science & Engineering. 2015. Vol. 1. P. 133–137. DOI: 10.13140/RG.2.1.4039.5286

10. **Adam A., Adam H., Mariusz L.** Resonance of torsional vibrations of centrifugal pump shafts due cavitation erosion of pump impellers // Engineering Failure Analysis. 2016. Vol. 70. P. 56–72. URL: https://www.researchgate.net/publication/305751032_Resonance_of_torsional_vibrations_of_centrifugal_pump_shafts_due_to_cavitation_erosion_of_pump_impellers

11. **Овчинников Н. П.** О работоспособности электронасосного агрегата с новым и изношенным рабочими колесами // Гидротехническое строительство. 2017. № 4. С. 35–39. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=29345867>

12. **Rick K.** Considerations is selecting a positive displacement slurry pump // Mining World. 2016. Vol. 13, no. 4. P. 34–37. URL: http://www.abelpumps.com/en/Press/2016/MiningWorld_diaphragm_pump_slurry_pump.pdf

13. **Gohil P. P., Saini R. P.** Effect of temperature, suction head and flow velocity on cavitation in a Francis turbine of small hydro power plant // Energy. 2015. Vol. 93, no. 1. P. 613–624. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544215012529?via%3Dihub>

14. **Arun M.** Cavitation modelling and characteristic study of a centrifugal pump impeller // International Journal of Innovative Research in Advanced Engineering. 2014. Vol. 1, no. 10. P. 268–273. URL: <http://ijirae.com/volumes/vol1/issue10/44.NVME10091.pdf>

15. **Викулов М. А., Овчинников Н. П.** Расчет статической прочности вала // Мир современной науки. 2012. № 6. С. 7–14. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22584982>

16. **Викулов М. А., Овчинников Н. П.** Исследование напряженно-деформированного состояния ротора насоса // Мир современной науки. 2013. № 2. С. 26–32. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18950612>

17. **Вахлярский Д. С., Гуськов А. М.** Численный анализ динамики ротора центробежного насоса // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 6 (6). С. 34–49. DOI: 10.18698/2308-6033-2012-6-259

18. **Pramod J., Bachche, R. M. Tayade.** Finite element analysis of shaft of centrifugal pump // IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering. 2013. Vol. 7, no. 3. P. 37–42. URL: <http://iosrjournals.org/iosr-jmce/papers/vol7-issue3/F0733742.pdf>

19. **Бабаченко Ю. В., Авдюшенко А. Ю.** Расчетное исследование радиальных сил, действующих на ротор радиально-осевой гидротурбины // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2013. Т. 15, № 4 (2). С. 547–552. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/raschetnoe-issledovanie-radialnyh-sil-deystvuyuschih-na-rotor-radialno-osevoy-gidroturbiny>

20. **Cropper M.** Better pumps right away // Sulzer technical review. 1998. № 1. P. 10–13. URL: http://www.sulzer.com/nb/-/media/Documents/Cross_Division/STR/1998/1998_01_10_cropper_e.pdf

21. Improvement of the abrasive wear resistance of pump shaft (AISI 316L stainless steel) by Salt Bath Nitriding / E. Ghelloudj [et al.] // Journal of Chemistry and Materials Research. 2017. Vol. 6, no. 2-3. P. 58–63. URL: [http://www.oriipub.com/Vol.%206%20\(2-3\),%202017,%2058-63.pdf](http://www.oriipub.com/Vol.%206%20(2-3),%202017,%2058-63.pdf)

22. **Доан Ван Т., Мамонтов В. А.** Расчет долговечности судовых валов с трещинами, наклонными к оси вала // Вестник Астраханского государственного технического университета. 2008. № 5 (46). С. 39–43. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/raschet-dolgovechnosti-sudovyh-valov-s-treschinami-naklonnymi-k-osi-vala>

23. **Тимухин С. А., Чураков Е. О., Ислентьев А. О.** Оценка напряженно-деформированного состояния валов шахтных секционных насосов // Известия Уральского Горного университета. 2017. № 2 (46). С. 75–77. URL: <http://iuggu.ru/download/+Timukhin-2-17.pdf>

24. Исследование влияния попадания постороннего предмета в рабочее колесо насоса на энергетические характеристики приводного двигателя / И. Ю. Семькина [и др.] // Вестник Чувашского университета. 2017. № 1. С. 177–184. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-vliyaniya-popadaniya-postoronnego-predmeta-v-rabochee-koleso-nasosa-na-energeticheskie-harakteristiki-privodnogo>

25. **Васьковский Ю. Н., Гераскин А. А.** Вибродиагностика эксцентриситета ротора асинхронных машин на основе анализа вибровозмущающих сил // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». 2014. № 38 (1081). С. 52–62. URL: <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/13402>



26. **Нихамкин М. Ш., Черняев А. И., Семенов С. В.** Методика расчета показателей надежности роторных систем на основе статистического моделирования вибраций // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2016. № 47. С. 198–214. DOI: 10.15593/2224-9982/2016.47.11
27. **Прудников А. Ю., Боннет В. В., Логинов А. Ю.** Метод определения эксцентриситета ротора асинхронного двигателя // Вестник Красноярского государственного аграрного университета. 2015. № 5. С. 68–72. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metod-opredeleniya-ekscentrisiteta-rotora-asinhronnogo-dvigatelya>
28. **Виколов М. А., Овчинников Н. П.** Динамический расчет ротора насоса // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2014. № 9. С. 359–364. URL: http://www.giab-online.ru/files/Data/2014/09/59_359-364_Vikulov.pdf
29. Экспериментальные исследования эксплуатационных свойств насосной установки с изношенным рабочим колесом / Н. П. Овчинников [и др.] // Горный журнал. 2016. № 9. С. 85–88. DOI: 10.17580/gzh.2016.09.17
30. **Fabian S., Čačko P.** Experimental measurement and examination of independent and combined interaction of vibrodiagnostic and tribotechnical methods // Applied Mechanics and Materials. 2013. Vol. 308. P. 51–56. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.308.51
31. Turbine blade vibration measurement methods for turbocharges / G. Janicki [et al.] // American Journal of Sensor Technology. 2014. Vol. 2, no 2. P. 13–19. URL: <http://pubs.sciepub.com/ajst/2/2/1>
32. **Galka T.** Influence of load and interference in vibration-based diagnostic of rotating machines // Advances and applications in mechanical engineering and technology. 2011. Vol. 3. no. 1/2. P. 1–19. URL: [http://scientificadvances.co.in/admin/img_data/443/images/\[1\]%20AAMET%200112001%20Tomasz%20Galka%201-19.pdf](http://scientificadvances.co.in/admin/img_data/443/images/[1]%20AAMET%200112001%20Tomasz%20Galka%201-19.pdf)
33. Effects of stator-rotor interaction on unsteady aerodynamic load of compressor rotor blades / H. Yuan [et al.] // Journal of Vibroengineering. 2015. Vol. 17, no. 5. P. 2591–2608. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=28021807>
34. **Zegarač Nikola P.** Research into the causes of increased vibration levels on the diesel-electric generators set at the air traffic control – Belgrade airport // Vojnotehnički glasnik. 2016. Vol. 64, no. 2. P. 465–482. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/research-into-the-causes-of-increased-vibration-levels-on-the-diesel-electric-generators-set-at-the-air-traffic-control-belgrade-airport>
35. **Герике П. Б., Блюменштейн В. Л.** Результаты вибродиагностики оборудования центробежных насосов применительно к созданию единого критерия оценки фактического состояния // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2016. № 6. С. 89–96. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/rezultaty-vibrodiagnostiki-oborudovaniya-tsentrobeznyh-nasosov-primenitelno-k-sozdaniyu-edinogo-kriteriya-otsenki-fakticheskogo>
36. **Герике П. Б.** Создание предпосылок для разработки критериев предельного состояния грохотов на основе анализа параметров механических колебаний // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2015. № 1 (107). С. 24–29. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sozdanie-predposylok-dlya-razrabotki-kriteriev-predelnogo-sostoyaniya-grohotov-na-osnove-analiza-parametrov-mehanicheskikh-kolebaniy-1>
37. **Александров В. И., Собота И.** Вибродиагностика технического состояния грунтовых насосов // Записки Горного института. 2016. Т. 218. С. 242–250. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vibrodiagnostika-tehnicheskogo-sostoyaniya-gruntovyh-nasosov>
38. **Писарев П. В.** Численный расчет НДС лопаток центробежного насоса, нагруженных потоком жидкости // Математическое моделирование в естественных науках. 2016. Т. 1. С. 275–280. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=2674288043>
39. **Высоковский В. Л., Фаттахов Р. Р.** Определение коэффициента динамичности при расчете балки, падающей на упоры // Вестник Южно-Уральского государственного университета. 2007. № 22 (5). С. 13–14. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/opredelenie-koeffitsienta-dinamichnosti-pri-raschete-balki-padayuschey-na-upory>

Поступила 17.08.2017; принята к публикации 26.09.2017; опубликована онлайн 19.12.2017



Об авторе:

