УДК 004.9:517.9 DOI: 10.15507/0236-2910.026.201601.020-031

ПООЧЕРЕДНОЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЕ С ТРЕМЯ УЧАСТНИКАМИ (СЛУЧАЙ ПОТОЧЕЧНОЙ ВСТРЕЧИ)

В. Д. Ширяев, Е. В. Анощенкова, Р. Р. Бикмурзина
ФГБОУ ВПО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Россия)

Вопросы поочередного преследования группы уклоняющихся игроков рассматривались в ряде работ. Так, в исследованиях [1–3] решение задачи было найдено в предположении о том, что очередность встреч выбирается в начальный момент времени (программно), а игроки движутся по прямым линиям. В работе [4] приведено решение поставленной задачи с использованием подхода Р. Айзекса, а в [5] рассмотрены возможности выбора очередности встреч как программно, так и позиционно. В данной статье рассматривается простая дифференциальная игра на плоскости преследователя P и коалиции двух убегающих $E = \{E_1, E_2\}$. Движения всех игроков предполагаются безынерционными; преследователь P превосходит по скорости каждого из убегающих; всем игрокам известны цели, физические возможности, а также точное местоположение друг друга в каждый момент игры. Платой коалиции E (преследователя P) служит (минус) суммарное время, затраченное преследователем P на поточечную встречу с E_1 и E_2 (под встречей подразумевается совпадение местоположений преследователя и преследуемого). Выбор порядка преследования в начальный момент предполагается заданным (программный выбор очередности встреч). В работе найдена граница зоны безопасности второго из убегающих игроков. При решении задачи использовался также геометрический подход. Полученная система уравнений решалась с помощью систем компьютерной алгебры, в частности «Wolfram Mathematica». Определив границу зоны безопасности второго из убегающих игроков, можно аналогичным рассмотренному методом исследовать игру между преследователем P и тремя преследуемыми, действующими согласованно (при этом первый из преследуемых игроков исключается из игры).

Ключевые слова: простое преследование, правило параллельного сближения, окружность Аполлония, зона безопасности, огибающая семейства, коалиция, стратегия

Для цитирования: Ширяев В. Д., Анощенкова Е. А., Бикмурзина Р. Р. Поочередное преследование с тремя участниками (случай поточечной встречи) // Вестник Мордовского университета. 2016. Т. 26, № 1. С. 20–31. doi: 10.15507/0236-2910.026.201601.020-031

ALTERNATE PURSUIT WITH THREE PARTICIPANTS (THE CASE OF POINTWISE MEETING)

V. D. Shiryayev, Ye. V. Anoshchenkova, R. R. Bikmurzina
Ogarev Mordovia State University (Saransk, Russia)

The issues connected with alternate pursuit of escapees group are considered in a number of papers. So in papers [1–3] the solution of the problem has been found in the assumption that the next meeting is selected at the initial time (by the program) and the players are moving straight. In paper [4] the solution of the task using the approach of R. Isaacs is given. In paper [5] the choice opportunities of the next meeting (both software and positional) are considered. The article deals with a simple differential game on the pursuer plane P and the coalition of two escapees $E=\{E_1,E_2\}$.The movement of all the players are assumed as inertialess. The pursuer speed P exceeds the speed of each of the escapees. The targets, physical abilities and the exact location of each other in any moment of the game are known to all players. The price of the coalition (the pursuer P) is (minus) the total time spent by the pursuer P on the pointwise meeting with E_1 and E_2 . A coincidence of pursuer and escapee location is meant under the meeting. The choice at the initial time of the persecution is supposed as given (software selectable regular meeting). The limit of the security zone of the second escapee has been found. A geometric approach is used in the problem solving. The resulting system of equations is solved numerically by means of computer algebra, in particular through the Wolfram Mathematics. After defining the boundary of the second escapee security zone one can study the game between the pursuer P and three escapees acting in concord (the first escapee is eliminated from the game).

Keywords: simple persecution, generally parallel convergence, circle of Apollonius, security zone, coalition, strategy

For citation: Shiryayev VD, Anoshchenkova YeV, Bikmurzina RR. Alternate pursuit with three participants (the case of pointwise meeting). *Vestnik Mordovskogo universiteta* = Mordovia University Bulletin. 2016; 1(26):20-31. doi: 10.15507/0236-2910.026.201601.020-031

Решению простейшей дифференциальной игры поочередного преследования коалиции двух убегающих игроков посвящены работы [1; 3–7]. В нашей статье исследуется игра на плоскости преследователя P и двух убегающих – E_1 и E_2. Рассмотрим границу зоны безопасности второго из преследуемых игроков.

Отметим, что убегающие игроки действуют согласованно, т. е. составляют коалицию $E = \{E_1, E_2\}$. Выигрыш игрока E определяется как время встречи P с последним из убегающих игроков, выигрыш P – как величина выигрыша E с обратным знаком. Под встречей подразумевается совпадение местоположений игроков P и E_i (здесь и далее: $i = 1,2$).