Овчинников Николай Петрович, заведующий кафедрой горных машин, ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова» (677000, Россия, г. Якутск, ул. Белинского, д. 58), кандидат технических наук, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-4355-5028>, ovchinnlar1986@mail.ru

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

REFERENCES

1. Korneyev A. A., Lyubimova A. S. [The analysis of the causes of HCS centrifugal pumps failures and technological methods of recovery]. *Servis v Rossii i za rubezhom* = Service in Russia and Abroad. 2012; 8(35):172–179. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/analiz-prichin-vyhoda-iz-stroya-tsen-trobeznyh-nasosov-sfery-zhkh-i-tehnologicheskie-metody-ih-vosstanovleniya> (In Russ.)
2. Konstantin A., Stanesku M., Nitesku S., Roshu. L. [Modernization of pump water stations used in the agriculture in a Dobruja]. *Vestnik Nizhegorodskogo gosudarstvennogo inzhenerno-ekonomicheskogo universiteta* = Nizhny Novgorod State Engineering-Economic University Bulletin. 2011; 4(5):56–72. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/modernizatsiya-nasosnyh-stantsiy-vodosnabzheniya-ispolzue-myh-v-selskom-hozyaystve-g-dobrudzha> (In Russ.)
3. Shaikh Abdullah Al Mamun H., Wang L. Solar Power Pumping in Agriculture: a Review of Recent Research. *Agri Res & Tech: Open Access J.* 2017; 4(3):1–2. Available at: http://www.researchgate.net/publication/316862924_Solar_Power_Pumping_in_Agriculture_a_Review_of_Recent_Research
4. Muhammad W., Deen Majraj K. M. Failure analysis of water pump shaft. *Journal of Failure Analysis and Prevention.* 2010; 10(2):161–166. Available at: http://www.researchgate.net/publication/225630126_Failure_Analysis_of_Water_Pump_Shaft
5. Fedko A. A., Sorokin A. A. [Protection of pumping units against “dry-progress”]. *Izvestiya Orenburgskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta* = News of Orenburg State Agrarian University. 2014; 1:48–50. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/zaschita-nasosnyh-agregatov-ot-suhogo-hoda> (In Russ.)
6. Vasilyev V. A., Nicky A. Yu. [The analysis of the failure of the feed pumps shafts of powerful units]. *Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta* = South Ural State University Bulletin. 2005; 1(41):78–93. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/analiz-polomok-valov-pitatelnyh-nasosov-moschnykh-energoblokov> (In Russ.)
7. Lonkar D. A., Karande A. V. Optimization and FEA of centrifugal pump shaft. *International Journal for Scientific Research & Development.* 2016; 4(5):18–19. Available at: <http://ijsrd.com/articles/IJSRDV4I50039.pdf>
8. Dautletbikuly O., Bayjumanov K. D. Methods of increase of wear resistance and resource of operation of soil pumps. *International Journal of Mathematics and Physics.* 2015; 1:4–7. Available at: <http://www.kazntu.kz/en/publication/view/391/7562>
9. Patsera S., Protsiv V., Kosmin V. Feasible ways to improve the durability of the pumps’ parts operating with hydroabrasive mixtures. *Mechanics, Materials Science & Engineering.* 2015; 1:133–137. DOI: 10.13.13140/RG.2.1.4039.5286
10. Adam A., Adam H., Mariusz L. Resonance of torsional vibrations of centrifugal pump shafts due cavitation erosion of pump impellers. *Engineering Failure Analysis.* 2016; 70:56–72. Available at: http://www.researchgate.net/publication/305751032_Resonance_of_torsional_vibrations_of_centrifugal_pump_shafts_due_to_cavitation_erosion_of_pump_impellers
11. Ovchinnikov N. P. [About efficiency of electro pumping units with new and worn impellers]. *Gidrotekhnicheskoye stroitelstvo* = Hydraulic engineering. 2017; 4:35–39. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=29345867> (In Russ.)
12. Rick K. Considerations is selecting a positive displacement slurry pump. *Mining World.* 2016; 13(4):34–37. Available at: http://www.abelpumps.com/en/Press/2016/MiningWorld_diaphragm_pump_slurry_pump.pdf



13. Pankaj P. Gohil, Saini R. P. Effect of temperature, suction head and flow velocity on cavitation in a Francis turbine of small hydro power plant. *Energy*. 2015; 93(1):613–624. Available at: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544215012529?via%3Dihub>
14. Arun M. Cavitation modelling and characteristic study of a centrifugal pump impeller// *International Journal of Innovative Research in Advanced Engineering*. 2014; 1(10):268–273. Available at: <http://ijirae.com/volumes/vol1/issue10/44.NVME10091.pdf>
15. Vikulov M. A., Ovchinnikov N. P. [Static strength calculation of the shaft]. *Mir sovremennoy nauki* = World of Modern Science. 2012; 6:7–14. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22584982> (In Russ.)
16. Vikulov M. A., Ovchinnikov N. P. [Research of the stress-strain state of a pump rotor]. *Mir sovremennoy nauki* = World of Modern Science. 2013; 2:26–32. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=18950612> (In Russ.)
17. Vakhlyarsky D. S., Guskov A. M. [The numerical analysis of a centrifugal pump rotor dynamics]. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* = Engineering Journal: Science and Innovation. 2012; 6(6):34–49. DOI: 10.18698/2308-6033-2012-6-259 (In Russ.)
18. Pramod J. Bachche, R. M. Tayade. Finite element analysis of shaft of centrifugal pump. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering*. 2013; 7(3):37–42. Available at: <http://iosrjournals.org/iosr-jmce/papers/vol7-issue3/F0733742.pdf>
19. Babachenko Yu. V., Avdyushenko A. Yu. [The numerical study of radial forces acting on the radial-axial turbine rotor]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk* = Proceedings of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. 2013; 4(2):547–552. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/raschetnoe-issledovanie-radialnyh-sil-deystvuyuschiy-na-rotor-radialno-osevoy-gidroturbiny> (In Russ.)
20. Cropper M. Better pumps right away. *Sulzer Technical Review*. 1998; 1:10–13. Available at: http://www.sulzer.com/nb/-/media/Documents/Cross_Division/STR/1998/1998_01_10_cropper_e.pdf
21. Ghelloudj E., Hannachi M. T., Djebaili H., Sifeddine H. Improvement of the abrasive wear resistance of pump shaft (AISI 316L stainless steel) by Salt Bath Nitriding. *Journal of Chemistry and Materials Research*. 2017; 6(2–3):58–63. Available at: [http://www.oriipub.com/Vol.%206%20\(2-3\),%202017,%2058-63.pdf](http://www.oriipub.com/Vol.%206%20(2-3),%202017,%2058-63.pdf)
22. Doan Van T., Mamontov V. A. [The calculation of ship shafts durability with cracks inclined to the axis of the shaft]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* = Astrakhan State Technical University Bulletin. 2008; 5(46):39–43. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/raschet-dolgovechnosti-sudovyh-valov-s-treschinami-naklonnymi-k-osi-vala> (In Russ.)
23. Timukhin S. A., Churakov E. O., Islentiev A. O. [The evaluation of the stress-strain state of mine section pump shafts]. *Izvestiya Uralskogo gornogo universiteta* = News of Ural State Mining University. 2017; 2(46):75–77. Available at: <http://iuggu.ru/download/+Timukhin-2-17.pdf> (In Russ.)
24. Semykina I. Yu., Kipervasser M. V., Gerasimuk A. V., Gulamov Sh. R. [The research of the influence of contact with a foreign object in the pump impeller on the drive motor energy characteristics]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta* = Chuvash University Bulletin. 2017; 1:177–184. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-vliyaniya-popadaniya-postoronnego-predmeta-v-rabochee-koleso-nasosa-na-energeticheskie-harakteristiki-privodnogo> (In Russ.)
25. Vaskovsky Yu. N., Geraskin A. A. [The vibration diagnostics of induction machines rotor eccentricity of the based on the analysis vibromassage forces]. *Visnik Nacionalnogo tekhnicheskogo universitetu "Harkivskiy politekhnichnyi institut"* = Kharkiv National Technical University Bulletin. 2014; 38(1081):52–62. Available at: <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/13402> (In Russ.)
26. Nihamkin M. Sh., Chernyaev A. I., Semenov S. V. [The method of calculating rotor systems reliability based on statistical modeling of vibrations]. *Vestnik Permskogo nacionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aehrokosmicheskaya tekhnika* = Perm National Research Polytechnic University Bulletin. Aerospace Engineering. 2016; 47:198–214. DOI: 10.15593/2224-9982/2016.47.11 (In Russ.)
27. Prudnikov A. Yu., Bonnet V. V., Loginov A. Yu. [The method of detection of the induction motor rotor eccentricity]. *Vestnik Krasnoyarskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta* = Krasnoyarsk State Agrarian University Bulletin. 2015; 5:68–72. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/metod-opredeleniya-ekstsentsiteta-rotora-asinhronnogo-dvigatelya> (In Russ.)