Предположим, что в каждый момент времени преследователь P имеет информацию о своем местоположении, а также местоположении и направлении скорости игрока E_i. Игрок E, в свою очередь, имеет информацию о своем местоположении и местоположении игрока P.

Пусть u – линейная скорость игрока P, v_i – линейная скорость убегающего E_i, $u > v_i$. Будем полагать, что игроки движутся с максимальными скоростями и для простоты считать, что $u = 1$, $v_1 < 1$, $v_2 < 1$. Решение игры строится в предположении, что преследователь P в момент времени $t = 0$ выбирает один из следующих способов поведения [1; 6; 8]:

1) использует правило параллельного сближения ($П$-стратегия), преследуя сначала E_1, затем E_2;

2) использует правило параллельного сближения ($П$-стратегия), преследуя сначала E_2, затем E_1.

Среди данных предположений найдем наилучший ответ убегающей коалиции E, который подразумевает максимизацию времени преследования.

Предположим, что в момент времени $t = 0$ игрок P принимает решение преследовать сначала E_1, а затем E_2.

Введем систему координат xOy, центр которой совпадает с начальным положением преследователя P, а ось абсцисс ориентирована в направлении начального положения игрока E_1. Координаты точки P – P^0 (0; 0), точки E_1 – E_1^0 (b; 0), точки E_2 – E_2^0 (c; d) (верхними индексами будем отмечать положения игроков в соответствующие моменты времени). Границей зоны безопасности игрока E_1 является окружность Аполлония (C_1) с радиусом r_1 и центром в точке (a; 0) [7–8; 10]:

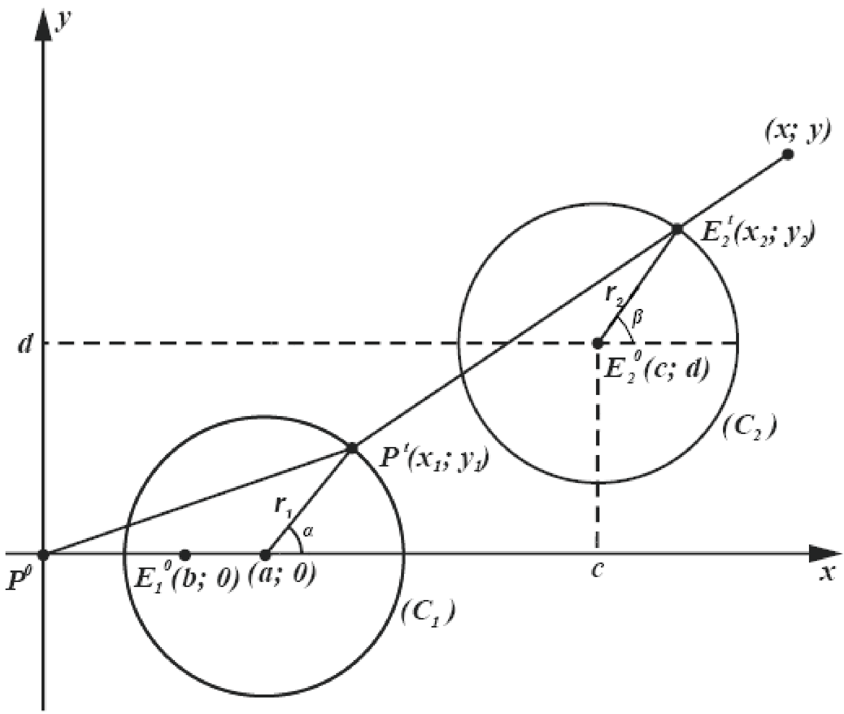
$$r_1 = \frac{v_1}{1 - v_1^2} b; \quad a = \frac{1}{1 - v_1^2} b. \qquad (1)$$

Обозначим точку встречи игроков P и E_1: P^{t_1} (x_1; y_1). Координаты x_1, y_1 определяются соотношениями:

$$x_1 = a + r_1 \cos\alpha; \quad y_1 = r_1 \sin\alpha . \quad (2)$$

За время t_1 (момент встречи P и E_1) игрок E_2 может попасть в любую точку круга с центром в точке E_2 и следующим радиусом:

$$r_2 = v_2 t_1 = v_2 \sqrt{x_1^2 + y_1^2} . \quad (3)$$



Р и с. 1. Построение границы зоны безопасности игрока E_2

F i g. 1. Building a border security zone E_2 player

Зафиксируем E_2 в точке E_2^t (x_2; y_2) окружности (C_2). Координаты x_2 и y_2 определяются по формулам:

$$x_2 = c + r_2 \cos\beta; y_2 = d + r_2 \sin\beta;$$
$$x_2 = c + r_2 \cos\beta, \quad (4)$$

где $0 \le \beta < 2\pi$, $\beta = const$.