28. Vikulov M. A., Ovchinnikov N. P. [The dynamic calculation of the pump rotor]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten* = Mining Informational and Analytical Bulletin. 2014; 9:359–364. Available at: http://www.giab-online.ru/files/Data/2014/09/59_359-364_Vikulov.pdf (In Russ.)
29. Ovchinnikov N. P., Vikulov M. A., Bochkarev Yu. S., Dovidenko G. P. [Experimental researches of operational properties of the pumping installation with a worn impeller]. *Gornyy zhurnal* = Mining Journal. 2016; 9:85–88. DOI: 10.17580/gzh.2016.09.17 (In Russ.)
30. Fabian S., Čačko P. Experimental measurement and examination of independent and combined interaction of vibrodiagnostic and tribotechnical methods. *Applied Mechanics and Materials*. 2013; 308:51–56. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.308.51
31. Janicki G., Perzouvanis A., Mason B., Ebrahimi M. K. Turbine blade vibration measurement methods for turbocharges. *American Journal of Sensor Technology*. 2014; 2(2):13–19. Available at: <http://pubs.sciepub.com/ajst/2/2/1>
32. Galka T. Influence of load and interference in vibration-based diagnostic of rotating machines. *Advances and Applications in Mechanical Engineering and Technology*. 2011; 3(1/2):1–19. Available at: [http://scientificadvances.co.in/admin/img_data/443/images/\[1\]%20AAMET%200112001%20Tomasz%20Galka%201-19.pdf](http://scientificadvances.co.in/admin/img_data/443/images/[1]%20AAMET%200112001%20Tomasz%20Galka%201-19.pdf)
33. Yuan H., Yang W., Zhao T., Liang M. Effects of stator-rotor interaction on unsteady aerodynamic load of compressor rotor blades. *Journal of vibroengineering*. 2015; 17(5):2591–2608. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=28021807>
34. Zegarač N. P. Research into the causes of increased vibration levels on the diesel-electric generators set at the air traffic control – Belgrade airport. *Vojnotehnički glasnik*. 2016; 64(2):465–482. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/research-into-the-causes-of-increased-vibration-levels-on-the-diesel-electric-generators-set-at-the-air-traffic-control-belgrade-airport>
35. Gerike P. B., Blyumenshtein V. L. [The results of the vibration analysis of the equipment for centrifugal pumps in relation to the creation of a unified evaluation criterion of the actual state]. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* = Kuzbass state technical university Bulletin. 2016; 6:89–96. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/rezultaty-vibrodiagnostiki-oborudovaniya-tsentrobeznyh-nasosov-primenitelno-k-sozdaniyu-edinogo-kriteriya-otsenki-fakticheskogo> (In Russ.)
36. Gerike P. B. [Creating prerequisites for the development of criteria of screens limit state on the basis of analyzing mechanical oscillations parameters]. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* = Kuzbass state technical university Bulletin. 2015; 1(107):24–29. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/sozдание-predposylok-dlya-razrabotki-kriteriev-predelnogo-sostoyaniya-grohotovna-osnove-analiza-parametrov-mekhanicheskikh-kolebaniy-1> (In Russ.)
37. Aleksandrov V. I., Sobota I. [The vibration-based diagnostics of the technical state slurry pumps]. *Zapiski Gornogo instituta* = Proceedings of Mining Institute. 2016; 218:242–250. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/vibrodiagnostika-tehnicheskogo-sostoyaniya-gruntovyh-nasosov> (In Russ.)
38. Pisarev P. V. [The numerical calculation of stress-strain centrifugal pump blades of the carrying fluid flow]. *Matematicheskoye modelirovaniye v yestestvennykh naukakh* = Mathematical modeling in the natural sciences. 2016; 1:275–280. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=2674288043> (In Russ.)
39. Vysokovsky V. L., Fattahov R. R. [The definition of the dynamic factor in the calculation of the beam incident on the stops]. *Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta* = South Ural State University Bulletin. 2007; 22(5):13–14. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/opredelenie-koeffitsienta-dinamichnosti-pri-raschete-balki-padayuschey-na-upory> (In Russ.)

Submitted 17.08.2017; revised 26.09.2017; published online 19.12.2017

About the author:

Nikolay P. Ovchinnikov, Head of the Department of Mining Machines, Ammosov North-Eastern Federal University, (58 Belinsky St., Yakutsk 677000, Russia), Ph.D. (Engineering), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4355-5028>, ovchinnlar1986@mail.ru

The author has read and approved the final version of the manuscript.



Работоспособность конструкции установки для финишной обработки незакрепленным абразивом среднегабаритных деталей сложного профиля

В. А. Скрябин*, И. К. Крамченинов

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет»
(г. Пенза, Россия)

*vs_51@list.ru

Введение. В статье приводятся решения проблемных вопросов обработки среднегабаритных деталей со сложными рабочими поверхностями второго порядка, в частности колеса турбины турбокомпрессора дизеля. Получение качественных характеристик поверхностного слоя и обеспечение заданной производительности обработки достаточно просто осуществить путем полирования вышеуказанных поверхностей в среде незакрепленных абразивных зерен, уплотненных сжатым воздухом через специальную гибкую оболочку на специальных устройствах для полирования. Обработка этих поверхностей на шлифовальной машинке жестким шлифовальным кругом занимает много времени и не может полностью обеспечить контакт со всеми лопатками колеса вследствие их взаимного близкого расположения, малого углового шага и труднодоступности.

Материалы и методы. Основными режимными параметрами процесса обработки вышеуказанных деталей являются давление незакрепленного абразива на рабочие поверхности лопаток и скорость вращения детали на оправке установки (скорость резания). Поскольку колесо турбины достаточно габаритное по размерным характеристикам, а его масса достигает 6 кг, оно должно быть прочно закреплено на специальной оправке с целью минимизации вибраций детали в процессе обработки, уменьшения жесткости шпинделя и обеспечения заданных значений производительности и качественных характеристик обрабатываемых поверхностей лопаток. Кроме того, ввиду действия на рабочую поверхность режимных параметров деталь испытывает значительные статические и динамические нагрузки, действие которых может привести к недопустимому прогибу оправки для закрепления детали, неравномерности обработки ее сложных поверхностей и недостижению заданных параметров качества поверхностного слоя.

Результаты исследования. При проектировании установки оправка, на которую крепится деталь, и конструкция детали в плане определения действующих нагрузок и прогибов рассчитывались с помощью программного продукта SolidWorks 2016 с целью сравнения вышеуказанных параметров с допустимыми значениями, а также для калькуляции исключений потери жесткости шпиндельного узла установки.

Обсуждение и заключения. Выполненные расчеты показали, что при полировании поверхностей деталей сложного профиля нагрузки и прогибы на деталь и оправку находятся в пределах допустимых значений, что обеспечивает стабильную качественную и производительную обработку сложных поверхностей.

Ключевые слова: теоретическое исследование, сложная поверхность детали, незакрепленные абразивные частицы, производительность, качественный показатель, проектирование оборудования, автоматизация конструкторских расчетов

Для цитирования: Скрябин В. А., Крамченинов И. К. Работоспособность конструкции установки для финишной обработки незакрепленным абразивом среднегабаритных деталей сложного профиля // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27, № 4. С. 607–619. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.607-619

Installation Design Capacity for Finish Treatment of Complex Profile Medium Size Parts by Unsupported Abrasive

V. A. Skryabin*, I. K. Kramcheninov

Penza State University (Penza, Russia)

*vs_51@list.ru

Introduction. The paper describes solutions of the problem raised during treating the turbine wheel of a turbocharger. The treatment of a complex surface with a hard grinding wheel requires a lot of time. This method does not provide the required quality because of the inaccessibility of some parts of the turbine blades. The problem is solved by polishing with loose abrasive grains. The abrasive medium is compressed with compressed air through a special device.

Materials and Methods. The SolidWorks 2016 software was used to design the tool. The design of the part for determining actual loads and deflections was calculated taking into account the comparison of the operating parameters with the permissible values.

Results. The main parameters of the part treatment are the pressure of the loose abrasive on the working surfaces of the blades and the speed of rotation of the part on the mandrel of the installation (cutting speed). During treating, the part experiences significant static and dynamic loads. The tension can lead to inadmissible deflection of the mandrel to secure the part, uneven treatment of its complex surfaces and defects. The performed calculations showed that in polishing the surfaces of parts of a complex, load profile and deflections on the workpiece and the mandrel are within the permissible values.

Discussion and Conclusions. The presented method provides stable qualitative and productive treatment of the complex surfaces. The findings from this study contribute to the current technology of metal processing.

Keywords: theoretical study, complex detail surface, loose abrasive particles, capacity, quality indicator, equipment design, automation of design calculations

For citation: Skryabin V. A., Kramcheninov I. K. Installation Design Capacity for Finish Treatment of Complex Profile Medium Size Parts by Unsupported Abrasive. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2017; 27(4):607–619. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.607-619

Введение

Финишная обработка среднегабаритных деталей из труднообрабатываемых литейных сплавов марки ЖСЗДК твердостью 40–45 HRC с близкорасположенными сложными поверхностями второго порядка (типа лопаток турбинных колес и вращающихся направляющих аппаратов турбокомпрессоров дизельных агрегатов) устройствами с обычными шлифовальными кругами всегда имела достаточно проблемный характер вследствие низкой производительности и невозможности стабильного обеспечения заданной шероховатости по всей площади сложной поверхности детали на многих предприятиях среднего и тяжелого машиностроения.

Обзор литературы

В методах финишной обработки различных деталей существует определенный класс деталей, которые трудно, а иногда и невозможно обработать традиционными методами обычного шлифования жесткими абразивными кругами.

Решением этого сложного вопроса явилось создание метода обработки вышеуказанных деталей незакрепленным абразивным материалом, статически уплотненным сжатым воздухом через эластичную оболочку.

Теоретической и экспериментальной основой создания данного метода явился ряд статей [1–6], которые позволили разработать теоретические основы вышеуказанного метода финишной обработки и создать практиче-



ские разработки различных установок, предназначенных для обработки сложнопрофильных и плоских деталей, а также создать научно обоснованные практические рекомендации по определению рациональных режимов и условий обработки с целью достижения заданной производительности и качества процесса финишной абразивной обработки.

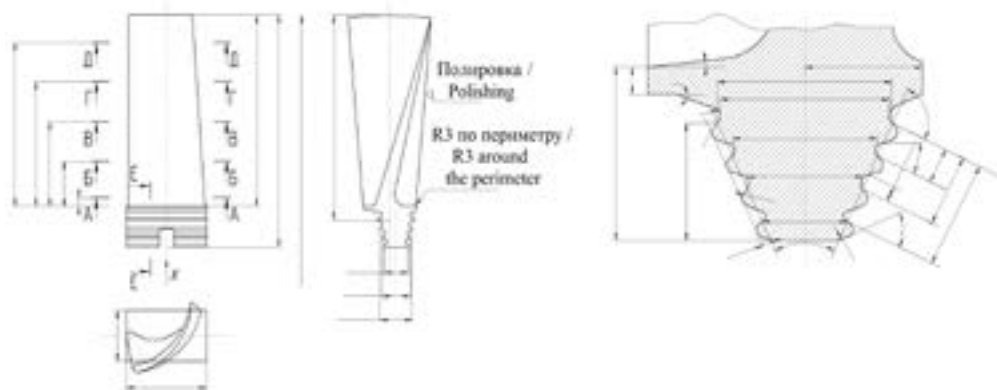
Материалы и методы

Высокая эффективность финишной обработки вышеуказанных деталей (рис. 1–2) может быть достигнута незакрепленным абразивным материалом^{1,2} [7]. Это осуществляется уплотнением абразивной массы путем давления на нее гибкой оболочкой контейнера под действием сжатого воздуха в специальной установке³ [8–9].



Р и с. 1. Опытный образец детали (колесо турбины),
использованный при проведении исследований

F i g. 1. Prototype parts (turbine wheel) used in the study



Р и с. 2. Чертеж профиля турбинной лопатки

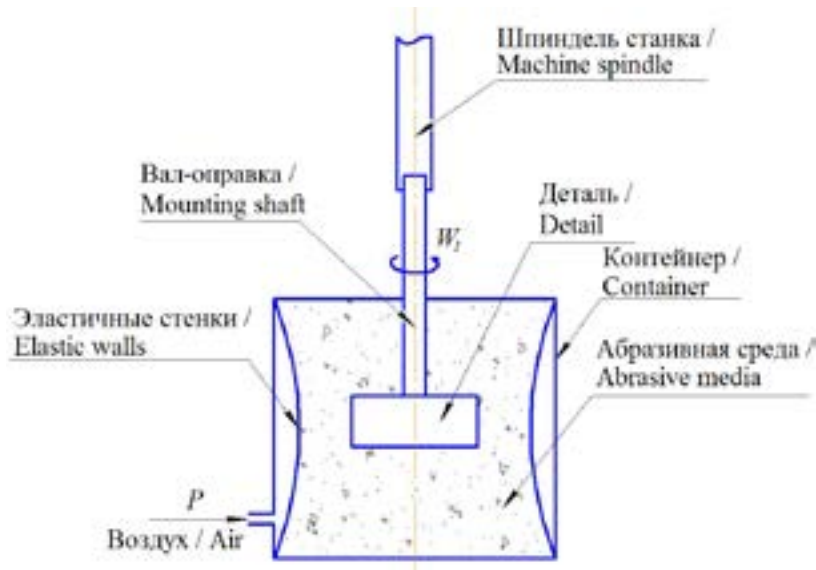
F i g. 2. The drawing of the turbine blade profile

¹ **Скрябин В. А.** Основы процесса субмикрорезания при обработке деталей незакрепленным абразивом : монография. Пенза : Изд-во ПВАИУ, 1992. 120 с.

² **Скрябин В. А., Схиртладзе А. Г.** Технологическое обеспечение качества обработки сложнопрофильных деталей уплотненными мелкодисперсными средами : монография. Старый Оскол : Тонкие наукоемкие технологии, 2015. 240 с. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=25306901>

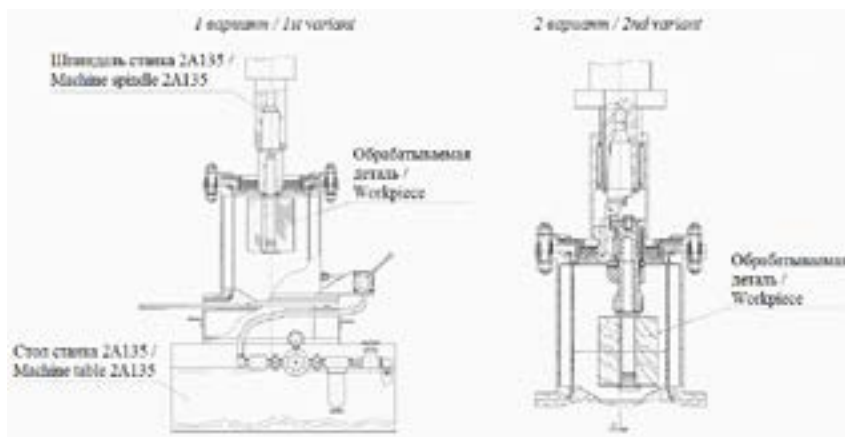
³ Патент 1803308 (РФ), МКИ: В24В 31/104. Способ обработки деталей / В. А. Скрыбин. Оpubл. 23.03.93. Бюл. №11.

Конструкция установки (рис. 3) и формы обрабатываемой сложной поверхности детали.



Р и с. 3. Схема установки для обработки деталей незакрепленным уплотненным абразивом
F i g. 3. Drawing of the profile of the turbine blade

Исследования процесса обработки лопастей колеса турбины, осуществлялись на экспериментальной установке, общий вид которой показан на рис. 4.



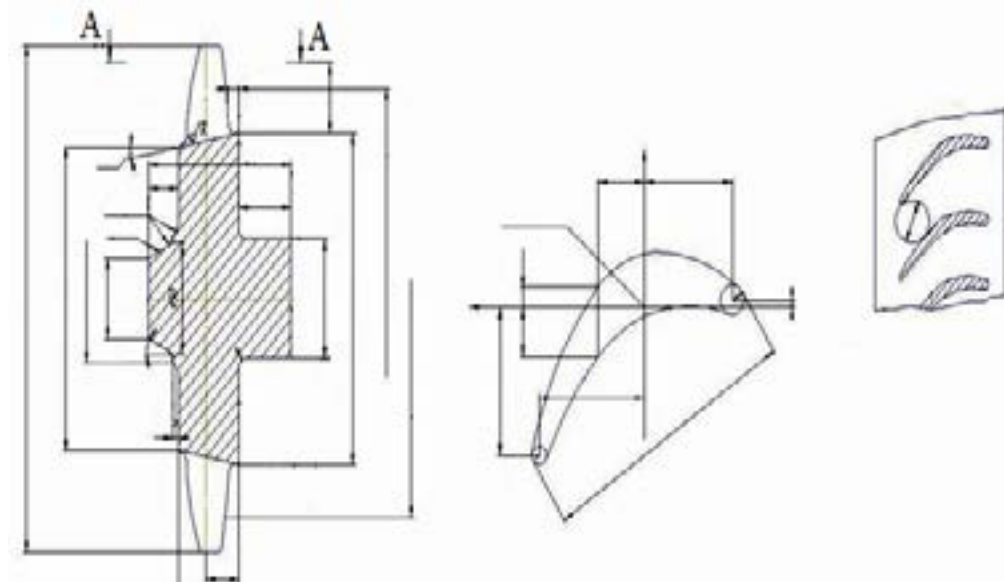
Р и с. 4. Общий вид вариантов экспериментальной установки
F i g. 4. General view of the experimental setup variants



Установка зафиксирована на столе вертикально-сверлильного или радиально-сверлильного станков и соединена со шпинделем станков. В первом варианте оправка 17 на валу ротора 12 шпинделя расположена без эксцентриситета, а во втором – с небольшим эксцентриситетом E (5–10 мм) относительно оси вала ротора 15. Небольшой эксцентриситет связан с достаточно

большими габаритными размерами детали и массой до 10 кг.

Превышение значений эксцентриситета $> 5\text{--}10$ мм относительно принятого экспериментальным путем в процессе проектирования установки приводит к увеличению вибраций обрабатываемой детали (рис. 5), ухудшает производительность обработки и качество поверхности детали.