Граница зоны безопасности игрока E_2 для начальных местоположений P^t, E_2^t – окружность Аполлония:

$$\varphi(\alpha,\beta) = \sqrt{(x-a-r_1\cos\alpha)^2 + (y-r_1\sin\alpha)^2} - \\ - \frac{\sqrt{(x-c-r_2\cos\beta)^2 + (y-d-r_2\sin\beta)^2}}{v_2}. \quad (5)$$

Пусть точка E_2^t «пробегает» всю окружность (C_2), т. е. $0 \le \beta < 2\pi$. Найдем $\bigcup_{0\le\beta<2\pi} \phi(\alpha,\beta)$, т. е. огибающую семейства (5).

$$\begin{cases} \varphi(\alpha,\beta) = \sqrt{(x-a-r_1\cos\alpha)^2 + (y-r_1\sin\alpha)^2} - \dfrac{\sqrt{(x-c-r_2\cos\beta)^2 + (y-d-r_2\sin\beta)^2}}{v_2} = 0, \\ \dfrac{\partial\varphi(\alpha,\beta)}{\partial\beta} = \dfrac{(x-c-r_2\cos\beta)r_2\sin\beta - (y-d-r_2\sin\beta)r_2\cos\beta}{v_2\sqrt{(x-c-r_2\cos\beta)^2 + (y-d-r_2\sin\beta)^2}} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Для этого рассмотрим следующую систему [3; 9]:

Из второго уравнения системы (6) следует:

$$(x-c-r_2\cos\beta)r_2\sin\beta -$$
$$-(y-d-r_2\sin\beta)r_2\cos\beta = 0,$$

или

$$(x-c-r_2\cos\beta)r_2\sin\beta =$$
$$=(y-d-r_2\sin\beta)r_2\cos\beta.$$

Таким образом,

$$\sin\beta = \frac{y-d}{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}};$$
$$\cos\beta = \frac{x-c}{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}. \quad (7)$$

Подставив равенства (7) в первое уравнение системы (6) и преобразовав полученное выражение получим:

$$\frac{\sqrt{\left(x-c-r_2\dfrac{x-c}{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}\right)^2 + \left(y-d-r_2\dfrac{y-d}{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}\right)^2}}{v_2} =$$

$$= \frac{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}{v_2} - \sqrt{(a+r_1\cos\alpha)^2+(r_1\sin\alpha)^2},$$

$$\varphi(\alpha) = \sqrt{(x-a-r_1\cos\alpha)^2+(y-r_1\sin\alpha)^2} -$$

$$-\left|\frac{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}{v_2} - \sqrt{(a+r_1\cos\alpha)^2+(r_1\sin\alpha)^2}\right| = 0$$

или

$$\varphi(\alpha) = \sqrt{(x-a)^2+y^2+r_1^2-2(x-a)r_1\cos\alpha-2yr_1\sin\alpha} -$$

$$-\left|\frac{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}{v_2} - \sqrt{a^2+r_1^2+2ar_1\cos\alpha}\right| = 0. \quad (8)$$

Таким образом, при

$$\frac{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}{v_2} > \sqrt{a^2+r_1^2+2ar_1\cos\alpha}$$

$$\varphi(\alpha)=\sqrt{(x-a)^2+y^2+r_1^2-2r_1\left[(x-a)\cos\alpha+y\sin\alpha\right]}-\frac{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}{v_2}+$$

$$+\sqrt{a^2+r_1^2+2ar_1\cos\alpha}=0,$$

а при

$$\frac{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}{v_2} < \sqrt{a^2+r_1^2+2ar_1\cos\alpha}$$

$$\varphi(\alpha)=\sqrt{(x-a)^2+y^2+r_1^2-2r_1\left[(x-a)\cos\alpha+y\sin\alpha\right]}+\frac{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}{v_2}-$$

$$-\sqrt{a^2+r_1^2+2ar_1\cos\alpha}=0.$$

Пусть теперь точка P^t «пробегает» всю окружность Аполлония *(C$_1$)*, т. е. $0\le\alpha<2\pi$. Найдем $\bigcup\limits_{0\le\alpha<2\pi}\varphi(\alpha)$, т. е. огибающую семейства (8). Путем преобразований, аналогичным рассмотренным выше, получим систему:

$$\begin{cases}\varphi(\alpha)=\sqrt{(x-a)^2+y^2+r_1^2-2r_1\left[(x-a)\cos\alpha+y\sin\alpha\right]}-\\ -\left|\dfrac{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}{v_2}-\sqrt{a^2+r_1^2+2ar_1\cos\alpha}\right|=0,\\ \dfrac{d\varphi(\alpha)}{d\alpha}\dfrac{1}{r_1}=\dfrac{(x-a)\sin\alpha-y\cos\alpha}{\sqrt{(x-a)^2+y^2+r_1^2-2r_1\left[(x-a)\cos\alpha+y\sin\alpha\right]}}-\\ -\dfrac{a\cdot sign\left(\dfrac{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}{v_2}-\sqrt{a^2+r_1^2+2ar_1\cos\alpha}\right)\sin\alpha}{\sqrt{a^2+r_1^2+2ar_1\cos\alpha}}=0.\end{cases}$$

Перепишем ее в следующем виде:

$$\begin{cases}\sqrt{R}-|M|=0,\\ \left((x-a)\sin\alpha-y\cos\alpha\right)-sign(M)\sin\alpha\sqrt{\dfrac{R}{Q}}=0,\end{cases}\tag{10}$$