Р и с. 5. Опытный образец детали, использованный при проведении исследований

F i g. 5. The prototype of the parts used in the study

Работа такого устройства осуществляется следующим образом. Обрабатываемую деталь с радиусом R закрепляют на оправке 17 первого варианта исполнения установки (рис. 5), которая устанавливается на вал ротора 12. Перемещение оси оправки относительно оси ротора 15 (второй вариант конструктивного исполнения установки) обеспечивается шарнирным поводком с шариками. Ротор помещают в контейнер 1 с гибкими стенками, заполненный абразивной средой под давлением сжатого воздуха, и сообщают ему вращения с угловой скоростью $\omega_1 = V / (E + R)$ для установки по второму варианту конструктивного испол-

нения и $\omega_2 = V / R$ – по первому варианту (V – линейная скорость резания).

Для подачи сжатого воздуха на гибкую оболочку была разработана пневматическая система 2 (рис. 4). Во время обработки установка закрывается крышкой с уплотнением 5 для исключения выхода абразивной массы из установки, что связано с уменьшением давления зерен на обрабатываемую поверхность детали. Необходимо отметить, что для обработки наружных и внутренних поверхностей лопаток колеса турбины выполнялся реверс шпинделя станка приблизительно через 5–8 мин обработки одной стороны поверхности лопатки.

Результаты исследования

Отличительным признаком при обработке колеса турбины на установке (рис. 6) является наличие сложных поверхностей и поднутрений. Обработка шлифовальными кругами с помощью ручной шлифовальной машинки сопровождается значительными времен-

ными затратами. Для получения требуемой шероховатости поверхности лопаток ротора необходимо стабильное уплотнение абразива и жесткая фиксация обрабатываемой детали на оправке ротора, обеспечивающая равномерное давление незакрепленного абразива на всю поверхность лопаток.



Р и с. 6. Фотография экспериментальной установки

F i g. 6. The photograph of the experimental installation

Одним из главных моментов при проектировании установки являются расчеты на прочность и расчеты прогибов (деформаций) вала – оправки, на которой закрепляется обрабатываемая деталь. Поскольку данные расчеты довольно трудоемкие и не визуализируют картину напряженно-деформированного состояния конструкции установки, их целесообразно выполнить с помощью автоматизированной программы кон-

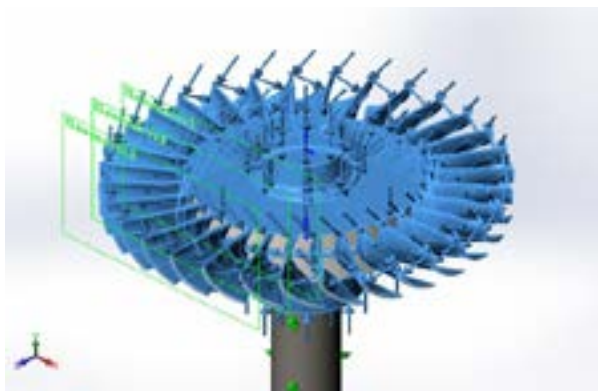
структорских расчетов SolidWorks. Для расчетов на статическую прочность деталей в программе SolidWorks служит модуль SolidWorks Simulation Xpress. При проектировании устройства для обработки колеса турбины было использовано программное обеспечение SolidWorks 2016 для симуляции нагрузки на вал-оправку, которое позволяет обеспечить получение необходимых размеров установки для финишной обработки.

Процессы и машины агроинженерных систем



Результаты исследования отображены в отчете, сформированном по окончании симуляции нагрузок на устройство с помощью программного продукта SolidWorks 2016. При симу-

ляции в программном продукте исследования нагрузок на все поверхности детали, обрабатываемой в устройстве (см. рис. 3), к абразивной среде было приложено давление 0,2 МПа (рис. 7).



Р и с. 7. Симуляция давления абразивной среды на ротор установки
F i g. 7. Simulation of the abrasive medium pressure on the rotor

Вал радиально- или вертикально-сверлильного станка закреплен на шар-

нирных опорах, симулирующих подшипниковые опоры установки (рис. 8).



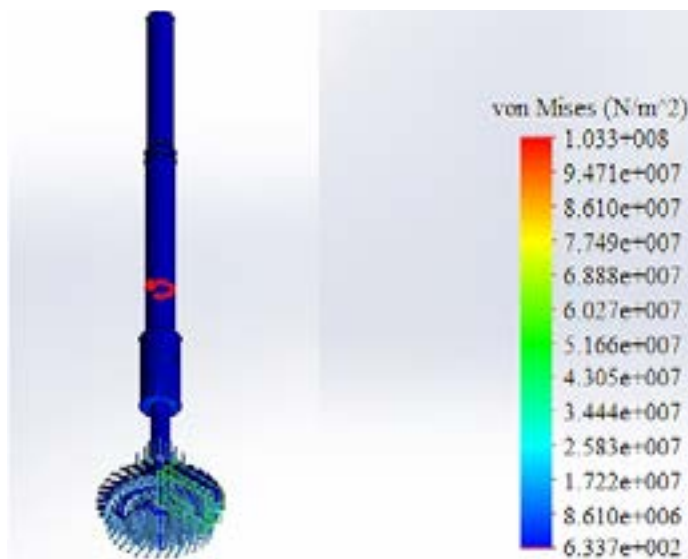
Р и с. 8. Поверхности, закрепленные на шарнирных опорах
F i g. 8. Surfaces mounted on hinged supports

К валу была приложена сила, передающая вращение к оправке, а затем от оправки к ротору (рис. 9). Угловая скорость вращения ≤ 5 рад/с⁴ [10].



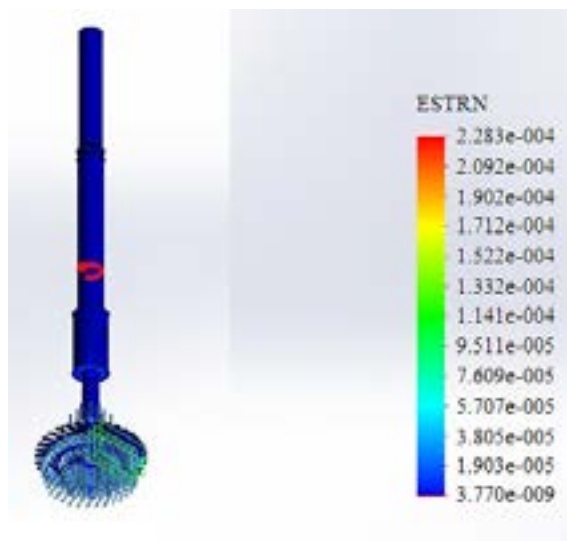
Р и с. 9. Вращение вала ротора с деталью
F i g. 9. The rotation of the rotor shaft with the detail

По результатам симуляции нагрузок при напряжено-деформированном состоянии получаем статико-динамический анализ деталей в конструкции и самой конструкции на прочность (рис. 10–11).



Р и с. 10. Результаты исследования напряжений в конструкции
F i g. 10. The results of researching the tension in the structure

⁴ А. с. 1579740 СССР, МКИ В24В 31/08. Способ абразивной обработки деталей / А. Н. Мартынов, В. А. Скрябин, В. М. Федосеев. Опубл. 23.07.90, Бюл. № 27.




Р и с. 11. Результаты исследования деформаций в конструкции
F i g. 11. The research results of the deformations in the structure

Результаты исследований статической прочности и деформаций элементов установки были сведены в соответствующие таблицы.

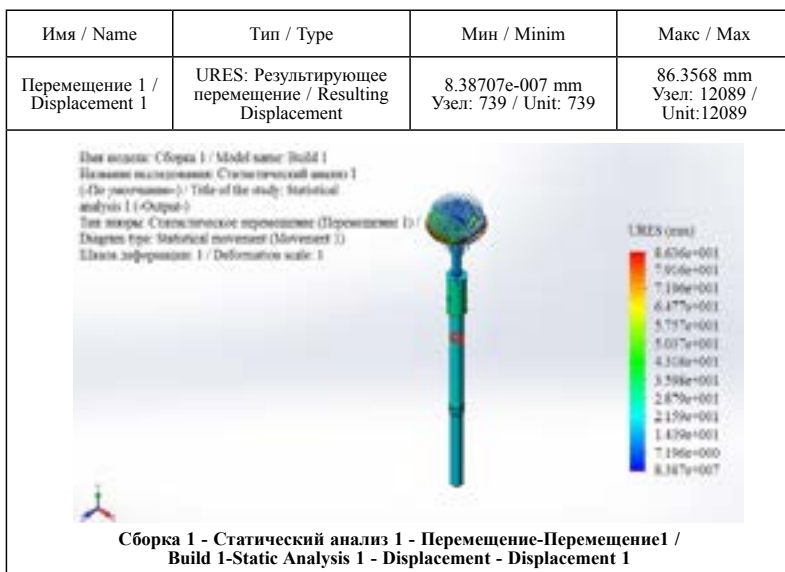
Т а б л и ц а 1
T a b l e 1

Статический анализ, результаты напряжений
Static analysis, tension results

Имя / Name	Тип / Type	Мин / Minimum	Макс / Maximum
Напряжение 1 / Tension 1	VON: Напряжение / Tension Von Mises	633.659 N/m^2 Узел: 22298 / Unit: 22298	1.03317e+008 N/m^2 Узел: 599 / Unit: 599
<div><div><div><div>Имя модели: Сборка 1 / Model name: Build 1 Название исследования: Статистический анализ 1 (4-й уровень) / Title of the study: Statistical analysis 1 (4-Order) Тип модели: Статистический анализ узлового напряжения (Напряжение 1) / Diagram type: Statistical analysis model voltage (Voltage 1) Шкала деформации: 1 / Deformation scale: 1</div><div></div><div><div>von Mises (N/m^2)</div><div><div>1.0331e+008</div><div>9.471e+007</div><div>8.610e+007</div><div>7.749e+007</div><div>6.888e+007</div><div>6.027e+007</div><div>5.166e+007</div><div>4.305e+007</div><div>3.444e+007</div><div>2.583e+007</div><div>1.722e+007</div><div>8.610e+006</div><div>6.337e+002</div></div></div></div></div><div>Сборка 1 - Статический анализ 1 - Напряжение - Напряжение 1 / Build 1 - Static Analysis 1 - Tension - Tension 1</div></div>			

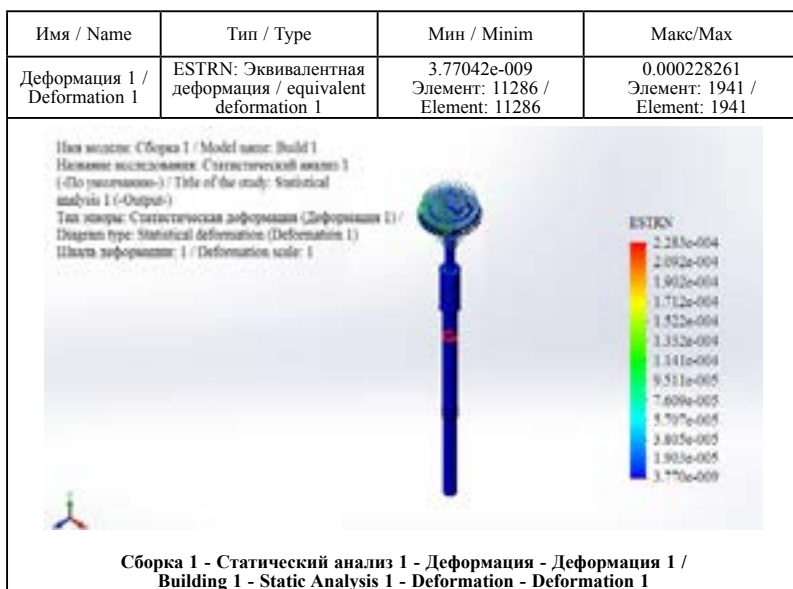
Статический анализ, результаты перемещений

Static analysis, displacement results



Статический анализ, результаты деформации

Static analysis, deformation results





Результаты исследований статической прочности и деформаций элементов установки были сведены в соответствующие таблицы.

Обсуждение и заключения

Результаты исследований показали, что в условиях напряженно-деформированного состояния при статико-динамической нагрузке детали конструкции установки имеют достаточную прочность, минимальный прогиб, способны обеспечить заданное качество обработки сложнопрофильных деталей и надежно функционировать в течение заданного срока эксплуатации установки для финишной обработки.

Разработанная экспериментальная установка позволяет обрабатывать с заданной производительностью колеса турбин из жаропрочного труднообрабатываемого литейного сплава ЖСЗДК с твердостью 40–45 HRC и исходной шероховатостью поверхности $R_a = 2,5$ мкм. Обрабатывающей средой является абразив 63C50 (карбид

кремния зеленый) при давлении сжатого воздуха на эластичную оболочку камеры $P = 0,2$ МПа. В связи с обеспечением высокой режущей способности рабочей среды ее объемную влажность рекомендуется назначать в диапазоне 20–22 % [10]. В качестве смазочно-охлаждающих технологических средств очень хорошие результаты показали рабочие жидкости Аквол-2 (2–10%-ный водный раствор), Аквол-10М, Аквол-14 (3–12%-ный водный раствор). Конечная шероховатость после обработки изменялась в диапазоне $R_a = 0,24–0,40$ мкм. Машинное время обработки сложных поверхностей деталей на установке незакрепленными абразивными зернами под давлением сжатого воздуха по сравнению с обработкой шлифовальной машинкой с жестко закрепленным на ней шлифовальным кругом снизилось в 15–25 раз, что свидетельствует о достаточно высокой эффективности предлагаемого способа полирования деталей уплотненной обрабатывающей средой.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Скрябин В. А., Пшеничный О. Ф.** Моделирование процесса микрорезания при обработке деталей уплотненным слоем незакрепленного абразива // *Машиностроение* : Респ. межвед. сб. 1988. Вып. 13. С. 33–37.
2. **Скрябин В. А.** Производительность процесса обработки деталей статически уплотненным слоем абразивного микропорошка // *Известия вузов (Сер. «Машиностроение»)*. 1994. № 4-6. С. 128–130.
3. **Пшеничный О. Ф., Скрябин В. А.** Финишная обработка спеченных деталей в уплотненной абразивной среде // *Алмазная и абразивная обработка деталей машин и инструмента* : межвуз. сб. науч. тр. 1987. Вып. 15. С. 59–63.
4. **Скрябин В. А.** Исследование влияния технологических факторов и условий финишной абразивной обработки на производительность обрабатываемых поверхностей деталей сложного профиля // *Машиностроитель*. 2011. № 4. С. 16–23. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22965810>
5. **Скрябин В. А., Схиртладзе А. Г., Рыбаков Ю. В.** Камерный способ обработки сложнопрофильных деталей уплотненным мелкодисперсным абразивом // *Технология металлов*. 2003. № 1. С. 19–24. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=20935710>
6. **Скрябин В. А.** Исследование влияния технологических факторов и условий финишной абразивной обработки на шероховатость обрабатываемых поверхностей деталей с различным профилем // *Машиностроитель*. 2011. № 3. С. 18–22. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22965810>
7. **Мартынов А. Н.** Основы метода обработки деталей свободным абразивом, уплотненным инерционными силами. Саратов : Изд-во Саратов. гос. техн. ун-та, 1981. 212 с.



8. **Скрябин В. А., Схиртладзе А. Г., Рыбаков Ю. В.** Новый метод финишной обработки деталей свободными мелкодисперсными средами // *Технология металлов*. 2003. № 2. С. 16–17. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=219640423>

9. **Скрябин В. А., Свечникова Г. И.** Экспериментальные исследования производительности финишной абразивной обработки деталей с различным профилем // *Машиностроитель*. 2011. № 4. С. 18–22. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22985053>

10. **Скрябин В. А.** Особенности обработки сложнопрофильных деталей уплотненными мелкодисперсными абразивными средами // *Вестник Мордовского университета*. 2015. Т. 25, № 4. С. 72–89. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=23338433>

Поступила 19.05.2017; принята к публикации 21.09.2017; опубликована онлайн 19.12.2017

Об авторах:

Скрябин Владимир Александрович, профессор кафедры технологии машиностроения, факультет машиностроения и транспорта, ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет» (440000, Россия, г. Пенза, ул. Красная, д. 40), доктор технических наук, **ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7156-9198>**, vs_51@list.ru

Крамченинов Илья Константинович, магистр кафедры технологии машиностроения, факультет машиностроения и транспорта, ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет» (440000, Россия, г. Пенза, ул. Красная, д. 40), **ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3082-8135>**, kram4eninov@mail.ru

Вклад соавторов:

В. А. Скрябин: научное руководство, анализ и доработка текста, редактирование текста; И. К. Крамченинов: подготовка начального текста с последующей доработкой, анализ литературных данных.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

REFERENCES

1. Skryabin V. A., Pshenichny O. F. [The design of the microcutting process in treating details by a close-settled layer of unsupported abrasive]. In: *Engineering: Proceedings*. Minsk; 1988; 13:33–37. (In Russ.)
2. Skryabin V. A. [Productivity of the treatment of details by statically close-settled layer of abrasive flour grain]. *Izvestiya vuzov: Mashinostroeniye* = Bulletin of Institutions of Higher Education: Engineering. 1994; 4-6:128–130 (In Russ.)
3. Pshenichny O. F., Skryabin V. A. Finishing of sintered parts in a compacted abrasive medium. In: *Almaznaya i abrazivnaya obrabotka detaley mashin i instrumenta: Sbornik* = Diamond and abrasive processing of machine and tool parts: Proceedings. 1987; 15:59–63. (In Russ.)
4. Skryabin V. A. [The study of the influence of technological factors and the conditions of finish abrasive treatment on the productivity of the machined surfaces of complex profile parts]. *Mashinostroitel* = Mechanician. 2011; 4:16–23. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22965810> (In Russ.)
5. Skryabin V. A., Skhirtladze A. G., Rybakov Yu. V. [The chamber method for treating complex profile parts by compacted fine-dispersed abrasive]. *Tekhnologiya metallov* = Metal Technology. 2003; 1:19–24. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=20935710> (In Russ.)
6. Skryabin V. A. [The study of the influence of technological factors and conditions of finish abrasive treatment on the roughness of the machined surfaces of parts with different profiles]. *Mashinostroitel* = Mechanician. 2011; 3:18–22. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22965810> (In Russ.)
7. Martynov A. N. Fundamentals of the method of treating details with a free abrasive compacted by inertial forces. Saratov: Saratov University Publ., 1981. (In Russ.)