где

$$R=(x-a)^2+y^2+r_1^2-2r_1\left[(x-a)\cos\alpha+y\sin\alpha\right];\; Q=1+v_1^2+2v_1\cos\alpha;$$

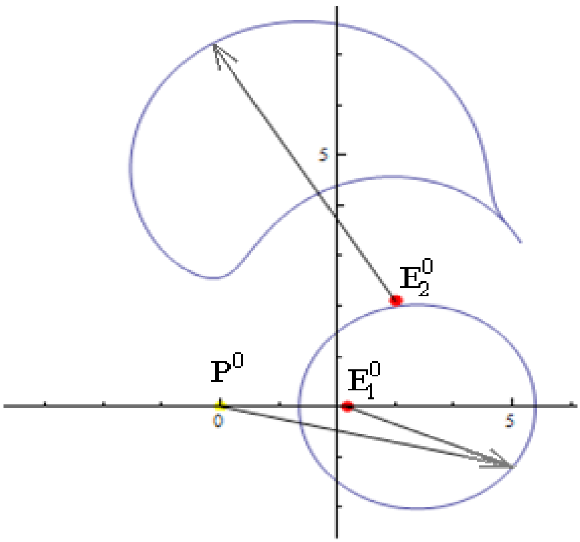
$$M=\frac{\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}}{v_2}-a\sqrt{Q}.$$

Стремление избавиться от радикалов путем возведения в квадрат приводит к громоздкой системе уравнений четвертой степени, решение которой допустимо только численно с последующей непростой процедурой отсеивания сопутствующих корней, поэтому подобный метод в данном случае бесперспективен.

Задача может быть решена напрямую с помощью средств компьютерной алгебры (например, как в данной статье, системой «Wolfram Mathematica»). Стратегия коалиции *E* состоит в выборе того, под каким углом будет убегать игрок E_1. Очевидно, что после этого выбора определяется точка и время встречи игроков *P* и E_1. В этом случае оптимальной стратегией игрока E_2 является удаление от этой точки с максимальной скоростью по прямой линии.

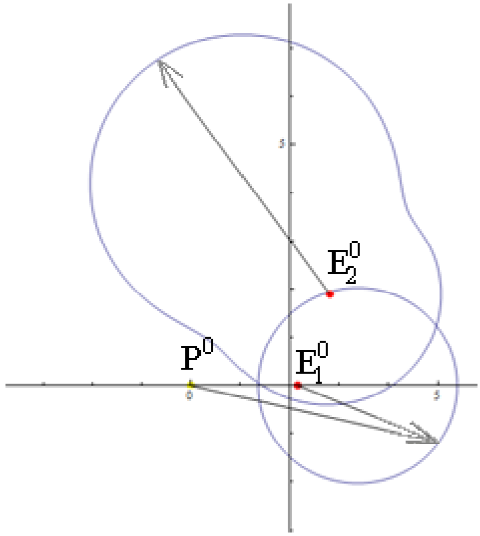
Построение границ зон безопасности было проведено с использованием функции «Parametric Plot», нахождение оптимального угла – с помощью «Maximize».

На рис. 2–10 представлены границы зон безопасности игроков E_1 и E_2. На рис. 2 показаны направления движений игроков для обеспечения максимизации времени поимки *E*. На остальных рисунках направления движения игроков отличаются от оптимальных. Для примера были выбраны v_1 = 0,6; v_2 = 0,4.



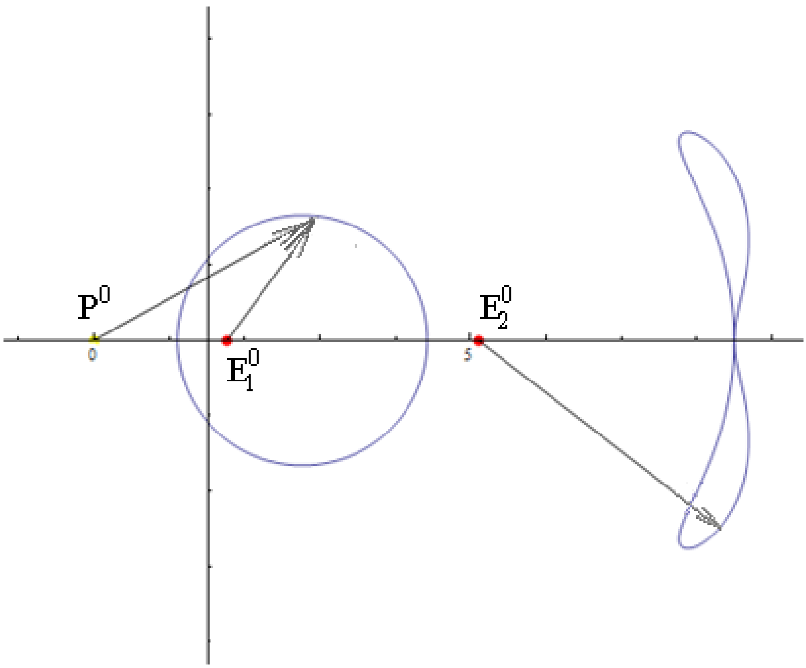
Р и с. 2. Расположение игрока E_2^0 вблизи окружности Аполлония (вне окружности)