8. Skryabin V. A., Skhirtladze A. G., Rybakov Yu. V. A new method of finishing parts with free fine media. *Tekhnologiya metallov* = Metal Technology. 2003; 2:16–17. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=219640423> (In Russ.)
9. Skryabin V. A., Svechnikova G. I. The experimental studies of the finish abrasive treatment of parts with different profiles. *Mashinostroitel* = Mechanician. 2011; 4:18–22. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=22985053> (In Russ.)
10. Skryabin V. A. The features of the treatment of figurine details by close-settled fine abrasive media. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2015; 25(4):72–89. (In Russ.)

Submitted 19.05.2017; revised 21.09.2017; published online 19.12.2017

About the authors:

Vladimir A. Skryabin, Professor of Mechanical Engineering Chair, Mechanical Engineering and Transport Faculty, Penza State University (40 Krasnaya St., Penza 440000, Russia), Dr.Sci. (Engineering), **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0001-7156-9198>, vs_51@list.ru

Ilya K. Kramcheninov, Master's Degree Student, Mechanical Engineering Chair, Mechanical Engineering and Transport Faculty, Penza State University (40 Krasnaya St., Penza 440000, Russia), **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0003-3082-8135>, kram4eninov@mail.ru

All authors have read and approved the final version of the manuscript.



ОТЗЫВ ПУБЛИКАЦИИ

Отзыв из печати статьи Новиковой И. В. Реклама как средство повышения мотивации к изучению французского языка // Вестник Мордовского университета. 2008. № 3. С. 198–200.

Статья, опубликованная в научном журнале «Вестник Мордовского университета» (2008. № 3. С. 198–200) под названием «Реклама как средство повышения мотивации к изучению французского языка», автором которой является Новикова Инна Валерьевна (inessa28@rambler.ru), отзывается из печати редактором с согласия издателя. Отзыв публикации (ретракция) обусловлен наличием дословного плагиата из опубликованной в 2004 г. статьи «Реклама как средство повышения мотивации к изучению французского языка» Жарковой Татьяны Ивановны, доцента Финансового университета при Правительстве Российской Федерации (г. Челябинск).

RETRACTION NOTE

Retracted article: Novikova I. V. [Advertising as a means of increasing motivation to learn French]. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2008; 3:198–200.

This article by Inna V. Novikova (inessa28@rambler.ru) has been retracted (i.e. withdrawn from the press) by the editor with permission of the publisher. The reason for the retraction is the detection of plagiarism from the article: “Advertising as a means of increasing motivation to learn French” by Tatyana I. Zharkova, Associate Professor of the Financial University under the Government of the Russian Federation (Chelyabinsk).

ОТЗЫВ ПУБЛИКАЦИИ

Отзыв из печати статьи Петухова А. В. Развитие взаимоотношений центра и субъектов федерации в процессе модернизации российской государственности // Вестник Мордовского университета. 2010. № 3. С. 122–130.

Статья, опубликованная в научном журнале «Вестник Мордовского университета» (2010. № 3. С. 122–130) под названием «Развитие взаимоотношений центра и субъектов федерации в процессе модернизации российской государственности», автором которой является Петухов Алексей Валентинович (law@mordgpi.ru), отзывается из печати редактором с согласия издателя. Отзыв публикации (ретракция) обусловлен выявлением дублирующих публикаций: 1) «Этапы развития федеративных отношений в Российской Федерации» в журнале «Регионоведение» (2009. № 1. С. 16–28); 2) «Эволюция российского федерализма: политико-правовой анализ» в журнале «Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Общественные науки» (2009. Т. 3. С. 3–11).

RETRACTION NOTE

Retracted article: Petukhov A. V. [The development of the relationship between the center and the subjects of the federation in the process of modernization of the Russian statehood]. *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2010; 3:122–130.

This article by Aleksey V. Petukhov (law@mordgpi.ru) has been retracted (i.e. withdrawn from the press) by the editor with permission of the publisher. The reason for the retraction is duplicate publication: the author has published the parts of the same article under the titles: 1) “Stages of development of federal relations in the Russian Federation” in the journal “*Regionologiya* = Region Studies” (2009, no 1, pp. 16–28); 2) “Evolution of Russian federalism: Political and legal analysis” in the journal “*Izvestiya vysshih ucheb-nykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Obshchestvennyye nauki* = Bulletin of Higher Education Institutions. Volga Region. Social Sciences” (2009, no 3, pp. 3–11).



Информация для авторов и читателей

1. Редакция журнала «Вестник Мордовского университета» принимает оригинальные научные статьи на русском и английском языках, соответствующие профилю Журнала и отражающие результаты теоретических и/или экспериментальных исследований авторов кандидатов и докторов наук, преподавателей и аспирантов по следующим направлениям:

01.04.00 Физика

05.13.00 Информатика, вычислительная техника и управление

05.20.00 Процессы и машины агроинженерных систем

Не допускается направление в редакцию ранее опубликованных статей или статей, отправленных на публикацию в другие журналы. В случае обнаружения одновременной подачи рукописи в несколько изданий опубликованная статья будет ретрагирована (отозвана из печати). Мониторинг несанкционированного цитирования осуществляется с помощью систем «Антиплагиат» и «CrossCheck». Журнал приветствует статьи, содержащие материал о значительных достижениях в указанных направлениях.

2. Особое внимание следует уделить качеству перевода. Желательно, чтобы он был выполнен носителем английского языка.

3. Необходимо указать **УДК**.

4. **Заголовок статьи** должен кратко (не более 10 слов) и точно отражать содержание статьи, тематику и результаты проведенного научного исследования. *Приводится на русском и английском языках.*

5. **Аннотация** (200–250 слов) выполняет функцию расширенного названия статьи и повествует о ее содержании. В ней должны быть четко обозначены следующие составные части:

1) Введение (Introduction);

2) Материалы и методы (Materials and Methods);

3) Результаты исследования (Results);

4) Обсуждение и заключения (Discussion and Conclusions).

Приводится на русском и английском языках.

6. **Ключевые слова** (5–10) являются поисковым образом научной статьи. В связи с этим они должны отражать основные положения, достижения, результаты, терминологию научного исследования. *Приводятся на русском и английском языках.*

7. **Благодарности.** В этом разделе следует упомянуть людей, помогавших автору подготовить настоящую статью, организации, оказавшие финансовую поддержку. Хорошим тоном считается выражение благодарности анонимным рецензентам. *Приводятся на русском и английском языках.*

8. **Основной текст** статьи излагается на русском или английском языках.

1) Введение (1–2 стр.) – постановка научной проблемы, ее актуальность, связь с важнейшими задачами, которые необходимо решить, значение для развития определенной отрасли науки или практической деятельности.

2) Обзор литературы (1–2 стр.). Необходимо описать основные (последние по времени) исследования и публикации, на которые опирается автор; современные взгляды на проблему; трудности при разработке данной темы; выделение нерешенных вопросов в пределах общей проблемы, которым посвящена статья.

3) Материалы и методы (1–2 стр.). В данном разделе описываются процесс организации эксперимента, примененные методики, использованная аппаратура; даются подробные сведения об объекте исследования; указывается последовательность выполнения исследования и обосновывается выбор используемых методов (наблюдение, опрос, тестирование, эксперимент, лабораторный опыт и т. д.).

4) Результаты исследования. Это основной раздел, цель которого – при помощи анализа, обобщения и разъяснения данных доказать рабочую гипотезу (гипотезы). Результаты исследования должны быть изложены кратко, но при этом содержать достаточно информации для оценки сделанных выводов. Также должно быть обосновано, почему для анализа были выбраны именно эти данные. **Все названия, подписи и структурные элементы графиков, таблиц, схем и т. д. оформляются на русском и английском языках.**



5) Обсуждение и заключения. В заключении суммируются результаты осмысления темы, делаются выводы, обобщения и рекомендации, вытекающие из работы, подчеркивается их практическая значимость, а также определяются основные направления для дальнейшего исследования в этой области.

9. **Список использованных источников** (оформляется в соответствии с требованиями ГОСТа Р 7.0.5–2008). Ссылаться нужно в первую очередь на оригинальные источники из научных журналов, включенных в глобальные индексы цитирования. Желательно использовать 30–40 источников. Из них за последние 3 года – не менее 20, иностранных – не менее 15. Следует указать DOI или адрес доступа в сети Интернет. *Оформляется на русском и английском языках.*

10. **Аффилиация авторов.** Ф.И.О., организация(и), адрес организации(й) (требуется указать все места работы автора, в которых выполнялись исследования (постоянное место, место выполнения проекта и др.)), должность и ученое звание, ORCID ID, Researcher ID, электронная почта, телефон, почтовый адрес для отправки авторского экземпляра. *Приводится на русском и английском языках.*

11. **Вклад соавторов.** В конце рукописи необходимо включить примечания, в которых разъясняется фактический вклад каждого соавтора в выполненную работу. *Приводится на русском и английском языках.*

При подаче статьи в редакцию автор соглашается с положениями размещенного на сайте лицензионного договора.