F i g. 2. The player E_2^0 position near the circle of Apollonius (out of the circle)



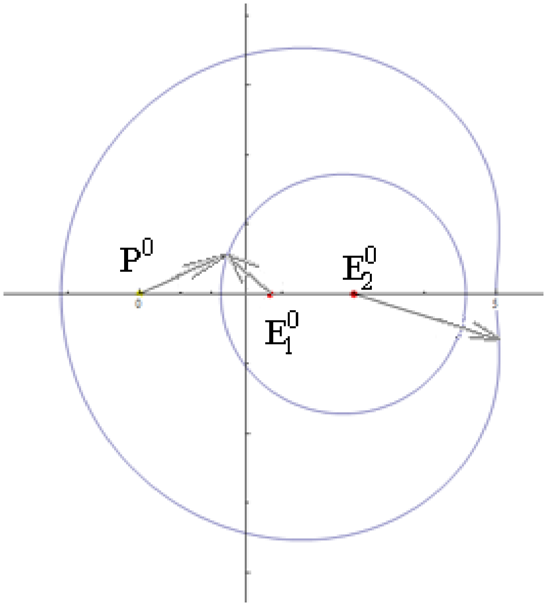
Р и с. 3. Расположение игрока E_2^0 вблизи окружности Аполлония (внутри окружности)

F i g. 3. The player E_2^0 position near the circle of Apollonius (inside the circle)

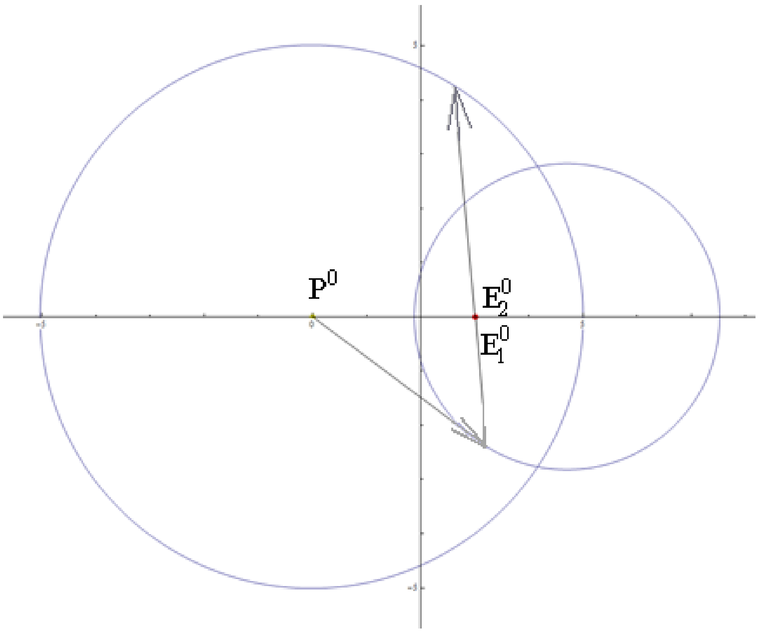


Р и с. 4. Расположение P^0, E_1^0, E_2^0 на одной прямой (E_2^0 – вне окружности Аполлония)

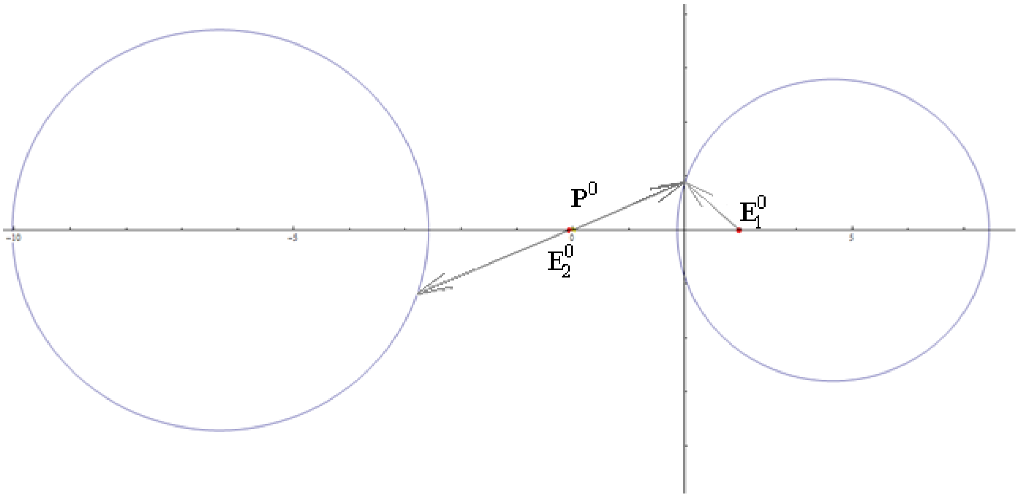
F i g. 4. P^0, E_1^0, E_2^0 are located on the same line, E_2^0 is situated out of the circle of Apollonius