В журнале «Вестник Мордовского университета» принято «двустороннее слепое» рецензирование (рецензент и автор не знают имен друг друга).

Рецензент на основании анализа статьи принимает решение или о рекомендации ее к публикации (без доработки или с доработкой), или о ее отклонении. В случае несогласия автора статьи с замечаниями рецензента его мотивированное заявление рассматривается редакционной коллегией.

Политика редакционной коллегии журнала базируется на современных юридических требованиях в отношении клеветы, авторского права, законности и плагиата, поддерживает Кодекс этики научных публикаций, сформулированный Комитетом по этике научных публикаций, и строится с учетом этических норм работы редакторов и издателей, закрепленных в Кодексе поведения и руководящих принципах наилучшей практики для редактора журнала и Кодексе поведения для издателя журнала, разработанных Комитетом по публикационной этике (COPE).

Допускается свободное воспроизведение материалов журнала в личных целях и свободное использование в информационных, научных, учебных и культурных целях в соответствии со ст. 1273 и 1274 гл. 70 ч. IV Гражданского кодекса РФ. Иные виды использования возможны только после заключения соответствующих письменных соглашений с правообладателем.

Электронные версии статей размещаются на сайте Научной электронной библиотеки. Журнал распространяется по подписке, заявкам высших учебных заведений, учреждений образования и отдельных лиц, а также путем рассылки номеров наложенным платежом.

Вдовин Сергей Михайлович – главный редактор. Тел.: +7 (8342) 24-48-88.

Полутин Сергей Викторович – заместитель главного редактора. Тел.: +7 (8342) 32-81-57.

Гордина Светлана Викторовна – ответственный секретарь. Тел.: +7 (8342) 48-14-24.

Редактор – Л. А. Пудовкина

Перевод С. В. Голованова, Н. Н. Плеханковой

Компьютерная верстка А. С. Полутина, Е. П. Гординой

Информационная поддержка Р. В. Карасева

Территория распространения – Российская Федерация, зарубежные страны.

Подписано в печать 30.11.2017 г. Дата выхода в свет 29.12.2017 г.

Формат 70 × 100 ¹/₁₆. Усл. печ. л. 12,68.

Тираж 1 000 экз. 1 завод – 250 экз. Заказ № 1780. Свободная цена.

Адрес типографии: 430005, Республика Мордовия, г. Саранск, ул. Советская, 24

(Издательство федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва»)



Information for authors and readers of the journal

1. "Mordovia University Bulletin" accepts scholarly articles and debatable academic materials in Russian, English from holders of the following degrees: Ph.D., Dr.Sci., lecturer, postgraduate student. Articles should conform to the subject of the journal and report on the results of theoretical and/or experimental studies of the authors.

The journal covers the following specialties:

01.04.00 Physics

05.13.00 Computer Science, Computer Engineering and Computer Facilities and Management

05.20.00 Agroengineering System Processes and Machines

Submission of a manuscript implies that the work described has not been published previously. In the case of simultaneous submission of manuscripts to several journals, the published article may later be retracted (i.e. withdrawn from the press). Monitoring of unauthorized citations is provided by services "AntiPlagiat" and "CrossCheck". The journal gives preference to the articles with containing significant advances in considered areas of science.

2. If you translate your text into English, please do so in correct English (either American or British usage is accepted, but not a mixture of both).

3. It is necessary to indicate the **UDC** code.

4. The title of the article should be short and informative (less than 10 words) and should convey your essential points clearly.

The title is to be provided in Russian and English.

5. **The abstract** plays a role of an enhanced title. The abstract should state briefly the purpose of the research, the principal results and major conclusions (200-250 words). It consists of 4 distinct parts:

1) Introduction

2) Materials and Methods

3) Results

4) Discussion and Conclusions

The abstract is to be provided in Russian and English.

6. The structure of the paper should contain the **list of keywords** (5–10 words) in *Russian and English*. They should reflect basic statements, results achieved and the terminology of the investigation.

7. **Acknowledgements:** List in this section those individuals who provided help during the research (e.g., providing language help, writing assistance or proof reading the article, etc.). *The acknowledgements are to be provided in Russian and English.*

8. **The main body** of the article should be presented in Russian or in English.

1) Introduction (1-2 pp.) is the challenge of the problem treated, its relevance, its connection with the chief tasks to be solved, its importance for the development of a definite area of science or for practical activity.

2) Literature review (1-2 pp.): It is necessary to describe the recent principal studies and publications relied upon by the author; modern views on the issue; difficulties in the development of the subject; the allotment of the outstanding issues within the general problem of the article.

3) Materials and methods (1-2 pp.): This section describes the process of the experiment, using techniques and equipment; provides detailed information about the target of research; indicates the sequence of research and justifies the choice of methods used (observation, survey, test, experiment, laboratory experience, analysis, modeling, learning and generalization, etc).

4) Results: In this section should be presented systematic analytical and statistical material. The research results should be described adequately, so that the reader can trace the process and assess the validity of the conclusions made by the author. This is the main section, which aims to prove a working hypothesis (or hypotheses) by analysis, synthesis and data clarification. All titles, signatures, and structural elements of graphs, tables, charts etc. should be in Russian and in English.

5) Discussion and conclusion: The conclusion must contain a brief summary of research results. The main points of the work must be repeated. It is better to present any repetition of the material with new formulations. It is necessary to compare the results with the target, indicated at the beginning of the article. In conclusion, the results are to be summarized from a theoretical and practical point of view; the main directions for further research are indicated in this area.

9. **Bibliography:** The bibliography should be drawn up strictly according to the GOST P 7.0.5-2008 and in uniform format (*in Russian and English*).

It would be desirable to refer to papers published in indexed journals with impact factor.

It is advisable to refer to 30-40 sources (at least 20-30 recent sources).

Citations of articles published in "Mordovia University Bulletin" should include author, title, volume number, year, and page number, DOI and/or URL.

The bibliography is to be provided in Russian and English.



10. **Institutional affiliation of authors:** Last name, first name, the name of the institution, the address of the institution, the place where the project occurred, the position and academic title of the author, ORCID ID, Researcher ID, e-mail, phone, postal address for delivery of obligatory copy (*in Russian and in English*).

11. **Authors' contributions.** At the end of the manuscript, authors should explain in the notes the actual contribution of each collaborator in the work performed. The order of the authors and co-authors of the article must be consistent in itself (*in Russian and in English*).

The author agrees to the terms of the enclosed license agreement by submission of the article.

The journal has adopted a "double blind" reviewing (reviewer and author are not familiar with each other).

A reviewer analyses an article and decides recommending it for publication (after revision of without it), additional reviewing or refusing of it. In case of noncompliance of an author with the comment of a reviewer, they can address a motivated statement to editorial council.

Editorial staff's policy is based on modern legal requirements concerning libel, copyright, legitimacy, plagiarism, ethical principles, kept in community of leading scientific issues publishers. Journal's editorial policy is based upon traditional ethical principles of Russian academic periodicals; it supports Academic Periodicals Ethical Codex, stated by Committee on Publication Ethics (Russia, Moscow) and it is formed in account of standards of ethics of editors' and publishers' work confirmed by Code of Conduct and Best Practice Guidelines for Journal Editors and Code of Conduct for Journal Publishers, developed by Committee on Publication Ethics (COPE).

Free reproduction of journal's material is allowed for personal purposes. Free use is permitted for informational, academic, educational and cultural purposes in compliance of paragraphs 1273 and 1274 of chapter 70, part IV of Civil Codex of Russia. Other types of use are possible only after making agreements in writing with copyright holder.

Electronic copies of the journal with full text of the articles in PDF are in free access at the website of Academic Electronic Library. The journal is distributed by subscription, requests of universities, educational institutions and individuals and pay-on-delivery mailing.

Sergey M. Vdovin – Editor in Chief. Tel.: +7 (8342) 24-48-88.

Sergey V. Polutin – Deputy Editor in Chief. Tel.: +7 (8342) 32-81-57.

Svetlana V. Gordina – Executive Editor. Tel.: +7 (8342) 48-14-24.

Editor *L. A. Pudovkina*

Translation *S. V. Golovanov, N. N. Plekhankova*

Desktop publishing *A. S. Polutin, E. P. Gordina*

Informational support *R. V. Karasev*

Distributed in Russian Federation and foreign countries.

Signed to print 30.11.2017. Date of publishing 29.12.2017.

Sheet size 70 × 100 ¹/₁₆. Conventional printed sheets 12,68.

Number of copies 1 000. Factory 1 – 250 copies. Order no. 1780. Free price.

Address of the Printing House: 24 Sovetskaya St., Saransk 430005, Republic of Mordovia
(Publishing House of National Research Mordovia State University)