Р и с. 5. Расположение P^0, E_2^0, E_2^0 на одной прямой (E_2^0 – внутри окружности Аполлония)
F i g. 5. P^0, E_1^0, E_2^0 are located on the same line, E_2^0 is situated inside the circle of Apollonius

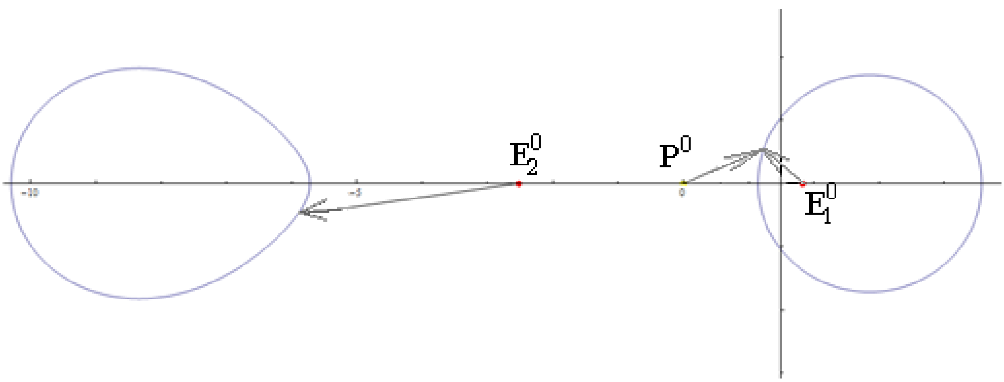


Р и с. 6. Начальные местоположения $E_1^0 = E_2^0$
F i g. 6. Initial location $E_1^0 = E_2^0$



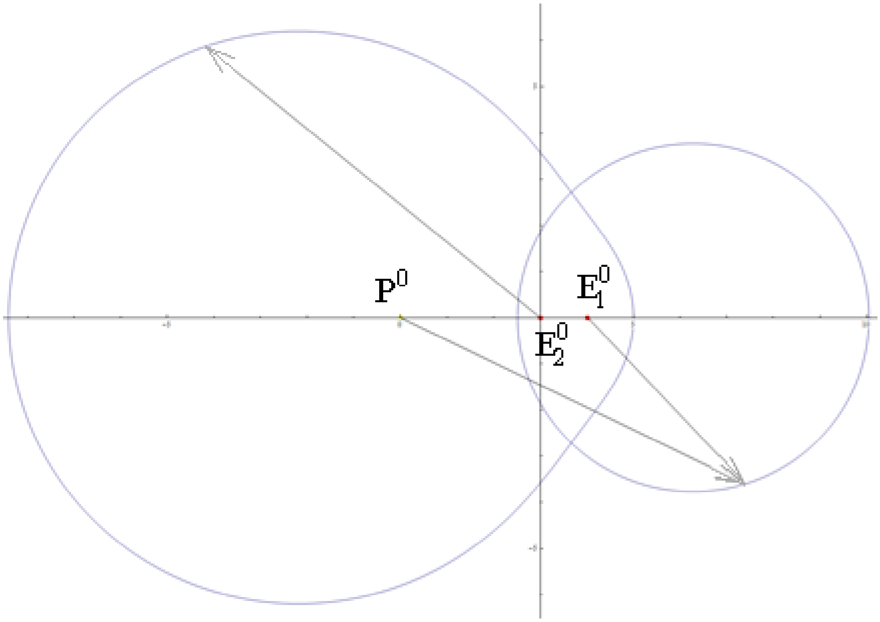
Р и с. 7. Расположение P^0, E_1^0, E_2^0 на одной прямой (E_2^0 – вблизи P^0)

F i g. 7. P^0, E_1^0, E_2^0 are located on the same line, E_2^0 is situated near P^0



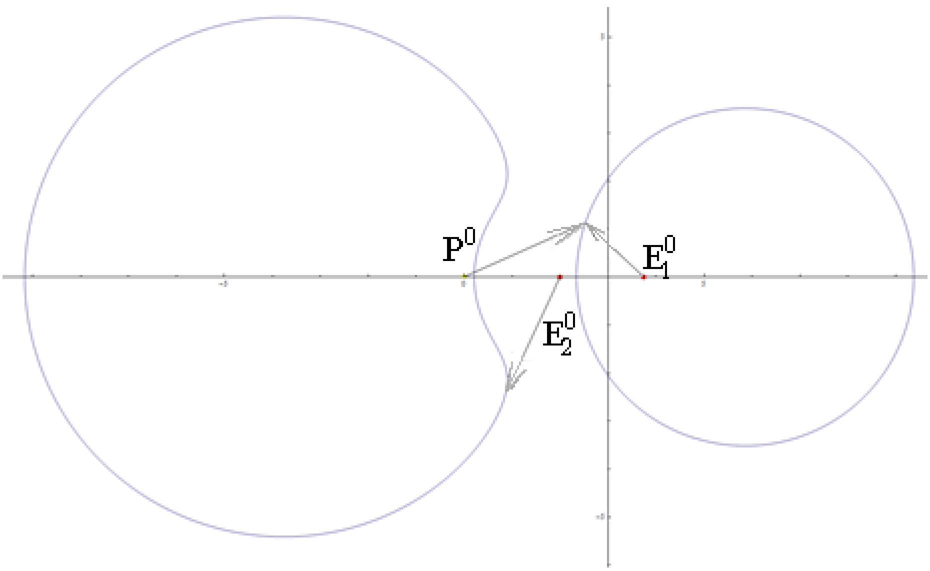
Р и с. 8. Расположение P^0, E_1^0, E_2^0 на одной прямой (P^0 – между E_1^0 и E_2^0)

F i g. 8. P^0, E_1^0, E_2^0 are located on the same line, P^0 is situated between E_1^0 and E_2^0



Р и с. 9. Расположение P^0, E_1^0, E_2^0 на одной прямой (E_2^0 – между E_1^0 и P^0 внутри окружности Аполлония)

F i g. 9. P^0, E_1^0, E_2^0 are located on the same line, E_2^0 is situated between E_1^0 and P^0 inside the circle of Apollonius



Р и с. 10. Расположение P^0, E_1^0, E_2^0 на одной прямой (E_2^0 – между E_1^0 и P^0 за окружностью Аполлония)

F i g. 10. P^0, E_1^0, E_2^0 are located on the same line, E_2^0 is situated between E_1^0 and P^0 out of the circle of Apollonius

На рис. 2–3 точка E_2^0 расположена достаточно близко к границе зоны безопасности игрока E_1^0, поэтому часть границы зоны безопасности игрока E_2^0 близка к окружности. Причиной этого является то, что местоположение E_2^0 на границе зоны безопасности представляет собой точку разрыва, поскольку при выборе направления E_1 к E_2 направление движения игрока E_2 однозначно выбрать невозможно.

Определив границу зоны безопасности второго из убегающих игроков, можно аналогично рассмотренному исследовать игру между преследователем P и тремя преследуемыми E_1, E_2, E_3 [2], действующими согласованно (фактически исключив из игры первого из преследуемых игроков). Кроме того, предложенный метод может быть использован при решении простейшей дифференциальной игры поочередного преследования коалиции двух убегающих игроков в случае R-встречи (R > 0) с первым игроком и поточечной встречи – со вторым.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Петросян Л. А., Ширяев В. Д.** Групповое преследование одним преследователем нескольких преследуемых // Вестник ЛГУ (Сер. «Математика, механика и астрономия»). 1980. № 13. С. 50–57.

2. **Ширяев В. Д.** О задачах простого преследования с четырьмя участниками // Математическое моделирование сложных систем. СПб, 1999. С. 52–53.

3. **Ширяев В. Д., Нестерова Т. Н.** Задача поочередного преследования со многими участниками // Методы возмущений в гомологической алгебре и динамика систем. Саранск : Изд-во Мордов. ун-та, 2004. С. 111–120.

4. **Шевченко И. И**. О поочередном преследовании // Автоматика и телемеханика. 1981. № 11. С. 54–59. URL: http://www.mathnet.ru/links/56042ca7de6dcc2aca19b4094cf18822/at6041.pdf.

5. **Абрамянц Т. Г., Маслов Е. П., Рубинович Е. Я.** Простейшая дифференциальная игра поочередного преследования // Автоматика и телемеханика. 1980. № 8. С. 5–15. URL: http://www.mathnet.ru/links/18b651a96ec80bd34126bef353968bc9/at7146.pdf.

6. **Петросян Л. А., Ширяев В. Д.** Простое преследование одним преследователем двух преследуемых // Некоторые вопросы дифференциальных и интегральных уравнений и их приложения. Якутск, 1978. С. 103–108.

7. **Ширяев В. Д., Куляшова Н. М., Виноградова О. О.** Геометрический подход к решению игр простого преследования со многими участниками. Деп. ВИНИТИ № 1254 – В 98 от 22.04.1998 г. 26 с.

8. **Петросян Л. А., Томский Г. В.** Геометрия простого преследования. Новосибирск : Наука, 1983. 144 с.

9. **Ширяев В. Д., Анощенкова Е. В.** Игра с «линией жизни»: случай поточечной встречи // Вестник Мордовского университета. 2014. № 1–2. С. 139–147. URL: http://vestnik.mrsu.ru/index.php/ru/articles/38-14-12/205-10-15507-vmu-025-201502-64.

10. **Ширяев В. Д.** Бескоалиционная дифференциальная игра простого преследования // Управление, надежность, навигация. Саранск : Изд-во Мордов. ун-та, 1984. С. 33–41. URL: http://istina.msu.ru/collections/2883707.

Поступила 23.10.2015 г.

Об авторах:

Ширяев Виктор Дмитриевич, профессор кафедры фундаментальной информатики факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВПО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (Россия, г. Саранск, ул. Большевистская, д. 68), кандидат физико-математических наук, доцент, **ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0497-3769**, shiryayevvd@mail.ru

Анощенкова Екатерина Васильевна, старший преподаватель кафедры фундаментальной информатики факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВПО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (Россия, г. Саранск, ул. Большевистская, д. 68), **ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7256-6634**, anoshchenkovaev@mail.ru

Бикмурзина Равиля Ряшитовна, доцент кафедры фундаментальной информатики факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВПО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (Россия, г. Саранск, ул. Большевистская, д. 68), кандидат педагогических наук, **ORCID: http://orcid.org/0000-0002-7651-6340**, bravilya@mail.ru

REFERENCES

1. Petrosyan LA, Shiryayev VD. Gruppovoye presledovaniye odnim presledovatelem neskolkikh presleduyemykh [Group pursuit with one pursuer and pursued more]. *Vestnik LGU (*“*Matematika, mekhanika i astronomiya*”*)* = LGU Bulletin: Mathematics, Mechanics and Astronomy. 1980; 13:50-57. (In Russ.)

2. Shiryayev VD. O zadachakh prostogo presledovaniya s chetyrmya uchastnikami [On tasks of simple pursuit with four participants]. *Matematicheskoye modelirovaniye slozhnykh system* = Mathematical modeling of complex systems. St. Petersburg; 1999:52-53. (In Russ.)

3. Shiryayev VD, Nesterova TN. Zadacha poocherednogo presledovaniya so mnogimi uchastnikami [The task of alternately persecution with many participants]. *Metody vozmushcheniy v gomologicheskoy algebre i dinamika system* = Methods of perturbations in homological algebra and dynamics of systems. Saransk: Mordovia Univ. Publ.; 2004:111-120. (In Russ.)

4. Shevchenko II. O poocherednom presledovanii [About alternate persecution]. *Avtomatika i telemekhanika* = Automation and Remote Control. 1981; 11:54-59. Available from: http://www.mathnet.ru/links/56042ca7de6dcc2aca19b4094cf18822/at6041.pdf. (In Russ.)

5. Abramyants TG, Maslov YeP, Rubinovich YeYa. Prosteyshaya differentsialnaya igra poocherednogo presledovaniya [The simplest differential game alternately persecution]. *Avtomatika i telemekhanika* = Automation and Remote Control. 1980; 8:5-15. Available from: http://www.mathnet.ru/links/18b651a96ec80bd34126bef353968bc9/at7146.pdf. (In Russ.)

6. Petrosyan LA., Shiryayev VD. Prostoye presledovaniye odnim presledovatelem dvukh presleduyemykh [Simple one pursuer pursuit of two persecuted]. *Nekotoryye voprosy differentsialnykh i integralnykh uravneniy i ikh prilozheniya* = Some questions of differential and integral equations and their applications. Yakutsk; 1978:103-108. (In Russ.)

7. Shiryayev VD, Kulyashova NM, Vinogradova OO. Geometricheskiy podkhod k resheniyu igr prostogo presledovaniya so mnogimi uchastnikami [Geometric approach to simple pursuit of games with many participants]. VINITI no. 1254-V98, 22.04.1998. (In Russ.)

8. Petrosyan LA, Tomskiy GV. Geometriya prostogo presledovaniya [Geometry of simple pursuit]. Novosibirsk: Nauka; 1983. (In Russ.)

9. Shiryayev VD, Anoshchenkova YeV. Igra s “liniey zhizni”: sluchay potochechnoy vstrechi [“Life line” game. Line of pursuit meeting]. *Vestnik Mordovskogo universitet*a = Mordovia University Bulletin. 2014; 1-2:139-147. Available from: http://vestnik.mrsu.ru/index.php/ru/articles/38-14-12/205-10-15507-vmu-025-201502-64. (In Russ.)

10. Shiryayev VD. Beskoalitsionnaya differentsialnaya igra prostogo presledovaniya [Noncooperative simple pursuit differential game]. *Upravleniye, nadezhnost, navigatsiya* = Control, safety, navigation. Saransk: Mordovia Univ. Publ.; 1984:33-41. Available from: http://istina.msu.ru/collections/2883707. (In Russ.)

Submitted 23.10.2015

About the authors:

Viktor Shiryayev, professor of Fundamental Informatics chair of Ogarev Mordovia State University (68, Bolshevistskaya St., Saransk, Russia), Ph.D. (Physics and Mathematics), docent, **ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0497-3769**, shiryayevvd@mail.ru

Yekaterina Anoshchenkova, senior lecturer of Fundamental Informatics chair of Ogarev Mordovia State University (68, Bolshevistskaya St., Saransk, Russia), **ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7256-6634**, anoshehnkovaev@mail.ru

Ravilya Bikmurzina, associate professor of Fundamental Informatics chair of Ogarev Mordovia State University (68, Bolshevistskaya St., Saransk, Russia), Ph.D. (Pedagogy), **ORCID: http://orcid.org/0000-0002-7651-6340**, bravilya@mail.ru